

- Video 1: Faltningsteoremet och frekvensfunktionen
- Video 2: Amplitudkaraktäristik och faskaraktäristik för LTI-system
- Video 3: Fouriertransformanalys av ett LTI-system som beskrivs av en differentialekvation (räkneexempel)
- Kretsberäkningar med fouriertransformen
- Större räkneexempel – fouriertransformanalys av ett (annat) LTI-system

FALTNINGSTEOREMET & FREKVENSFUNKTIONEN $H(\omega)$

STABILT ENERGIFRITT LTI-SYSTEM

Diagram: $x(t) \rightarrow [h(t), H(\omega)] \rightarrow y(t)$

$y(t) = y_{ps}(t) + y_{zs}(t)$
 $y_{zs}(t) = (x * h)(t)$
 $Y_{zs}(\omega) = X(\omega) \cdot H(\omega)$

Antag $\int_{-\infty}^{\infty} |y_{zs}(t)| dt < \infty \Rightarrow \mathcal{F}\{y_{zs}(t)\} \exists$

$\mathcal{F}\{y_{zs}(t)\} = Y_{zs}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} y_{zs}(t) e^{-j\omega t} dt = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) h(t-\tau) e^{-j\omega t} d\tau dt$

$\lambda = t - \tau; t = \lambda + \tau; \frac{d\lambda}{d\tau} = 1; dt = d\lambda$

$= \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) \left(\int_{-\infty}^{\infty} h(\lambda) e^{-j\omega(\lambda+\tau)} d\lambda \right) d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \cdot \int_{-\infty}^{\infty} h(\lambda) e^{-j\omega\lambda} d\lambda = X(\omega) \cdot H(\omega)$

$H(\omega) = \mathcal{F}\{h(t)\} = \text{LTI-systemets frekvensfunktion}$

Faltningsteoremet: $\mathcal{F}\{a * b(t)\} = \mathcal{F}\{a(t)\} \cdot \mathcal{F}\{b(t)\} = A(\omega) \cdot B(\omega)$

VIDEO 1.1

$$x(t) = \sum_n a_n \cdot x_n(t) \xrightarrow{\text{LTI}} y_{zs}(t) = \sum_n a_n \cdot y_n(t)$$

To-per. $x(t) = \sum_n D_n \cdot e^{j\omega_n t} \xrightarrow{\text{LTI}} y_{zs}(t) = \sum_n \hat{D}_n e^{j\omega_n t}, \quad \hat{D}_n = D_n \cdot H_{n, \omega_n}$

Energisignal: $x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) e^{j\omega t} d\omega \xrightarrow{\text{LTI}} y_{zs}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} Y(\omega) e^{j\omega t} d\omega, \quad Y_{zs}(\omega) = X(\omega) \cdot H(\omega)$

FALTNINGSTEOREMET & FREKVENSFUNKTIONEN $H(\omega)$

STABILT ENERGIFRITT LTI-SYSTEM

Antag $\int_{-\infty}^{\infty} |y_{zs}(t)| dt < \infty \Rightarrow \mathcal{F}\{y_{zs}(t)\} \exists$

$\mathcal{F}\{y_{zs}(t)\} = Y_{zs}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} y_{zs}(t) e^{-j\omega t} dt =$
 $\int_{-\infty}^{\infty} \left(\int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) h(t-\tau) d\tau \right) e^{-j\omega t} dt = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) \left(\int_{-\infty}^{\infty} h(t-\tau) e^{-j\omega t} dt \right) d\tau =$
 $\int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) \left(\int_{-\infty}^{\infty} h(\lambda) e^{-j\omega(\lambda+\tau)} d\lambda \right) d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \cdot \int_{-\infty}^{\infty} h(\lambda) e^{-j\omega\lambda} d\lambda = X(\omega) \cdot H(\omega)$

$y_{zs}(t) = ?$
 $x(t) \xrightarrow{\mathcal{F}} X(\omega)$
 $h(t) \xrightarrow{\mathcal{F}} H(\omega)$
 $Y_{zs}(\omega) = X(\omega) \cdot H(\omega) \xrightarrow{\mathcal{F}^{-1}} y_{zs}(t)$
 $y_{zs}(t) = (x * h)(t)$

* Härledning av faltningsteoremet.

* Definition av frekvensfunktionen $H(\omega)$.

* Lösningssvårar för beräkning av utsignalen, i tidsdomänen eller via frekvensdomänen.

Stabilt energifritt LTI-system

$x(t) \xrightarrow{X(\omega) \text{ (om } \exists)}$

$y(t) = y_{zs}(t) = (x * h)(t)$
 $Y(\omega) = Y_{zs}(\omega) = X(\omega) \cdot H(\omega) \Rightarrow y_{zs}(t) = \mathcal{F}^{-1}\{Y_{zs}(\omega)\}$

Om LTI-systemet är stabilt $\Leftrightarrow \int_{-\infty}^{\infty} |h(t)| dt < \infty \Rightarrow H(\omega) \exists$

Stabilt LTI $\Rightarrow Y_{zs}(\omega) \exists \forall x(t)$ där $X(\omega) \exists$

Jämför: $(x * h)(t)$

$y_{zs}(t) = x(t) * h(t)$
$\hat{D}_n = D_n \cdot H_{n/\omega_0}$
$Y_{zs}(\omega) = X(\omega) \cdot H(\omega)$

Faltning i tidsdomänen

Multiplikation i frekvensdomänen

AMPLITUDKARAKTÄRISTIK & FASKARAKTÄRISTIK FÖR LTI-SYSTEM

Energifritt
stabilit LTI-system

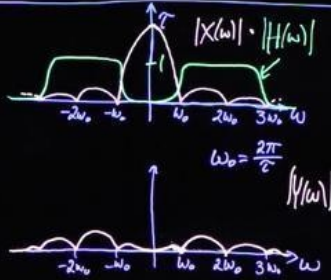
$$x(t) \rightarrow [h(t), H(\omega)] \rightarrow y(t) = y_{ss}(t) = (x * h)(t) \Rightarrow Y(\omega) = X(\omega) \cdot H(\omega)$$

$$\Rightarrow |Y(\omega)| \cdot e^{j \arg Y(\omega)} = |X(\omega)| \cdot e^{j \arg X(\omega)} \cdot |H(\omega)| \cdot e^{j \arg H(\omega)} = |X(\omega)| \cdot |H(\omega)| \cdot e^{j(\arg X(\omega) + \arg H(\omega))}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{Ut-signalens amp. spektrum} & |Y(\omega)| = |X(\omega)| \cdot |H(\omega)| : |H(\omega)| = \text{systemets amplitudkaraktäristik} \\ \text{--||-- fasspektrum} & \arg Y(\omega) = \arg X(\omega) + \arg H(\omega) : \arg H(\omega) = \text{--||-- faskaraktäristik} \end{cases}$$

Exempel:

$$x(t) = \text{rect}\left(\frac{t}{\tau}\right)$$



$$|Y(\omega)|^2 = |X(\omega)|^2 \cdot |H(\omega)|^2$$

↑ ↑
Energispektra

Energiöverföringsfunktion

- * Amplitudkaraktäristiken $|H(\omega)|$ och faskaraktäristiken $\arg H(\omega)$ för LTI-system.
- * Energispektrum för en signal & energiöverföringsfunktionen för LTI-system.

Fouriertransformanalys av LTI-system beskrivet av en differentialekvation

EXEMPEL

Stabilt LTI-system

$$x(t) \rightarrow \boxed{\frac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = \frac{dx(t)}{dt}} \rightarrow y(t)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} |h(t)| dt < \infty \Rightarrow \mathcal{F}\{h(t)\} \exists$$

$$h(t) = y(t) \text{ då } x(t) = \delta(t)$$

- Beräkna systemets frekvensfunktion $H(\omega)$.
- Skissera systemets amplitudkaraktäristik $|H(\omega)|$ och ange vilken typ av frekvensselektivt filter som systemet utgör.
- Beräkna & skissera systemets impulsvar $h(t)$.
- Ange systemets kausalitetsegenskap.

Ett räkneexempel: För ett LTI-system, där förhållandet mellan utsignalen och insignalen beskrivs av en differentialekvation, så visas följande för LTI-systemet.

- Beräkna systemets frekvensfunktionen $H(\omega)$.

Fouriertransformanalys av LTI-system beskrivet av en differentialekvation

EXEMPEL

Stabilt LTI-system

$$x(t) \rightarrow \boxed{\frac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = \frac{dx(t)}{dt}} \rightarrow y(t)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{F}\left\{\frac{dy(t)}{dt} + 2y(t)\right\} &= \mathcal{F}\left\{\frac{dx(t)}{dt}\right\} \\ \Rightarrow \mathcal{F}\left\{\frac{dy(t)}{dt}\right\} + 2 \mathcal{F}\{y(t)\} &= \mathcal{F}\left\{\frac{dx(t)}{dt}\right\} \end{aligned}$$

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

$$\frac{dx(t)}{dt} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) \frac{d}{dt}(e^{j\omega t}) d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} j\omega X(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

$$\frac{d^n x(t)}{dt^n} \Leftrightarrow (j\omega)^n X(\omega)$$

- Beräkna systemets frekvensfunktion $H(\omega)$.
- Skissera systemets amplitudkaraktäristik $|H(\omega)|$ och ange vilken typ av frekvensselektivt filter som systemet utgör.
- Beräkna & skissera systemets impulsvar $h(t)$.
- Ange systemets kausalitetsegenskap.

Fouriertransformanalys av LTI-system beskrivet av en differentialekvation

EXEMPEL

Stabilt LTI-system

$$x(t) \rightarrow \frac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = \frac{dx(t)}{dt} \rightarrow y(t)$$

a)

$$\mathcal{F}\left\{\frac{dy(t)}{dt} + 2y(t)\right\} = \mathcal{F}\left\{\frac{dx(t)}{dt}\right\}$$

$$\Rightarrow \underbrace{\mathcal{F}\left\{\frac{dy(t)}{dt}\right\}}_{j\omega \cdot Y(\omega)} + 2 \underbrace{\mathcal{F}\{y(t)\}}_{Y(\omega)} = \underbrace{\mathcal{F}\left\{\frac{dx(t)}{dt}\right\}}_{j\omega \cdot X(\omega)}$$

$$\Rightarrow (j\omega + 2) \underbrace{Y(\omega)}_{H(\omega)} = j\omega \underbrace{X(\omega)}_{=1}$$

$$\Rightarrow H(\omega) = \frac{j\omega}{2 + j\omega}$$

- Beräkna systemets frekvensfunktion $H(\omega)$.
- Skissera systemets amplitudkaraktäristik $|H(\omega)|$ och ange vilken typ av frekvensselektivt filter som systemet utgör.
- Beräkna & skissera systemets impulssvar $h(t)$.
- Ange systemets kausalitetsegenskap.

$$y_{zs}(t) = (x * h)(t) \Rightarrow h(t) = y_{zs}(t) \text{ d} \ddot{a} \ x(t) = \delta(t)$$

$$Y_{zs}(\omega) = \underbrace{X(\omega)}_{=1} \cdot H(\omega) \Rightarrow H(\omega) = Y_{zs}(\omega) \text{ d} \ddot{a} \ X(\omega) = 1$$

$$Y_{zs}(\omega) = X(\omega) \cdot H(\omega) \Rightarrow H(\omega) = \frac{Y_{zs}(\omega)}{X(\omega)} = \frac{j\omega}{2 + j\omega}$$

Fouriertransformanalys av LTI-system beskrivet av en differentialekvation

EXEMPEL

Stabilt LTI-system

$$x(t) \rightarrow \frac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = \frac{dx(t)}{dt} \rightarrow y(t)$$

$$a) H(\omega) = \frac{j\omega}{2 + j\omega}$$

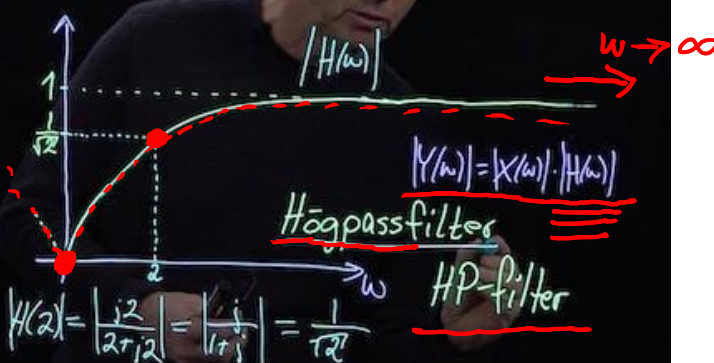
$$b) |H(\omega)| = \left| \frac{j\omega}{2 + j\omega} \right| = \frac{|\omega|}{\sqrt{2^2 + \omega^2}}$$

$$H(0) = \frac{j0}{2 + j0} = 0$$

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} |H(\omega)| = \lim_{\omega \rightarrow \infty} \left| \frac{1}{\frac{2}{j\omega} + 1} \right| = \frac{1}{0 + 1} = 1$$

Tvärre: ordn. = 1 : ω ; re = im i nämnaren
 $\Rightarrow \omega = 2 \text{ rad/s}$

- Beräkna systemets frekvensfunktion $H(\omega)$.
- Skissera systemets amplitudkaraktäristik $|H(\omega)|$ och ange vilken typ av frekvensselektivt filter som systemet utgör.
- Beräkna & skissera systemets impulssvar $h(t)$.
- Ange systemets kausalitetsegenskap.



b) Skissera systemets amplitudkaraktäristik $|H(\omega)|$ och ange filtertyp.

$$H(-\omega) = H^*(\omega)$$

Filtertyper:

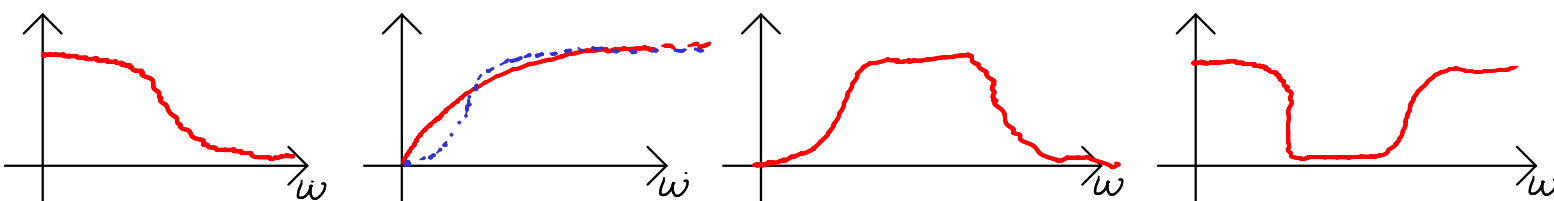
$$|H(\omega)|$$

Lågpassfilter

Högpassfilter

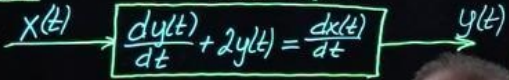
Bandpassfilter

Bandspärrfilter

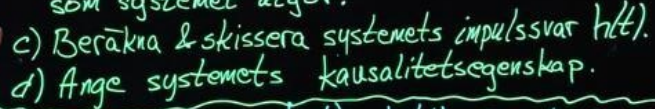


EXEMPEL

Stabilität LT-system



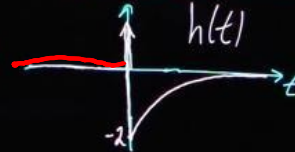
- Beräkna systemets frekvensfunktion $H(\omega)$.
- Skissera systemets amplitudkaraktäristik $|H(\omega)|$ och ange vilken typ av frekvensselektivt filter som systemet utgör.
- Beräkna & skissera systemets impulssvar $h(t)$.
- Ange systemets kausalitetsegenskap.



$$H(\omega) = j\omega \cdot \frac{1}{2+j\omega} \Rightarrow$$

d) $h(t) = 0; t < 0$
 $\Rightarrow$ Systemet är kausalt

$$\Rightarrow \underline{h(t) = \delta(t) - 2 \cdot e^{-2t} \cdot u(t)}$$



- c) Beräkna och skissera systemets impulssvar $h(t)$.
d) Ange systemets kausalitetsegenskap.

Kretsberäkningar, linjära **RLC**-nät

(för passiva kretselement och fouriertransformerbara källor)

Metodik: Använd **$j\omega$ -metoden** för beräkning av godtycklig spänning/ström $y(t)$
(begynnelsevillkor $\neq 0$, dvs. ev. lagrad energi i L & C , kan *inte* hanteras)

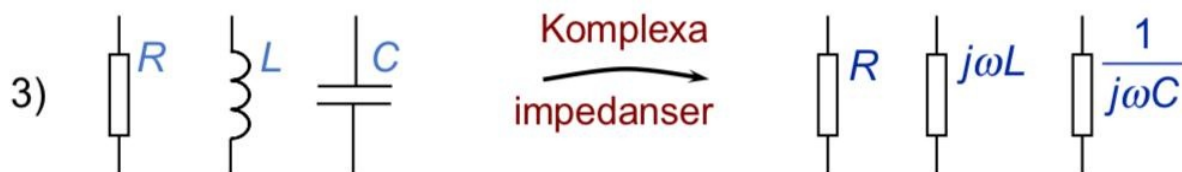
Steg 1–3 = Gör om nätet till ekvivalent **komplexschema**

$$E = E_0 \cdot e^{j\varphi}$$



Tidigare:
 $e(t) = E_0 \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi)$

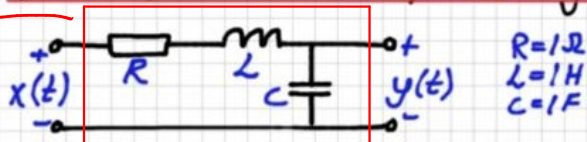
$\Rightarrow$



4) Likströmsteori $\Rightarrow$ Sökt storhets fouriertransform ($Y(\omega)$)

5) Inverstransformera $\Rightarrow$ Sökt storhets tidsuttryck ($y(t) = \mathcal{F}^{-1}\{ Y(\omega) \}$)

(Större) Räkneexempel – Systemanalys med Fouriertransformen



a) Beräkna/bestämt LTI-systemets

- frekvensfunktion $H(\omega)$
- impulssvar $h(t)$, samt skissera detta
- kausalitetsgenskap & stabilitetsgenskap
- systembeskrivande differentialekvation
- ordning
- amplitudkaraktäristik $|H(\omega)|$

b) Skissera amplitudkaraktäristiken och ange/motivera vilken typ av frekvensselektivt filter (LP, BP, HP osv.) det elektriska systemet utgör.

c) Beräkna utsignalen $y_1(t)$

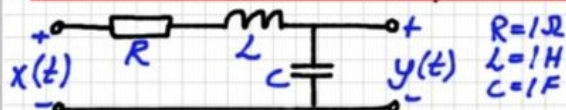
dä insignalen är
 $x_1(t) = 3 \cdot e^{-2t} u(t)$ [V]
 och systemet är energifritt.

d) Beräkna utsignalen $y_2(t)$

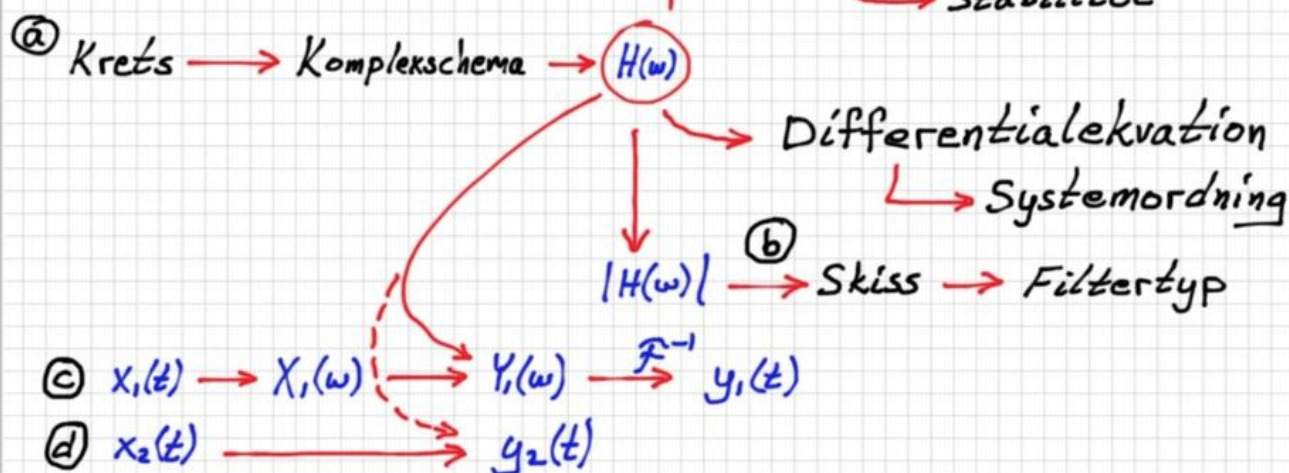
dä insignalen är
 $x_2(t) = 4 + 3 \cos(2t + \frac{3\pi}{4})$ [V]

Lösningen stegas fram och och gås igenom steg för steg i en särskild app. Vi bör hinna med åtminstone halva deluppgift a) under denna föreläsning – resten av a) samt b), c) & d) gås igenom under nästa föreläsning.

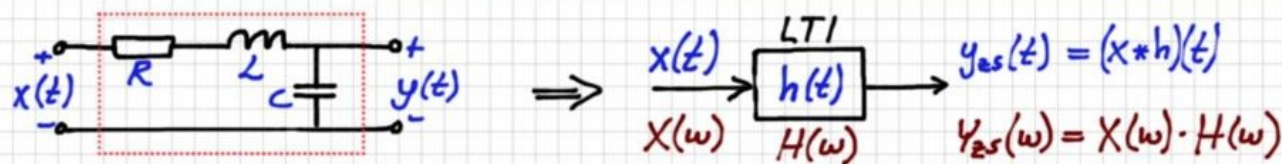
(Större) Räkneexempel – Systemanalys med Fouriertransformen



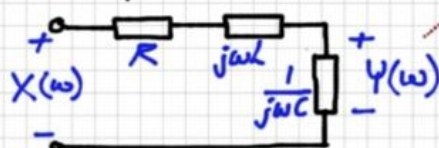
Lösningsgång:



(Större) Räkneexempel – Systemanalys med fouriertransformen



a) Komplexschema:



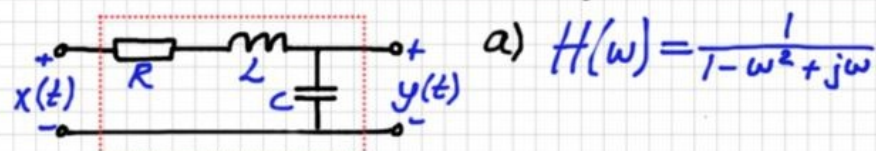
Spänningsdelning $\Rightarrow$

$$Y(\omega) = X(\omega) \cdot \frac{\frac{1}{j\omega C}}{\frac{1}{j\omega C} + (R + j\omega L)}$$

$$\Rightarrow \underline{H(\omega) = \frac{Y(\omega)}{X(\omega)} = \frac{1}{1 + j\omega RC + j^2 \omega^2 LC} = \frac{1}{1 - \omega^2 + j\omega}}$$

$$R=1\Omega, L=1H, C=1F$$

(Större) Räkneexempel – Systemanalys med fouriertransformen



$$h(t) = ? \quad h(t) = \mathcal{F}^{-1}\{H(\omega)\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad \text{Svår att beräkna här!}$$

Sök istället transformpar i formelsamlingen!

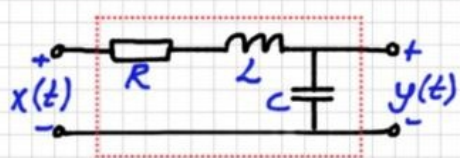
$$\text{Nämnen i } H(\omega): (j\omega)^2 + j\omega + 1 = (j\omega + \frac{1}{2})^2 + (\frac{\sqrt{3}}{2})^2$$

$$\text{Formels. Tab. 3:11} \Rightarrow e^{-at} \sin(\omega_0 t) u(t) \Leftrightarrow \frac{\omega_0}{(a + j\omega)^2 + \omega_0^2}$$

$$\text{Här: } \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ \omega_0 = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ rad/s} \end{cases}$$

$$\text{Dvs. } H(\omega) = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{(j\omega + \frac{1}{2})^2 + (\frac{\sqrt{3}}{2})^2} \Rightarrow \underline{h(t) = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot e^{-\frac{t}{2}} \sin(\frac{\sqrt{3}}{2} t) u(t)}$$

(Större) Räkneexempel – Systemanalys med fouriertransformen



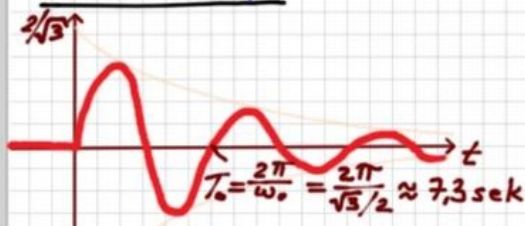
$$a) H(\omega) = \frac{1}{1 - \omega^2 + j\omega}$$

$$\text{Formels. Tab. 3:11} \Rightarrow e^{-at} \sin(\omega_0 t) u(t) \Leftrightarrow \frac{\omega_0}{(a + j\omega)^2 + \omega_0^2}$$

$$\text{Här: } \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ \omega_0 = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ rad/s} \end{cases}$$

$$\text{Dvs. } H(\omega) = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{(j\omega + \frac{1}{2})^2 + (\frac{\sqrt{3}}{2})^2} \Rightarrow \underline{h(t) = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot e^{-\frac{t}{2}} \sin(\frac{\sqrt{3}}{2} t) u(t)}$$

Skissera $h(t)$:

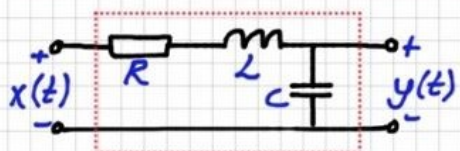


• $h(t) = 0$ för $t < 0 \Rightarrow$ Systemet är kausalt

$$\bullet \int_{-\infty}^{\infty} |h(t)| dt \left(= \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{1/2} = \frac{4}{\sqrt{3}} \right) < \infty$$

$\Rightarrow$ Systemet är stabil

(Större) Räkneexempel – Systemanalys med fouriertransformen



$$a) H(\omega) = \frac{1}{1 - \omega^2 + j\omega}$$

$$h(t) = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot e^{-\frac{t}{2}} \sin(\frac{\sqrt{3}}{2} t) u(t)$$

Kausalt &
stabil
LTI-system

Differentialekvationsbeskrivning?

$$H(\omega) = \frac{Y(\omega)}{X(\omega)} = \frac{1}{(j\omega)^2 + j\omega + 1} \Rightarrow (j\omega)^2 Y(\omega) + j\omega Y(\omega) + Y(\omega) = X(\omega)$$

$$\mathcal{F}^{-1}\{Y\} = \mathcal{F}^{-1}\{H X\}, \text{ med } \frac{d^n y(t)}{dt^n} \Leftrightarrow (j\omega)^n Y(\omega) \Rightarrow$$

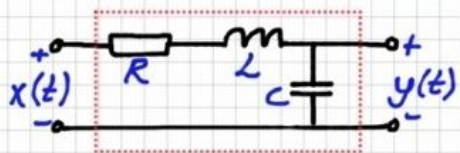
$$\boxed{\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = x(t)}$$

Systemets ordning =

differentialekvationens ordning = 2

(= antalet reaktiva nätelement, L & C)

(Större) Räkneexempel – Systemanalys med fouriertransformen



a) $H(\omega) = \frac{1}{1 - \omega^2 + j\omega}$
 $h(t) = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot e^{-\frac{t}{2}} \sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t\right) u(t)$
 $\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = x(t)$

Kausalt &
 stabilt
 LTI-system
 Ordning = 2

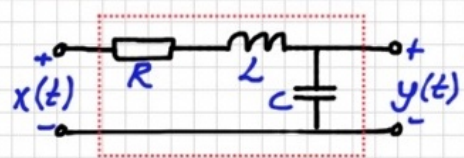
Beräkna systemets amplitudkaraktäristik $|H(\omega)|$

$$\underline{|H(\omega)| = \left| \frac{1}{1 - \omega^2 + j\omega} \right| = \frac{1}{\sqrt{(1 - \omega^2)^2 + \omega^2}}}$$

Lösning av deluppgifterna ~~b)~~, c) & d) kommer under nästa föreläsning!

Vi hann även med deluppgift b) på denna föreläsning – se nästa sida!

(Större) Räkneexempel – Systemanalys med fouriertransformen



$$a) H(\omega) = \frac{1}{1 - \omega^2 + j\omega}$$

Kausalt &
stabilt
LTI-system

$$h(t) = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot e^{-\frac{t}{2}} \sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t\right) u(t)$$

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = x(t)$$

Ordning = 2

$$|H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{(1-\omega^2)^2 + \omega^2}}$$

b) Skissera $|H(\omega)|$ och ange filtertyp.

$$1) H(0) = \frac{1}{1-0^2+j0} = 1$$

$$2) \lim_{\omega \rightarrow \infty} |H(\omega)| = \lim_{\omega \rightarrow \infty} \left| \frac{\frac{1}{\omega^2}}{\frac{1}{\omega^2} - 1 + j\frac{1}{\omega}} \right| = \frac{0}{1} = 0$$

$$3) |H(1)| = \left| \frac{1}{0+j} \right| = 1$$

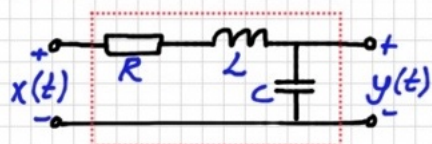
Beräkna exakt

- 1) För $\omega=0$ 2) Då $\omega \rightarrow \infty$
3) För minst ett annat intressant/
lämpligt ω .

Tumregel, systemordning 2:

Välj det ω för vilket $\text{Re}\{\text{nämaren i } H(\omega)\} = 0 \Rightarrow 1 - \omega^2 = 0 \Rightarrow \omega = (\pm) 1 \text{ rad/s}$

(Större) Räkneexempel – Systemanalys med fouriertransformen



$$a) H(\omega) = \frac{1}{1 - \omega^2 + j\omega}$$

Kausalt &
stabilt
LTI-system

$$h(t) = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot e^{-\frac{t}{2}} \sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t\right) u(t)$$

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = x(t)$$

Ordning = 2

$$|H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{(1-\omega^2)^2 + \omega^2}}$$

b) Skissera $|H(\omega)|$ och ange filtertyp.

$$1) H(0) = \frac{1}{1-0^2+j0} = 1$$

$$2) \lim_{\omega \rightarrow \infty} |H(\omega)| = \lim_{\omega \rightarrow \infty} \left| \frac{\frac{1}{\omega^2}}{\frac{1}{\omega^2} - 1 + j\frac{1}{\omega}} \right| = \frac{0}{1} = 0$$

$$3) |H(1)| = \left| \frac{1}{0+j} \right| = 1$$



LP-filter! (Examinatorn motiverar muntligen)