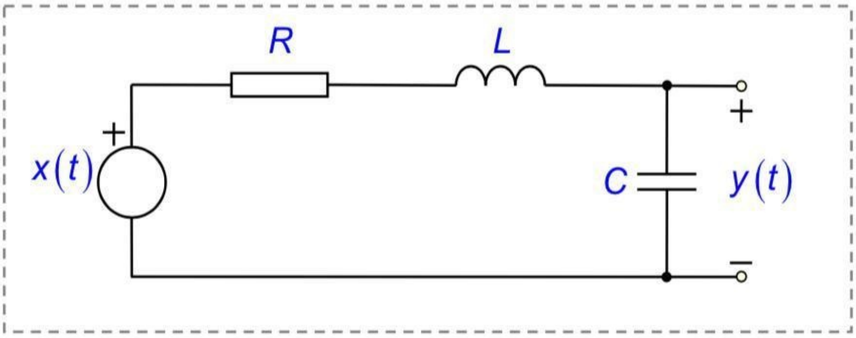
TSBB32 Linjära system – Föreläsning 5

Exempel – systembeskrivning för ett elektriskt system



Räkneexempel: Beräkna sambandet mellan utsignalen $y(t)$ och insignalen $x(t)$!

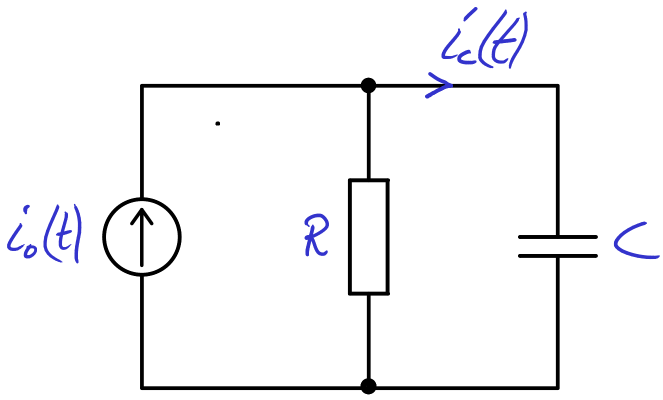
(Här använder vi Kirchhoffs spänningslag samt ström-spänningsambanden för R, L och C !) $\Rightarrow$ ① Inför hjälpstorheter

$$\boxed{LC \cdot \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + RC \cdot \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = x(t)}$$

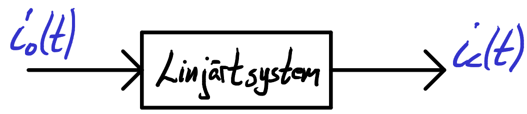
En differentialekvation! Samma typ av systembeskrivning som för bl.a. mekaniska svängningssystem!

② Sätt upp ström/spänningsamband. ③ Välj ett samband innehållande $y(t)$ och börja eliminera.

Exempel 2



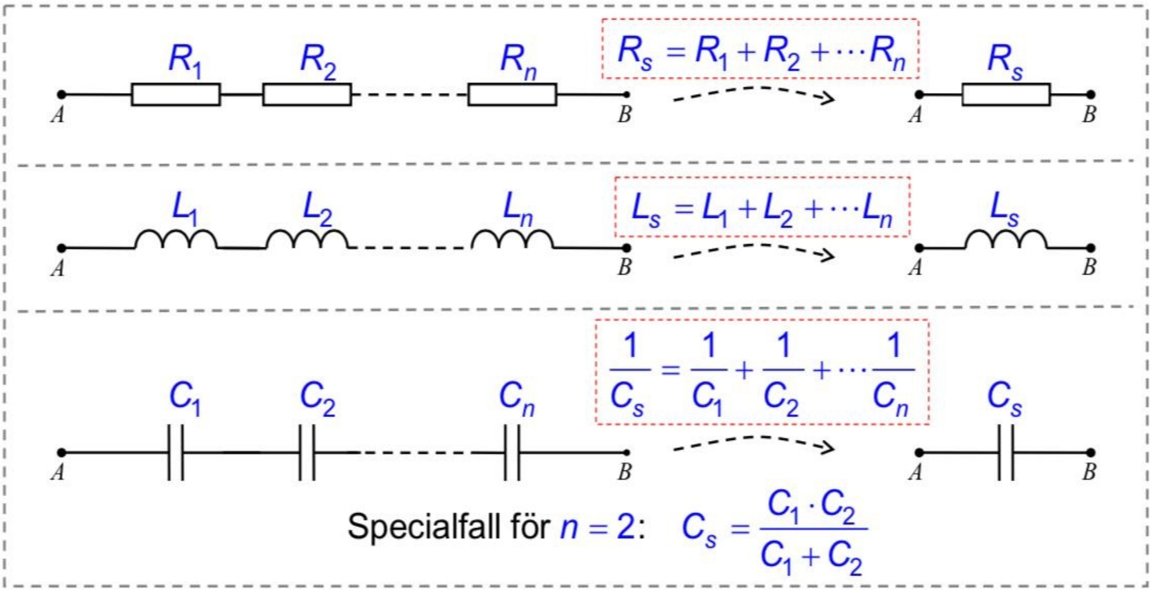
Strömkällan utkör insignal till
det linjära elektriska nätet/systemet,
där strömmen till kapacitansen
är systemets utsignal.



Beräkna den systembeskrivande
differentialekvationen!

Seriekoppling av nätelement

Nedanstående kan erhållas bl.a. med hjälp av Kirchhoffs spänningslag samt observationen att samma ström flyter genom hela seriekopplingen:



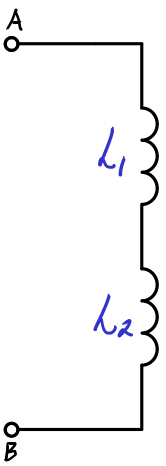
$$R_s = R_1 + R_2 + \cdots R_n$$

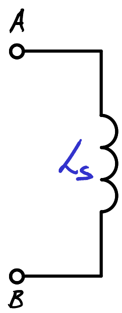
$$L_s = L_1 + L_2 + \cdots L_n$$

$$\frac{1}{C_s} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \cdots \frac{1}{C_n}$$

Specialfall för $n = 2$: $C_s = \dfrac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$

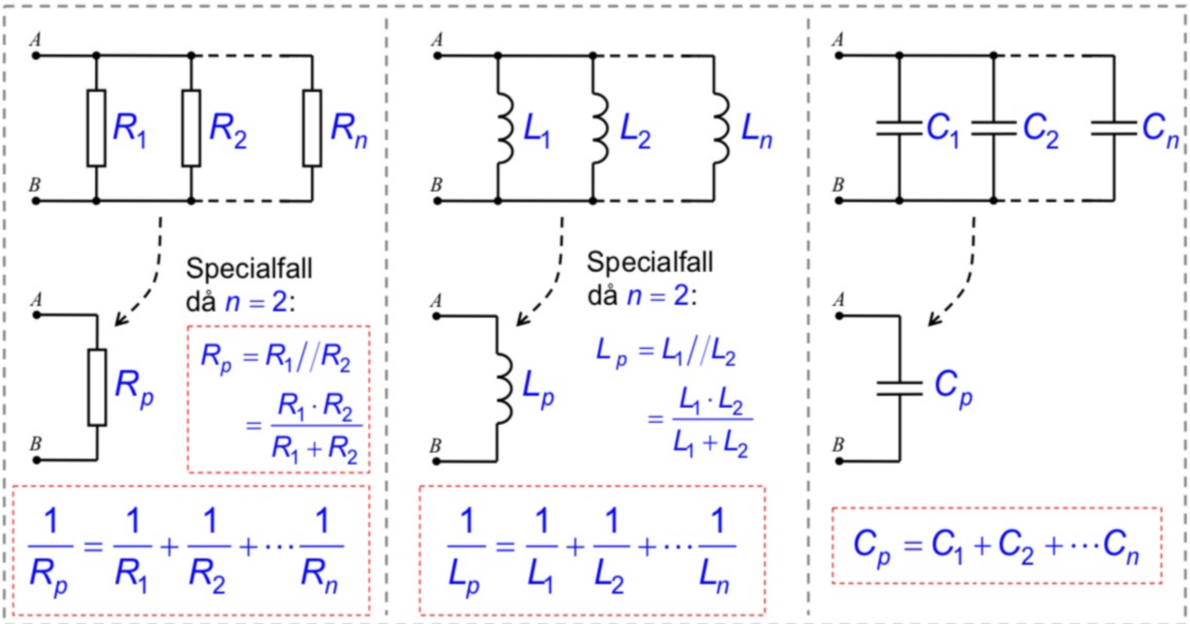
Exempel – seriekopplade induktanser, n=2:





Parallellkoppling av nätelement

Nedanstående kan erhållas bl.a. med hjälp av Kirchhoffs strömlag samt observationen att samma spänning ligger över alla nätelement:



Specialfall då $n = 2$:

$$R_p = R_1 // R_2 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

$$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots \frac{1}{R_n}$$

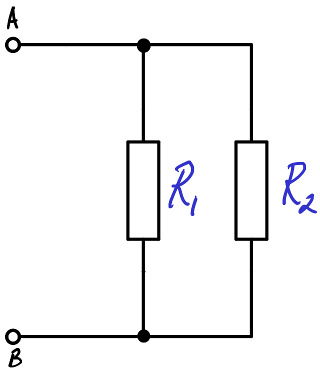
Specialfall då $n = 2$:

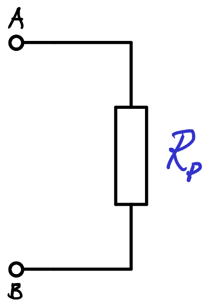
$$L_p = L_1 // L_2 = \frac{L_1 \cdot L_2}{L_1 + L_2}$$

$$\frac{1}{L_p} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \cdots \frac{1}{L_n}$$

$$C_p = C_1 + C_2 + \cdots C_n$$

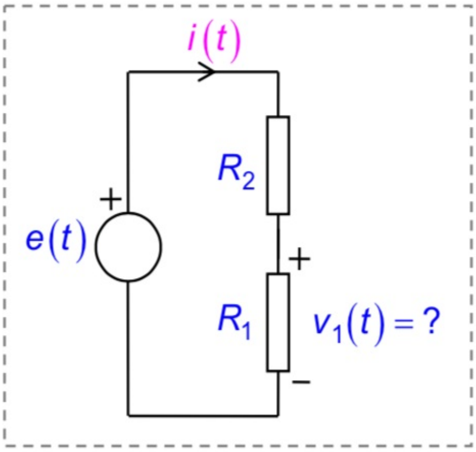
Exempel – parallellkopplade resistanser, n=2:





Spänningsdelning över resistanser

En spänning som ligger över två seriekopplade resistanser fördelas över resistanserna *i proportion* till deras storlek:

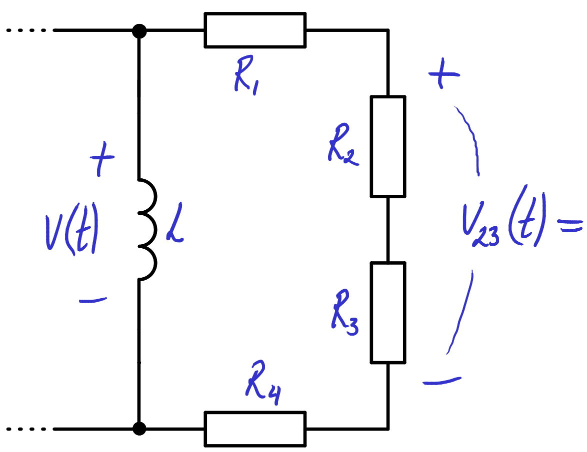


$$i(t) = \begin{cases} \dfrac{v_1(t)}{R_1} \\ \dfrac{e(t)}{R_1 + R_2} \end{cases} \qquad \text{(Ohms lag)}$$

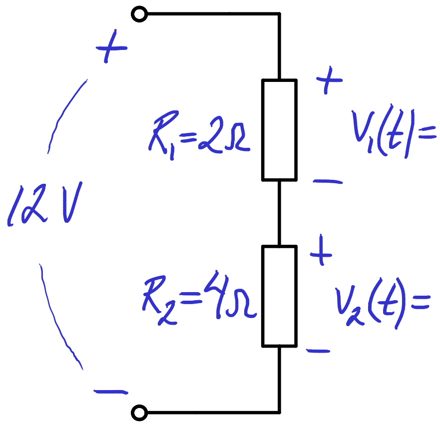
$$\Rightarrow \quad \boxed{v_1(t) = e(t) \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}}$$

(Strömmen $i(t)$ går genom båda resistanserna)

Exempel 1:

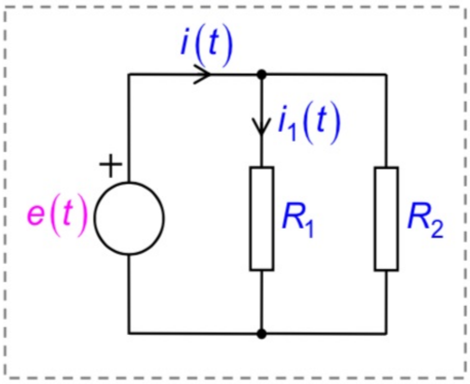


Exempel 2:



Strömdelning för resistanser

En ström som går genom två parallellkopplade resistanser fördelas så att storleken av varje delström blir *omvänt proportionell* mot storleken av respektive resistans:

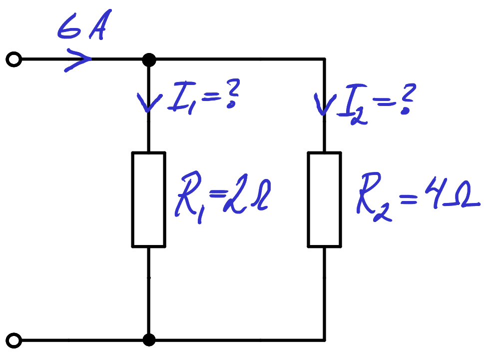


$$e(t) = \begin{cases} R_1 \cdot i_1(t) \\ (R_1 // R_2) \cdot i(t) \end{cases} \quad \text{(Ohms lag)}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{i_1(t) = i(t) \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}}$$

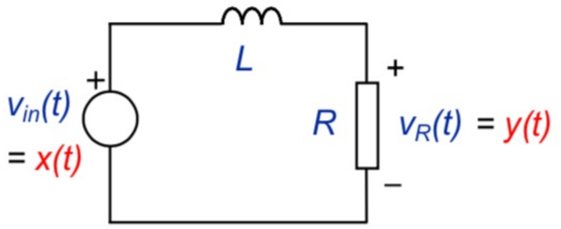
(Spänningen $e(t)$ ligger över såväl R_1 som R_2)

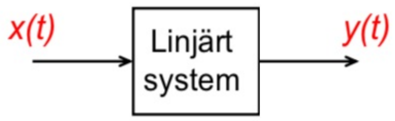
Exempel:



Beräkning av utsignal från linjära system

Exempel:





$$\Rightarrow \quad L \cdot \frac{dv_R(t)}{dt} + R \cdot v_R(t) = R \cdot v_{in}(t)$$

$$\Rightarrow \quad L \cdot \frac{dy(t)}{dt} + R \cdot y(t) = R \cdot x(t)$$

Lösning av differentialekvationen för varje insignal $x(t)$: $\boxed{y(t) = y_h(t) + y_p(t)}$
($y_h(t)$ = homogen lösning, $y_p(t)$ = partikulär lösning)

Finns det något enklare sätt att beräkna utsignalen $v_R(t)$, utan att först beräkna differentialekvationen och sedan lösa differentialekvationen för varje insignal?

JA – med olika transformer, som vi tar upp i denna kurs!

Vi inleder med att betrakta (co)sinusformade signaler

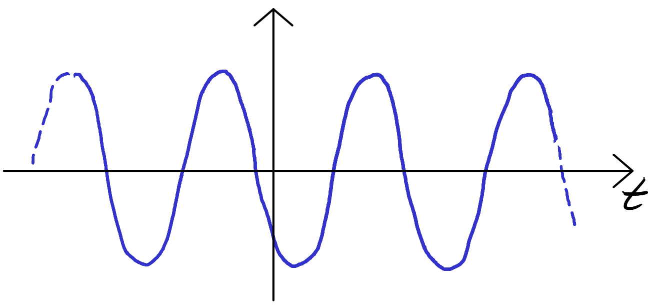
Exempel: Beräkna utsignalen $y(t)$ då insignalen är $x(t) = 4\cos(50t + \frac{\pi}{3})$ [V]

(Vi gör detta på föreläsning 7)

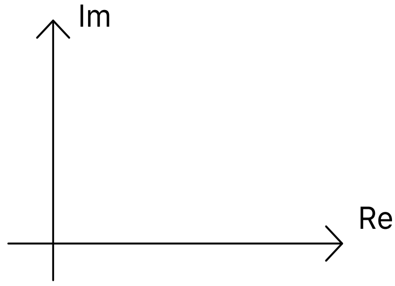
Lösningsmetoder:

1) Lös differentialekvationen på traditionellt (ibland krångligt/svårt) sätt.

2) cos/sin $\Longrightarrow$ Använd komplexvärd representation av spänningar och strömmar
$\Longrightarrow$ Enklare beräkningar!



Grafisk beskrivning av v(t) – visardiagram:



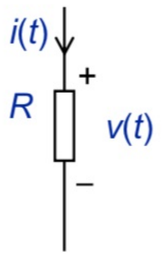
Samband, ström-spänning, för elektriska nätelement vid (co)sinusformade strömmar och spänningar

$$v(t) = \hat{V}\cos(\omega t + \varphi) = \mathrm{Re}\left\{V \cdot e^{j\omega t}\right\}, \qquad \text{där } \underline{V = \hat{V} \cdot e^{j\varphi}}$$

$$i(t) = \hat{I}\cos(\omega t + \alpha) = \mathrm{Re}\left\{I \cdot e^{j\omega t}\right\}, \qquad \text{där } \underline{I = \hat{I} \cdot e^{j\alpha}}$$

(Vinkelfrekvensen ω är här en *konstant,* inte en variabel)

R



$$\boxed{v(t) = R \cdot i(t)}$$

$$\Rightarrow \mathrm{Re}\left\{\underline{V} \cdot e^{j\omega t}\right\} = \mathrm{Re}\left\{\underline{R \cdot I} \cdot e^{j\omega t}\right\}$$

$$\Rightarrow \qquad \boxed{V = R \cdot I}$$