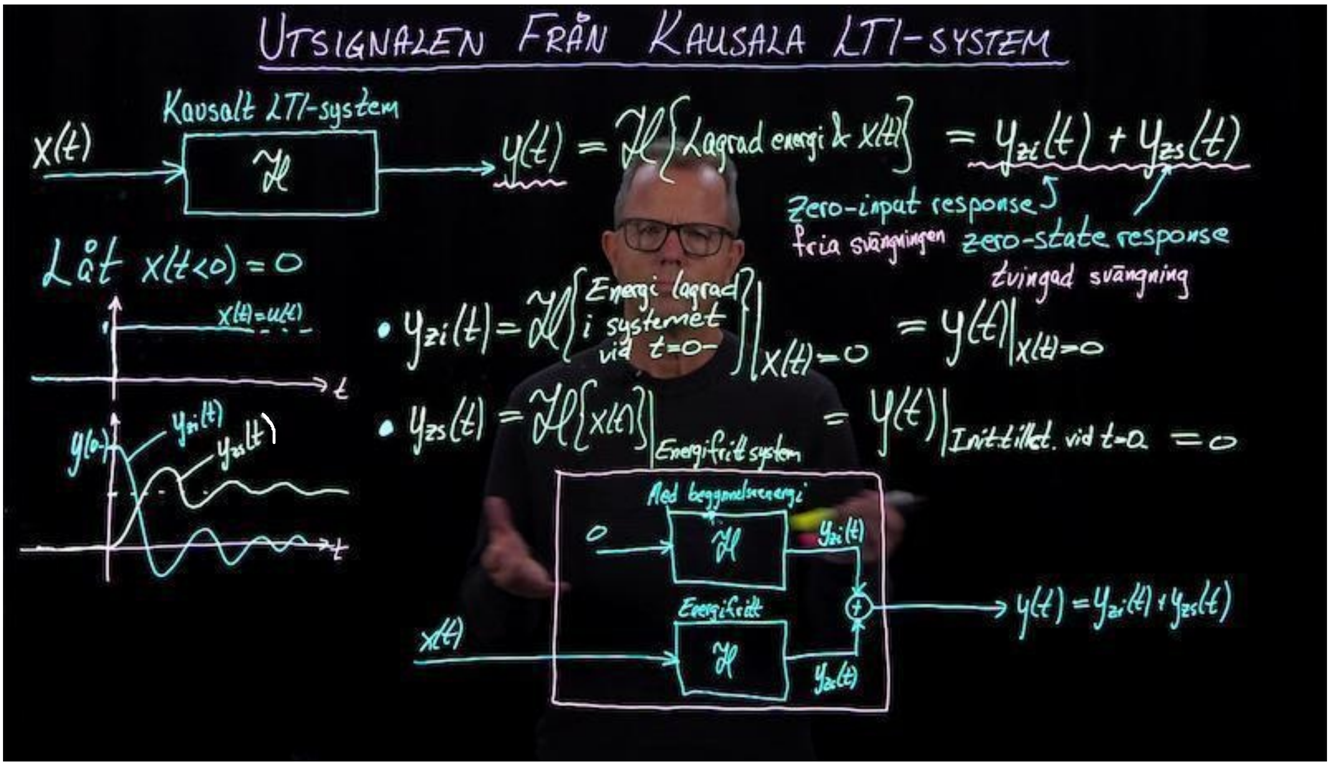
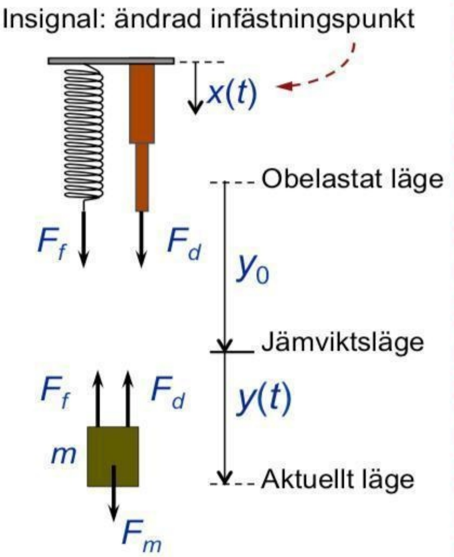



VIDEO 1

## Systemexempel 1 – Mekaniskt svängningssystem, massa i dämpad fjäder

**Svängande dämpad fjäder** – frilägg och sätt ut krafter:




Fjäderkraften $F_f = k\cdot y_{tot}(t) = k\cdot(y_0 + y(t) - x(t))$

Dämpkraften $F_d = c\cdot(y_{tot}(t))' = c\cdot(y'(t) - x'(t))$

Tyngdkraften $F_m = m\cdot g$ ($g$ = tyngdaccelerationen)

Newtons 2:a lag: $F_m - F_f - F_d = m\cdot y''(t)$

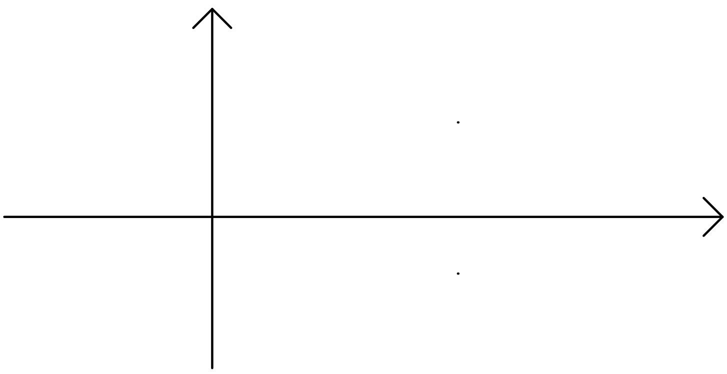
$\Rightarrow m\cdot y''(t) + c\cdot y'(t) + k\cdot y(t) = m\cdot g - k\cdot y_0 + c\cdot x'(t) + k\cdot x(t)$

Vid vila är $x=0,\ x'=0,\ y=0,\ y'=0,\ y''=0 \Rightarrow m\cdot g = k\cdot y_0$

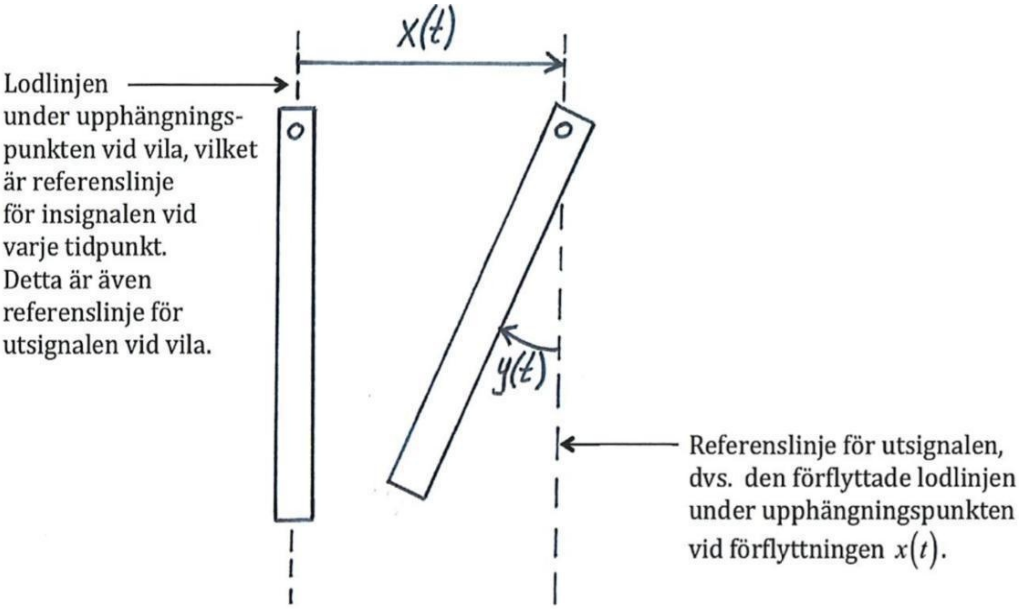
$\Rightarrow$

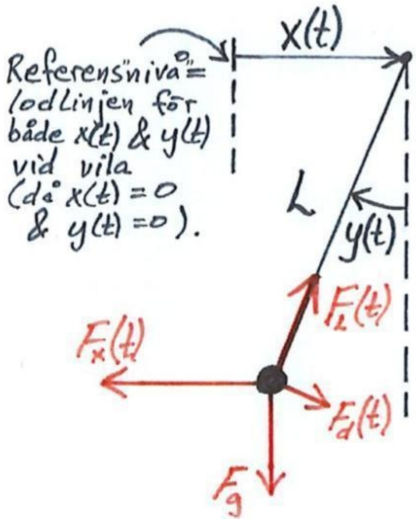
$$\boxed{m\frac{d^2y(t)}{dt^2} + c\frac{dy(t)}{dt} + k\cdot y(t) = c\frac{dx(t)}{dt} + k\cdot x(t)}$$





# Systemexempel 2 – Mekaniskt svängningssystem, pendlande linjal




Ideal modell

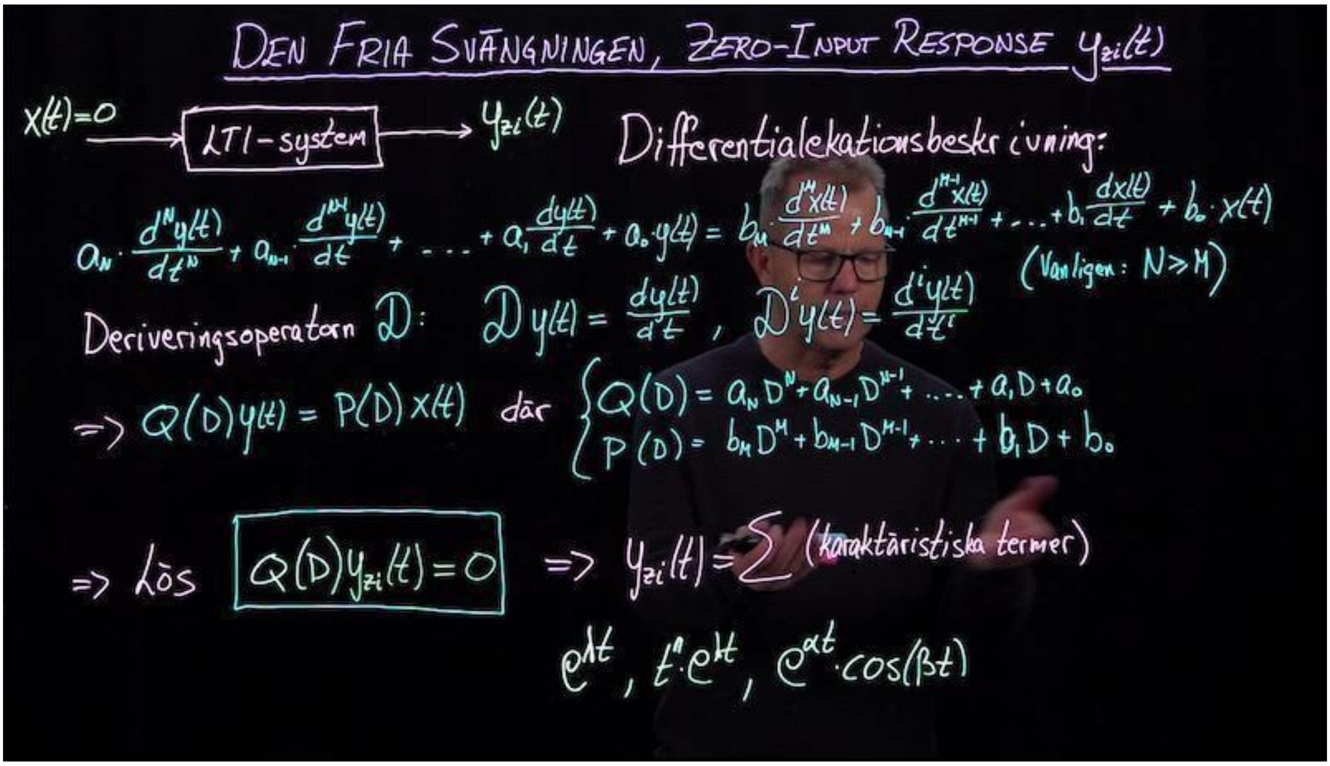
Newtons 2:a lag $\Longrightarrow$ $$y'' + \frac{c}{m}y' + \frac{g}{m}\sin(y) = \frac{\cos(y)}{L}\cdot x''$$

Icke-linjärt system, p.g.a. sin(y) och cos(y)

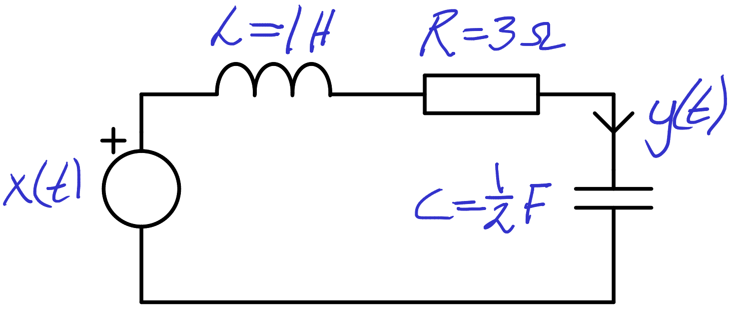
$\Longrightarrow$ Linjärisera, dvs. approximera med linjär modell:

Om vinkeln y är liten $\Longrightarrow$ $\sin(y) \approx y\,,\ \cos(y) \approx 1$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{d^2y(t)}{dt^2} + \frac{c}{m}\frac{dy(t)}{dt} + \frac{g}{L}y(t) = \frac{1}{L}\frac{d^2x(t)}{dt^2}}$$




## Exempel:



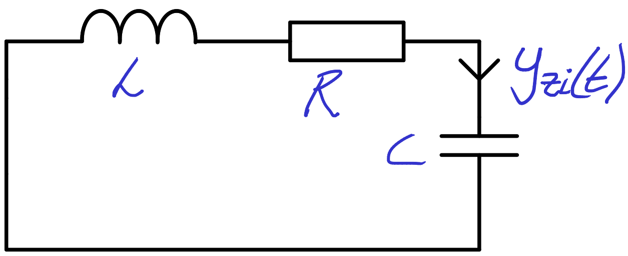

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 3\frac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = \frac{dx(t)}{dt}$$

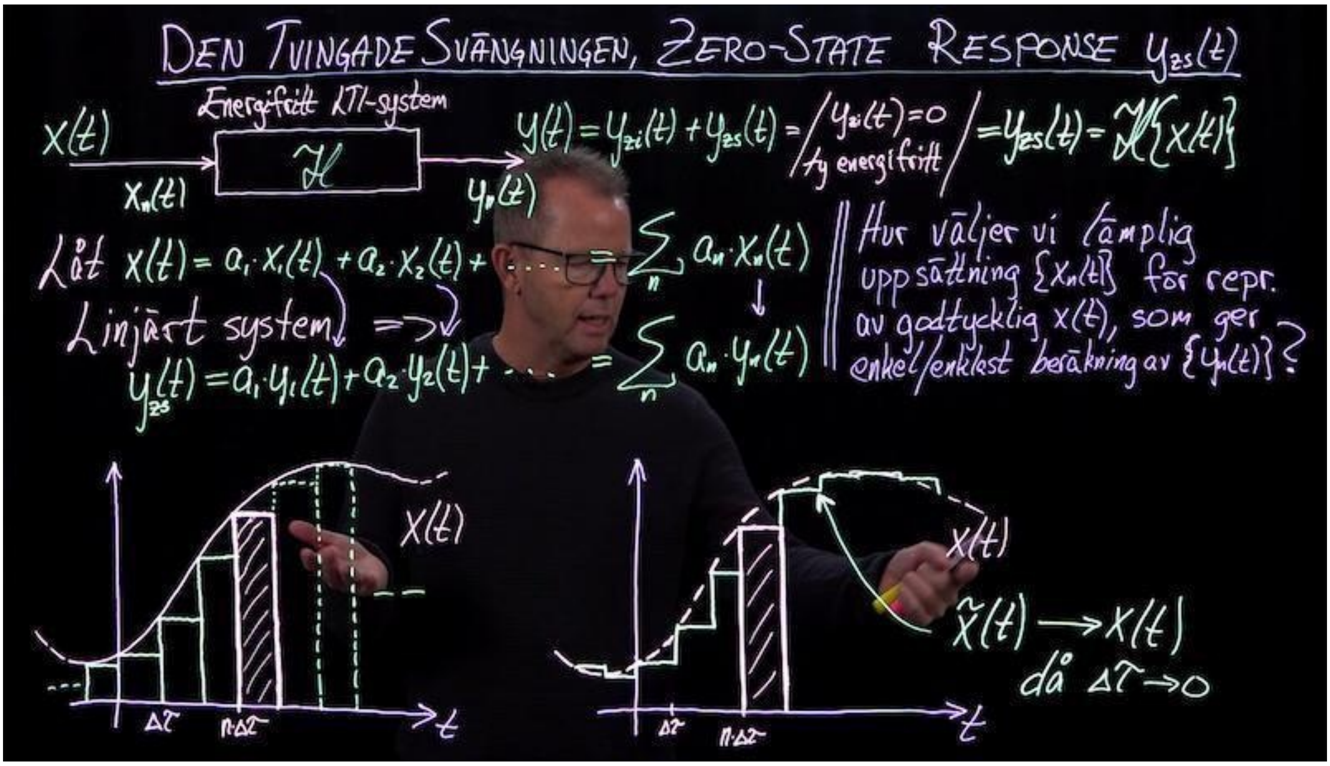
$$y(0^-) = 0, \quad y'(0^-) = -5$$

I VT2 kommer ni, i En- och flervariabelkursen, att lära er hur man löser (dvs. beräknar y(t) ) sådana här differentialekvationer!

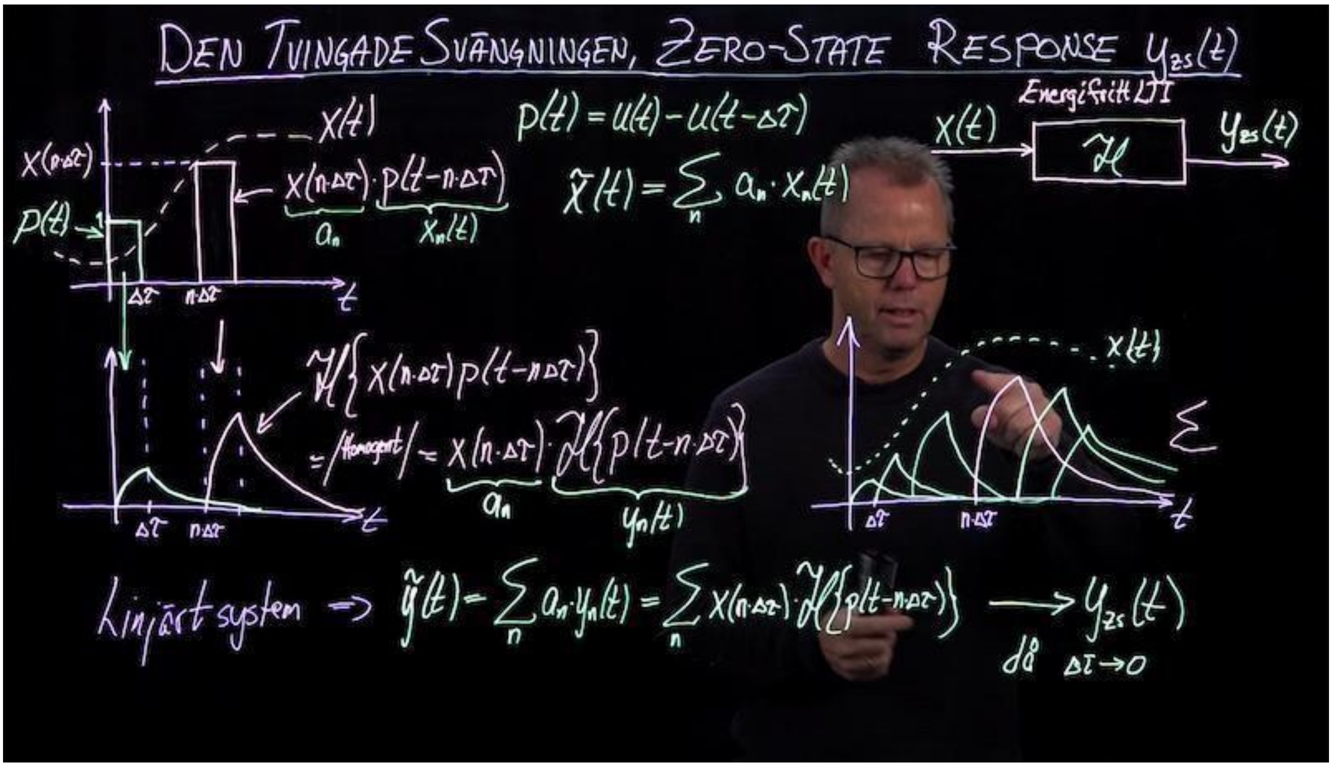
## Beräkna $y_{zi}(t)$

Ekvivalent krets då x(t)=0 :

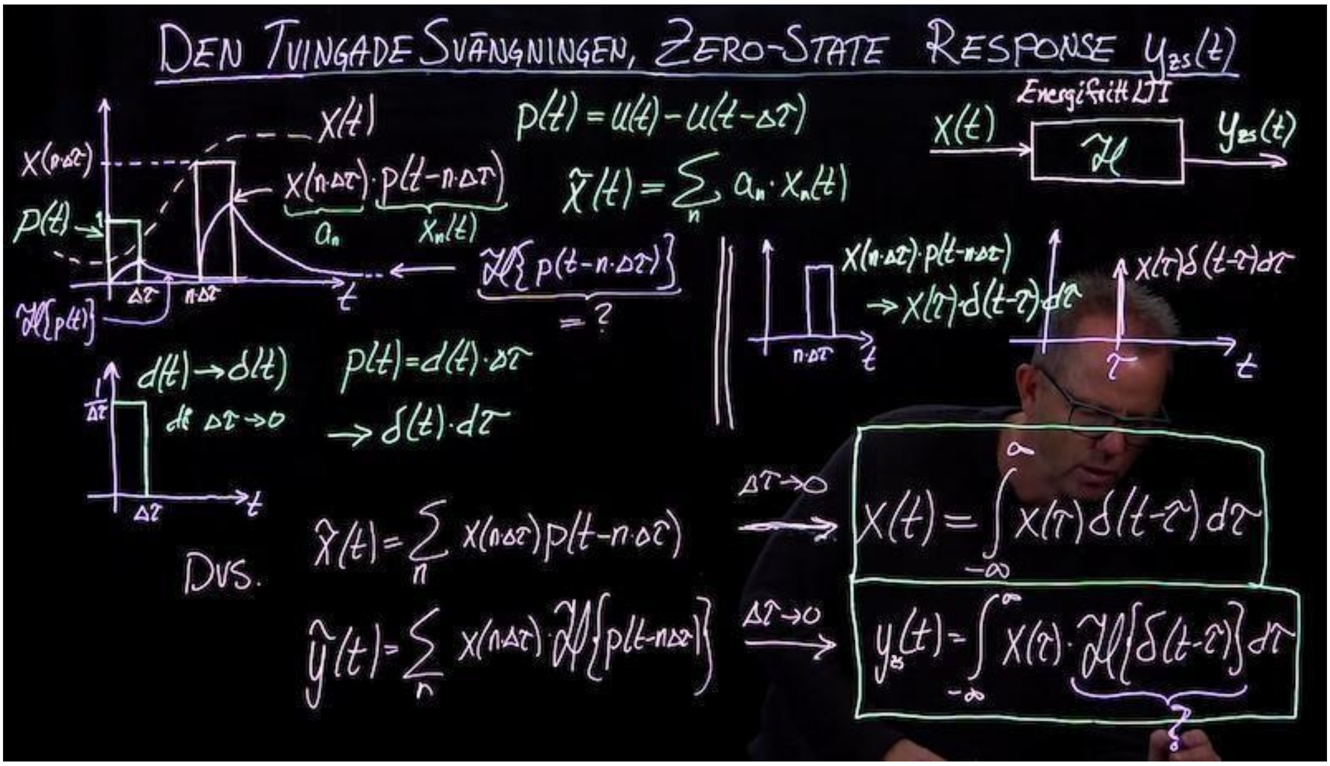




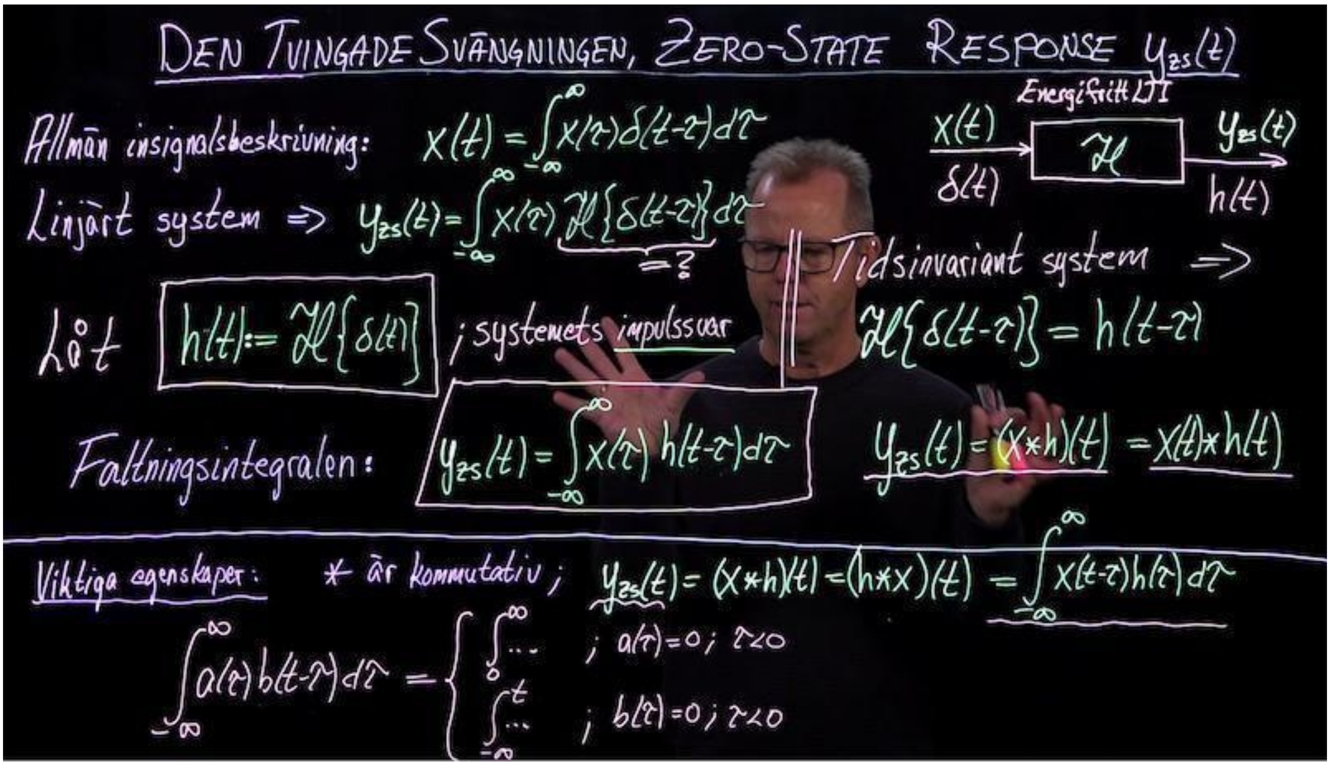

VIDEO 3.1




VIDEO 3.2




VIDEO 3.3




VIDEO 3.4

VIDEO 4.1

# Faltning

Energifritt LTI-system

$$x(t) \longrightarrow \boxed{\mathcal{H}\{\bullet\}} \longrightarrow y(t)$$

$\mathcal{H}$ = systemoperatorn; $y(t) = \mathcal{H}\{x(t)\}$

- Från def. av $\delta(t)$ följer: $x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)\delta(t-\tau)d\tau$

$$\Rightarrow \underline{y(t)} = \mathcal{H}\{x(t)\} = \mathcal{H}\left\{\int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)\delta(t-\tau)\,d\tau\right\} = /\text{Linjärt}/$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)\mathcal{H}\{\delta(t-\tau)\}\,d\tau = /\text{Tids-invariant}/ = \underline{\int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau)\,d\tau}$$



Faltningsintegralerna konvergerar garanterat om

$\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|\,dt < \infty$ och $|h(t)| < \infty$ eller $|x(t)| < \infty$ och $\int_{-\infty}^{\infty} |h(t)|\,dt < \infty$

.



TSKS06

VIDEO 4.2

$$x(t) \longrightarrow \boxed{LTI} \longrightarrow y(t) = \mathcal{H}\{x(t)\}$$

$x_1(t)$ → $y_1(t)$

$x_2(t)$ → $y_2(t)$

$a_1 x_1(t) + a_2 \cdot x_2(t)$ /Linjärt/ $a_1 \cdot y_1(t) + a_2 \cdot y_2(t)$

$\delta(t)$ → $h(t)$

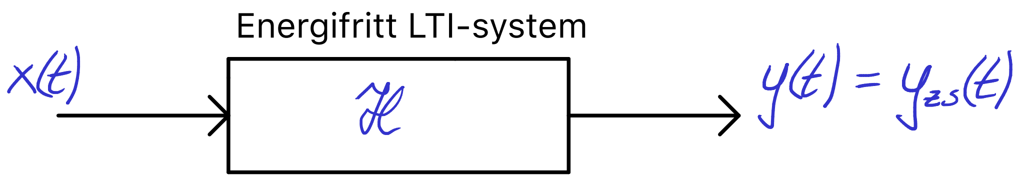
$\delta(t-\tau)$ /Tidsinvariant/ $h(t-\tau)$

$x(\tau) \cdot \delta(t-\tau)$ → $x(\tau)h(t-\tau)$

$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)\delta(t-\tau)d\tau$ /LTI/ $\boxed{y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau = (x * h)(t)}$

Slutsats efter video 3 & 4 ovan:

## Utsignalens zero-statekomponent (den tvingade svängningen):




där

$$y_{zs}(t) = (x * h)(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau)\,d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} x(t-\tau)h(\tau)\,d\tau$$

Eller $x(t) * h(t)$

Faltningsintegralen/-erna

där $h(t) = \mathcal{H}\{\delta(t)\}$ är LTI-systemets impulssvar

---

## Räkneexempel – faltning

Ett visst energifritt LTI-system har impulssvaret $h(t) = 6e^{-2t}u(t)$.

a) Beräkna systemets utsignal $y(t)$ då dess insignal är

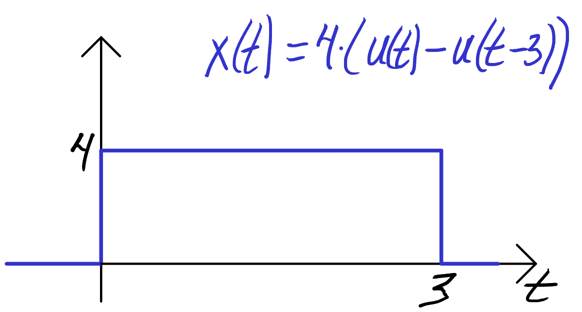
$x(t) = 4\big(u(t) - u(t-3)\big)$

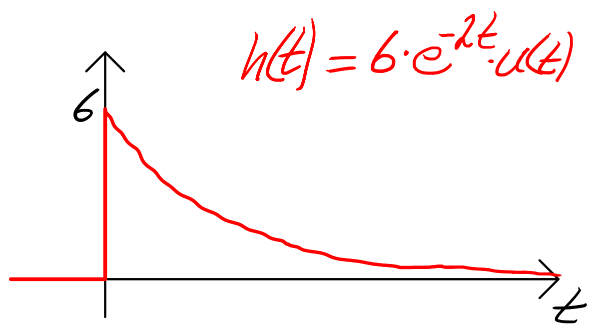
b) Beräkna systemets stegsvar $g(t)$

c) Bestäm systemets kausalitetsegenskap

d) Bestäm systemets stabilitetsegenskap

---

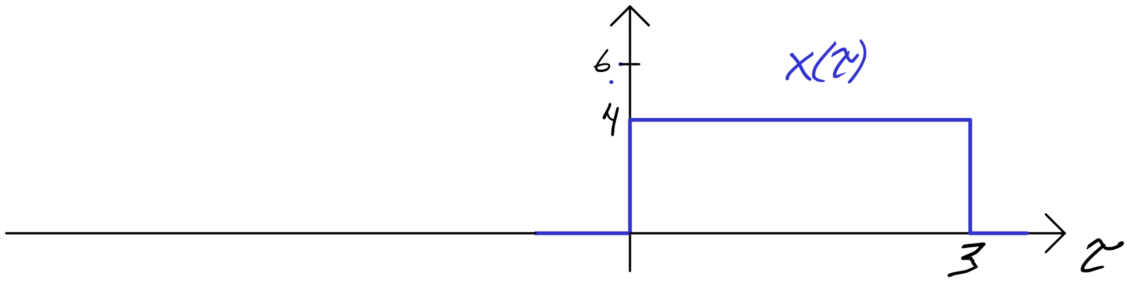


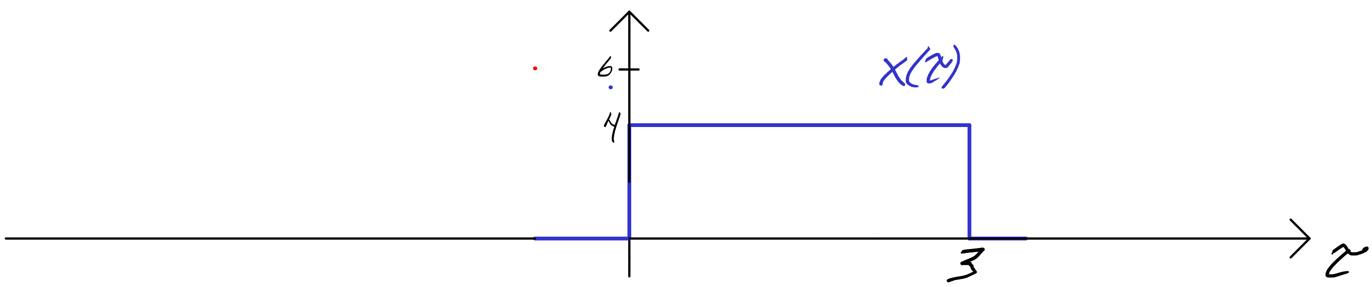



a) Beräkna systemets utsignal y(t)

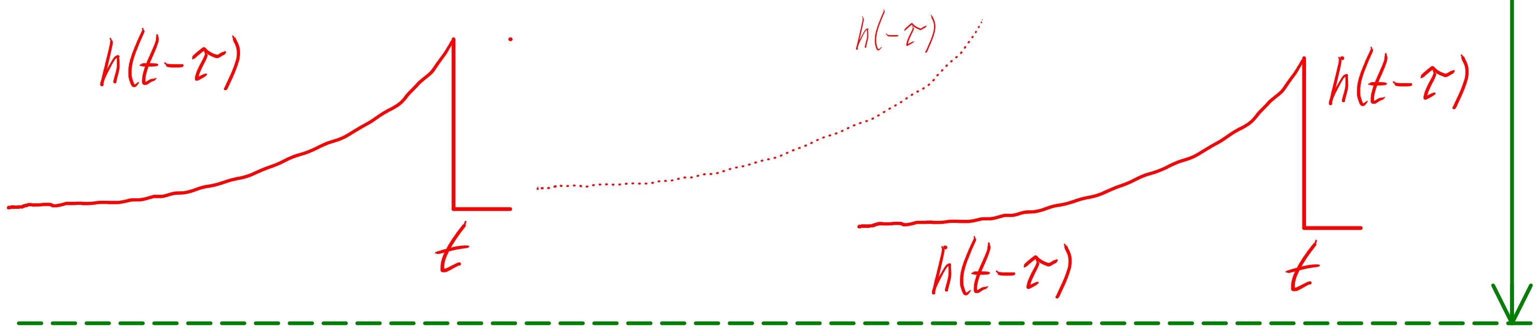
$$y_{zs}(t) = (x*h)(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau)\,d\tau$$

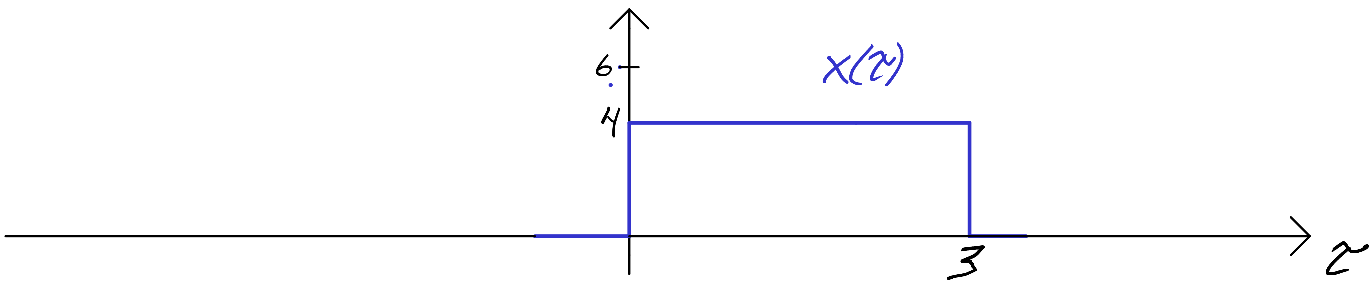
"Grafisk faltning":

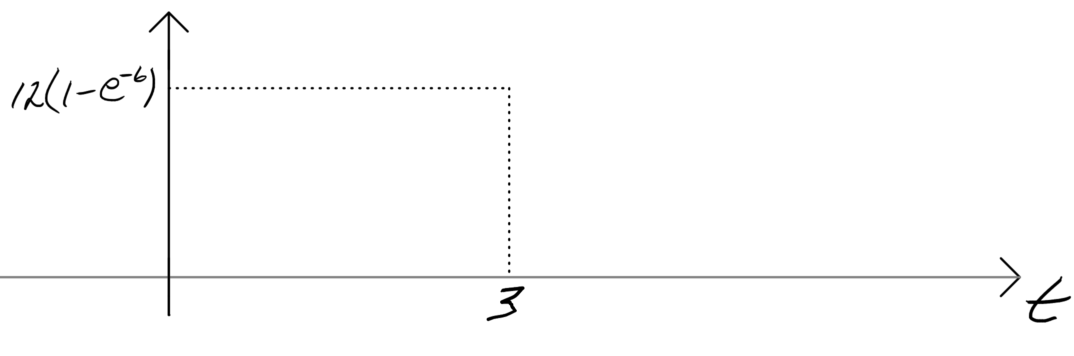


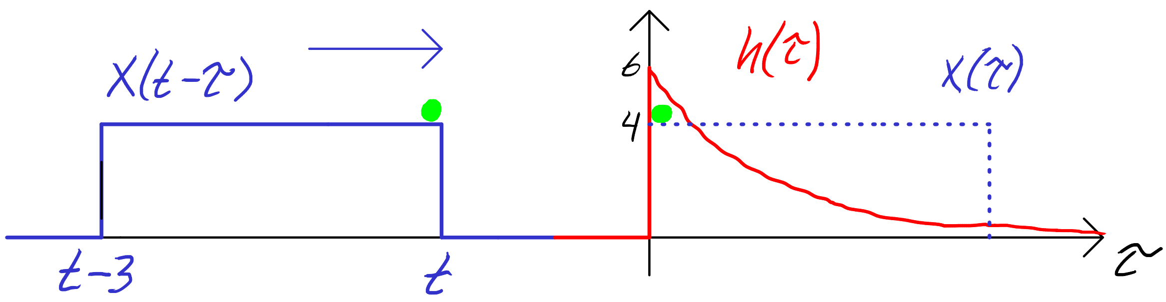
Lasses demo-material under föreläsningen – ingår ej i studentmaterialet:



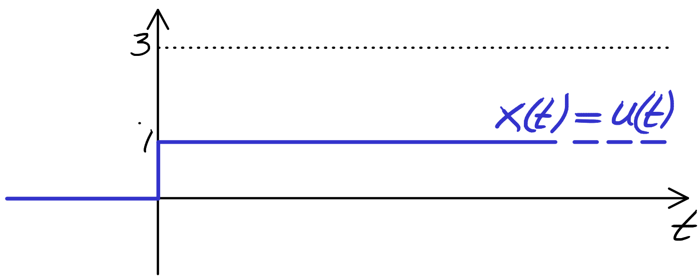



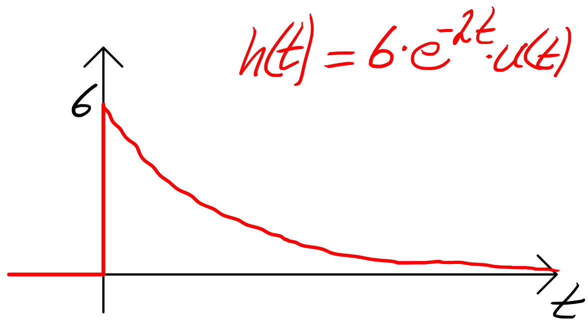
Testa själv att beräkna $y_{zs}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t-\tau)h(\tau)d\tau$ !

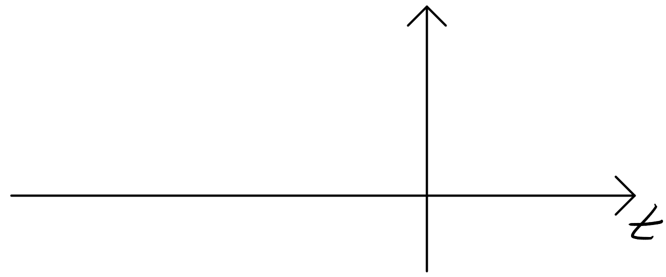



b) Beräkna systemets stegsvar g(t)

c) Bestäm systemets kausalitetsegenskap



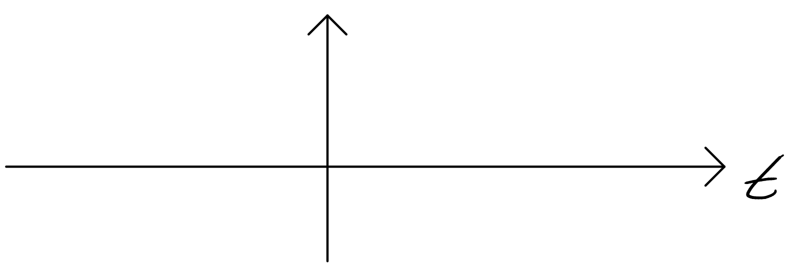

d) Bestäm systemets stabilitetsegenskap

**Stabilitet** – för **LTI-system**

**Stabilt system**:

*Varje* begränsad insignal ger upphov till en begränsad utsignal. $\Leftrightarrow$ $\boxed{\int_{-\infty}^{\infty} |h(t)|\,dt < \infty}$

Exempel på impulssvar h(t) för stabilt system:

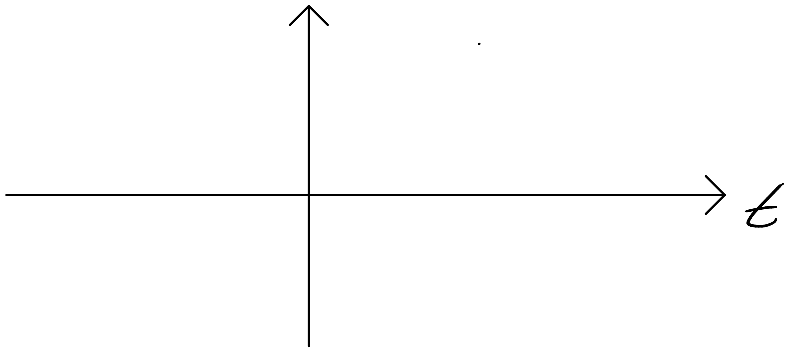


## Marginellt stabilt system:

*De flesta* begränsade insignaler ger upphov till begränsade utsignaler.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} |h(t)|\,dt \not< \infty \\ |h(t)| < \infty \quad \forall t \end{cases}$$

Exempel på impulssvar h(t) för marginellt stabilt system:

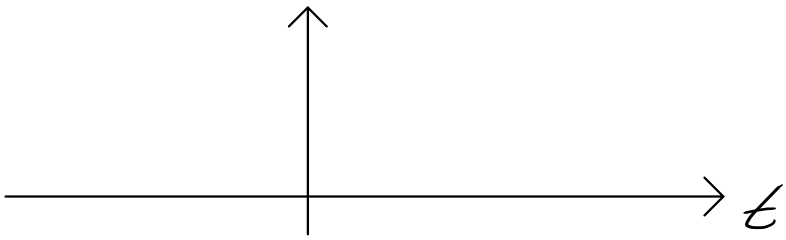



## Instabilt system:

*Ingen* begränsad nollskild insignal kan ge upphov till en begränsad utsignal.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} |h(t)|\,dt \not< \infty \\ |h(t)| \not< \infty \quad \forall t \end{cases}$$

Exempel på impulssvar h(t) för instabilt system:




d) Stabilitetsegenskap för LTI-systemet i räkneuppgiften?