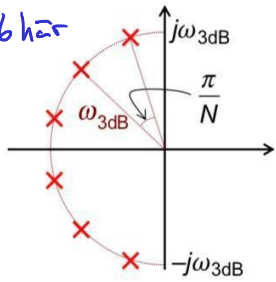


## Butterworthfilter – (Amplitudnormerat LP-filter)

$N$  poler hos  $H(s)$  längs en halvcirkel ( $n$  i kursboken):

$N=6$  här

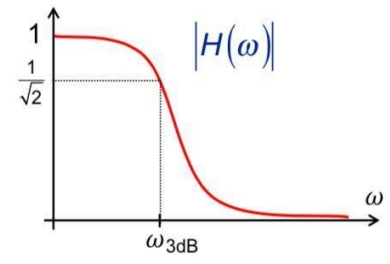


Poler:

$$p_k = \omega_{3dB} \cdot e^{j\left(\frac{\pi}{2} - \frac{1}{2N} + k \cdot \frac{\pi}{N}\right)} = \omega_{3dB} \cdot e^{j\left(\frac{2k+N-1}{2N}\right)\pi}$$

$$k = 1, 2, 3, \dots, N$$

$\omega_{3dB}$  = 3 dB-gränsvinkelfrekvensen  
( $\omega_p$  i formelsamlingen)



$$H(s) = \frac{(\omega_{3dB})^N}{s^N + a_1 s^{N-1} + \dots + a_{N-1} s + (\omega_{3dB})^N}$$

$a_i$  erhålls vanligen från tabell eller genom utveckling av  $(s-p_1)(s-p_2)\dots(s-p_N)$

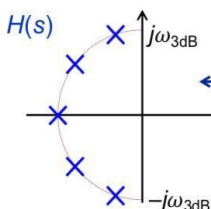
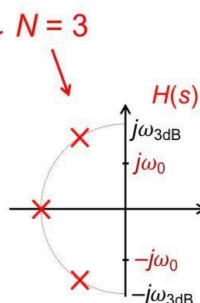
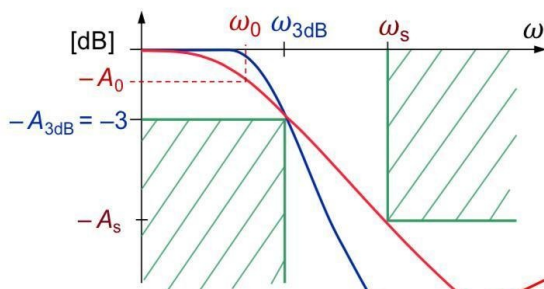
$$|H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_{3dB}}\right)^{2N}}}$$

Formelsamlingen:  $p_k = \omega_p \cdot e^{j\left(\frac{1+k}{2N}\right)\frac{\pi}{2}}$ ,  $k = 1, 3, 5, \dots, 2N-1$   
(Olika sätt att beskriva och numrera polpositionerna.)

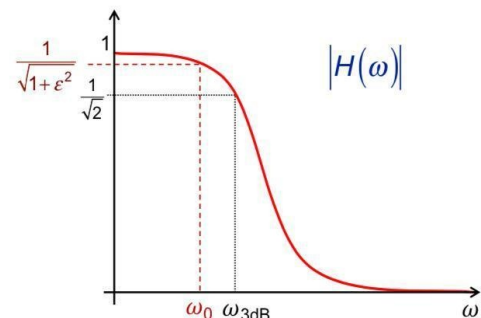
$$\begin{aligned} |H(\omega_{3dB})| &= \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega_{3dB}}{\omega_{3dB}}\right)^{2N}}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{1+1}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

## Amplitudkaraktärstiken i dB-skala

$$|H(\omega)|_{dB} = 20 \cdot 10 \log |H(\omega)|$$



Butterworthfilter ger bästa möjliga passbands-approximation



$$A_0 = 20 \cdot 10 \log \sqrt{1 + \epsilon^2} \text{ dB dämpning}$$

vid  $\omega_0 = \omega_{3dB} \cdot \epsilon^{1/N}$

Kursboken: Gränsvinkelfrekvensen =  $\omega_0$  oavsett dämpning där.

Här gör jag detsamma, men det är tydligare att använda  $\omega_{3dB}$  eftersom vi i kursen bara fokuserar på 3 dB-gränsvinkelfrekvens för alla filter.

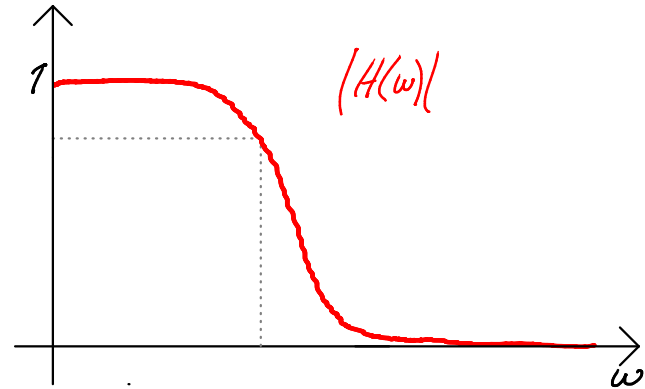
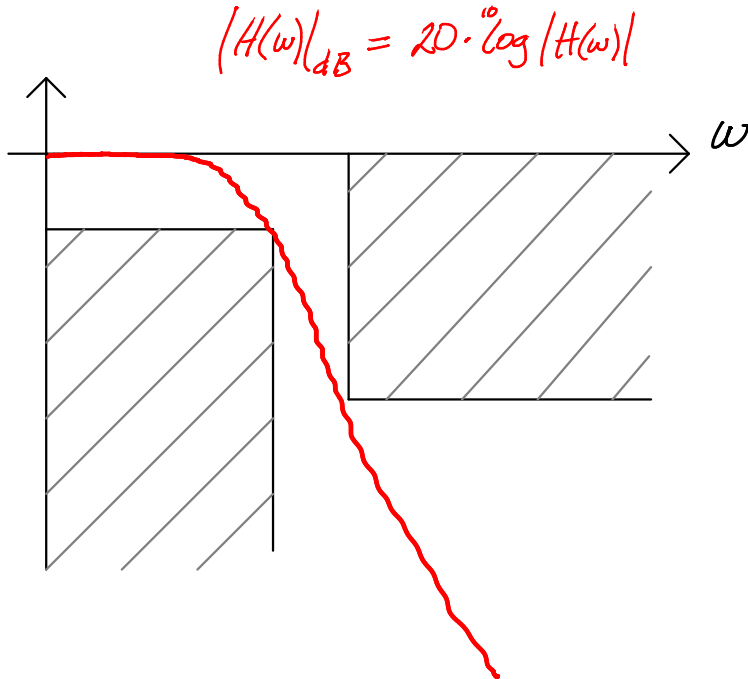
(Notera igen att  $\omega_{3dB}$  betecknas  $\omega_p$  i formelsamlingen)

## Räkneexempel, Butterworthfilter med dämpningskrav enligt föregående sida:

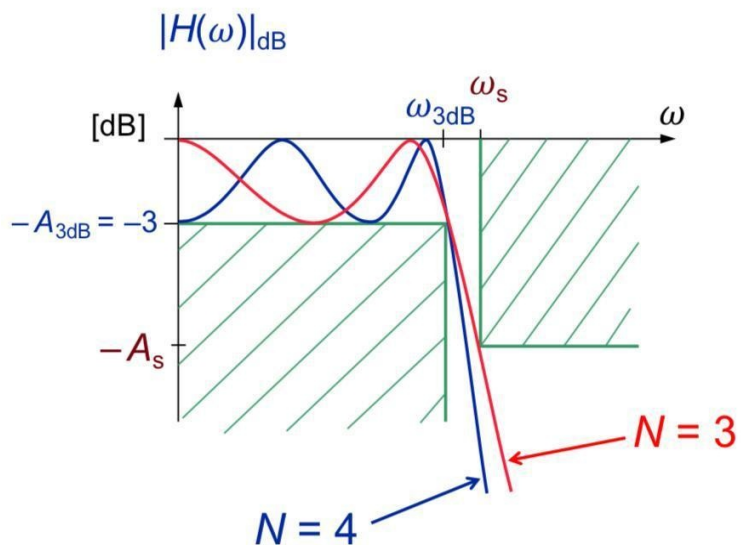
Vi önskar designa ett amplitudnormerat butterworthfilter av lågpasstyp,  
med 3dB-gränsvinkelfrekvens 30 rad/s  
Dämpningen för vinkelfrekvenser  $\geq 40$  rad/s ska vara minst 10 dB.

- Bestäm filtrets lägsta gradtal
- Rita pol-nollställediagrammet för filtrets systemfunktion  $H(s)$ .

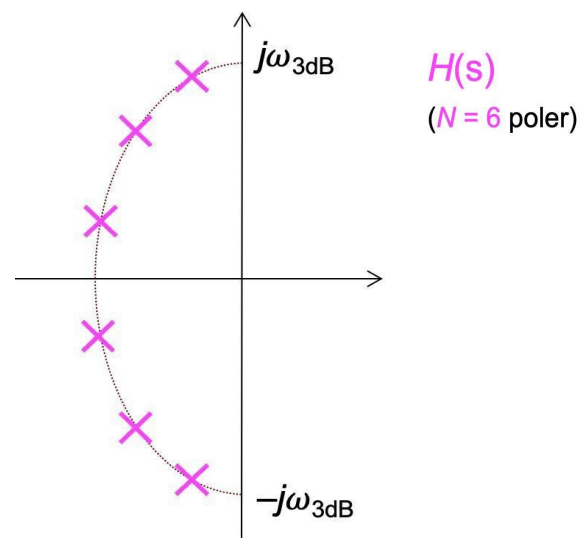
a)



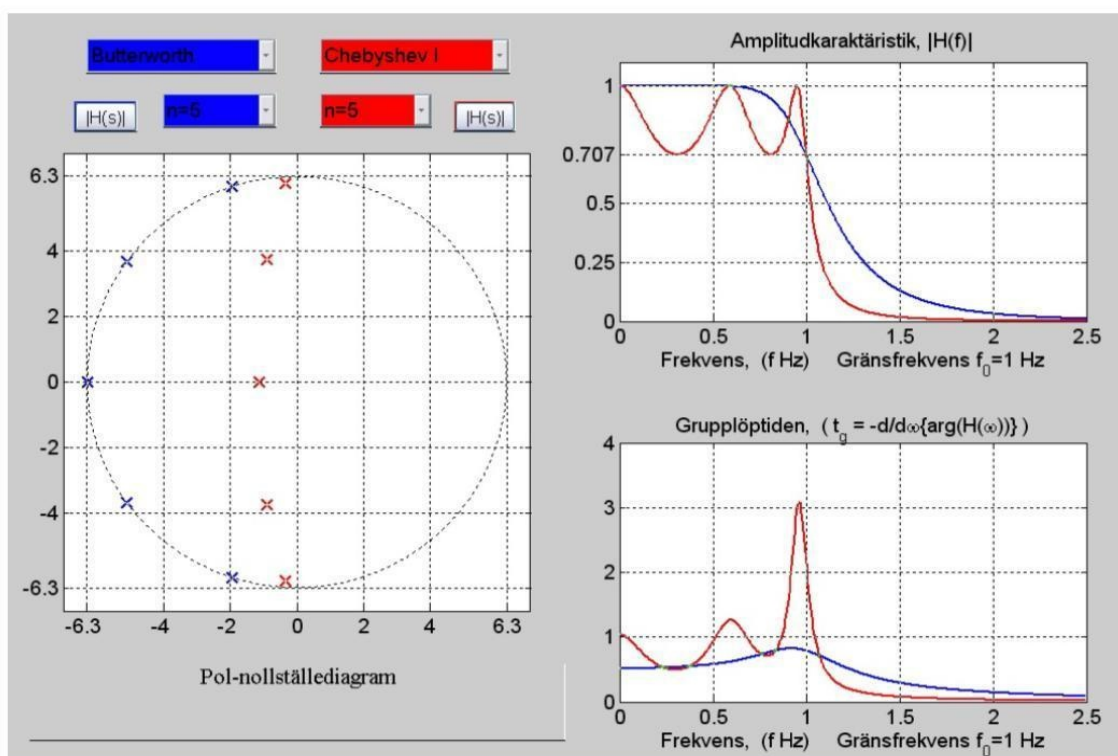
# Chebyshev I-filter



- *Rippel* ( $A_{3dB}$  dB) i passbandet!
- Optimalt m.a.p. *brantheten* i övergångsbandet  $\omega_{3dB} \rightarrow \omega_s$
- Polerna hos  $H(s)$  ligger längs en *halv-ellips* i VHP

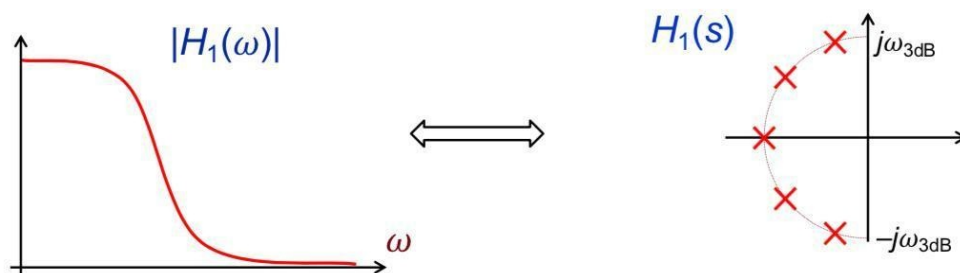


## Matlabdemo, Butterworth- & Chebyshev I-filter:

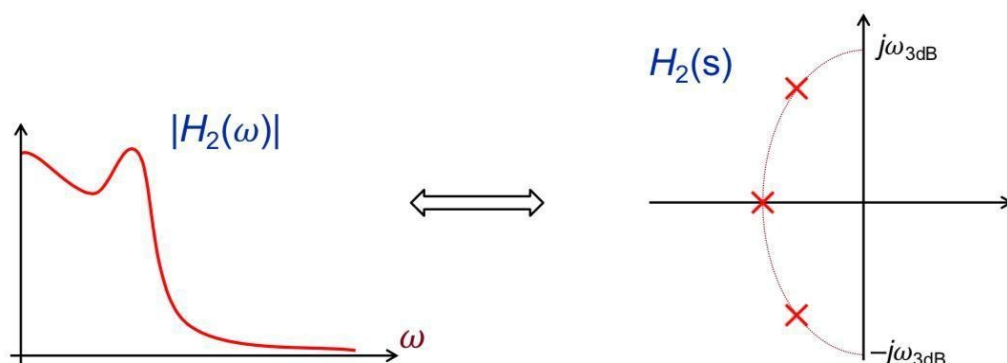


# Klassiska ideala LP-approximationer

Butterworthfilter

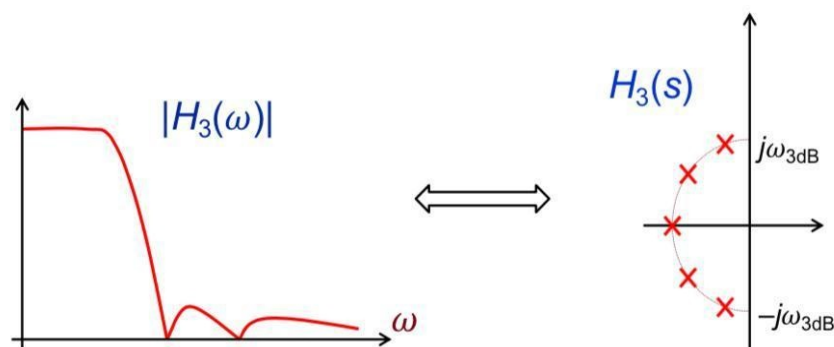


Chebyshev I-filter

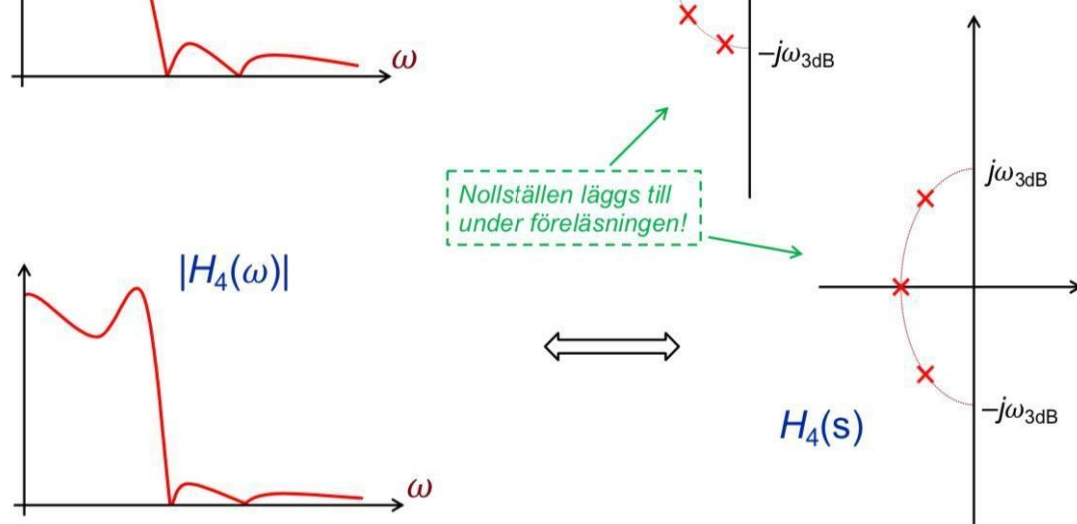


Följande två filtertyper examineras inte i kursen:

Chebyshev II-filter



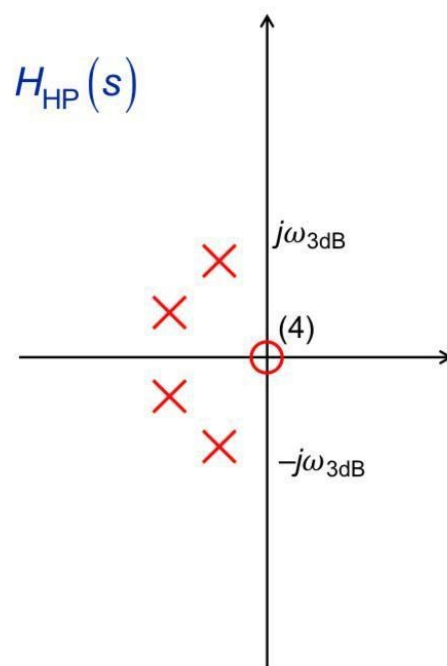
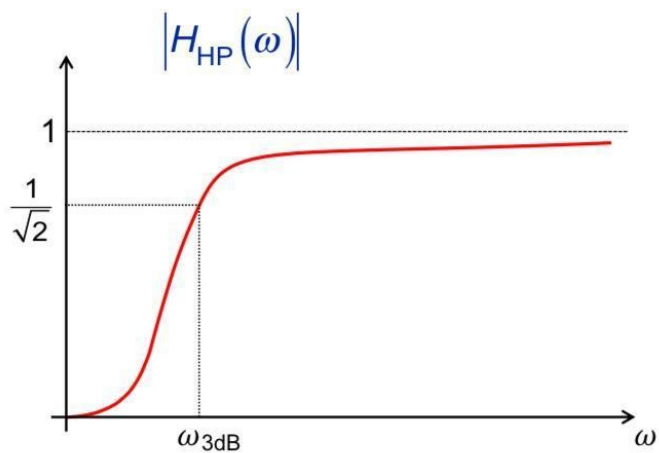
Cauerfilter  
(elliptiskt filter)



Kuggfråga: Vad är orimligt i  $|H_4(\omega)|$ -grafnen?

Nollställen läggs till under föreläsningen!

## Klassiskt högpasfilter



## Klassiskt bandpassfilter

