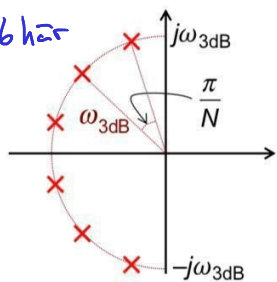


Butterworthfilter – (Amplitudnormerat LP-filter)

N poler hos $H(s)$ längs en halvcirkel (n i kursboken):

$N=6$ här

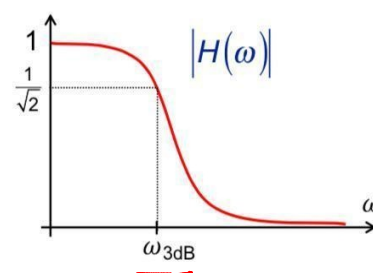


Poler:

$$p_k = \omega_{3dB} \cdot e^{j\left(\frac{\pi}{2} - \frac{1}{2N} + k \cdot \frac{\pi}{N}\right)} = \omega_{3dB} \cdot e^{j\left(\frac{2k+N-1}{2N}\right)\pi}$$

$$k = 1, 2, 3, \dots, N$$

ω_{3dB} = 3 dB-gränsvinkelfrekvensen
(ω_p i formelsamlingen)



$$H(s) = \frac{(\omega_{3dB})^N}{s^N + a_1 s^{N-1} + \dots + a_{N-1} s + (\omega_{3dB})^N}$$

N = ordningen
= gräddtal

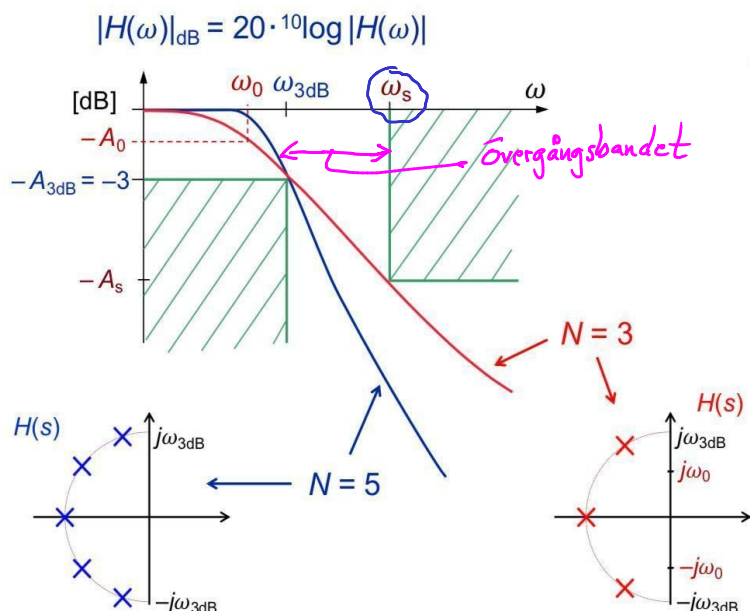
$$|H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_{3dB}}\right)^{2N}}}$$

a_i erhålls vanligen från tabell eller genom utveckling av $(s-p_1)(s-p_2)\dots(s-p_N)$

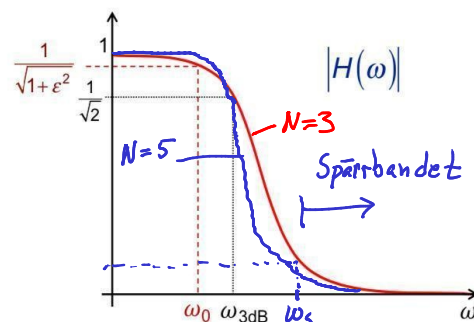
Formelsamlingen: $p_k = \omega_p \cdot e^{j\left(\frac{1+k}{2N}\right)\pi}$, $k = 1, 3, 5, \dots, 2N-1$
(Olika sätt att beskriva och numrera polpositionerna.)

$$\begin{aligned} |H(\omega_{3dB})| &= \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega_{3dB}}{\omega_{3dB}}\right)^{2N}}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{1+1}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

Amplitudkaraktäristiken i dB-skala



Butterworthfilter ger bästa möjliga passbands-approximation



$$A_0 = 20 \cdot 10 \log \sqrt{1 + \varepsilon^2} \text{ dB dämpning}$$

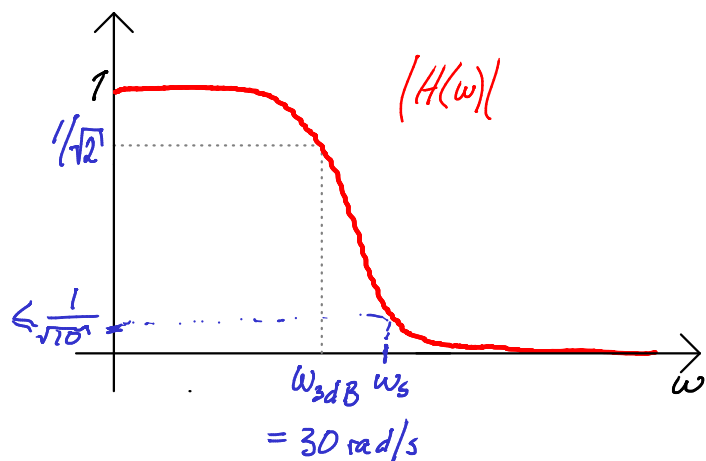
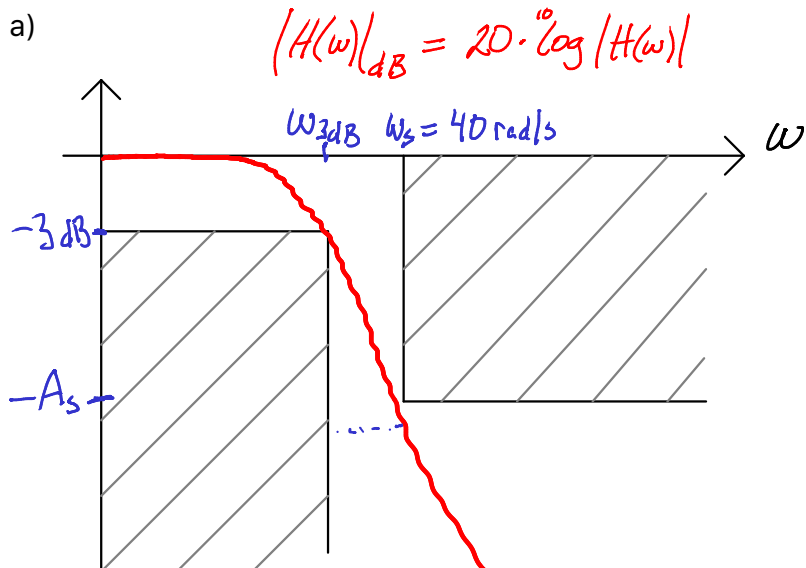
vid $\omega_0 = \omega_{3dB} \cdot \varepsilon^{1/N}$

Kursboken: Gränsvinkelfrekvensen = ω_0 oavsett dämpning där.
Här gör jag detsamma, men det är tydligare att använda ω_{3dB} eftersom vi i kursen bara fokuserar på 3 dB-gränsvinkelfrekvens för alla filter.
(Notera igen att ω_{3dB} betecknas ω_p i formelsamlingen)

Räkneexempel, Butterworthfilter med dämpningskrav enligt föregående sida:

Vi önskar designa ett amplitudnormerat butterworthfilter av lågpasstyp,
med 3dB-gränsvinkelfrekvens 30 rad/s
Dämpningen för vinkelfrekvenser ≥ 40 rad/s ska vara minst 10 dB.

- Bestäm filtrets lägsta gradtal
- Rita pol-nollställediagrammet för filtrets systemfunktion $H(s)$.



$$A_s = 10 \text{ dB}$$

$$\Rightarrow |H(\omega_s)|_{dB} = 20 \cdot \log |H(\omega_s)| \leq -10 \quad \text{dvs.} \quad |H(\omega_s)| \leq 10^{-10/20} = \frac{1}{\sqrt{10}} (\approx 0.316)$$

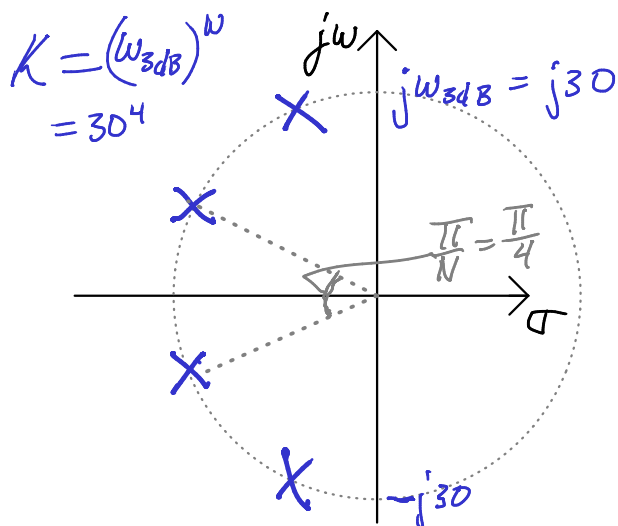
Formels. sid 13: $|H(\omega_s)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega_s}{\omega_{3dB}}\right)^{2N}}} \leq \frac{1}{\sqrt{10}}$

$$\Rightarrow \left(\frac{\omega_s}{\omega_{3dB}}\right)^{2N} \geq 10 - 1 = 9 \Rightarrow N \geq \frac{\log 9}{2 \cdot \log \frac{\omega_s}{\omega_{3dB}}} \approx \underline{\underline{3.18}}$$

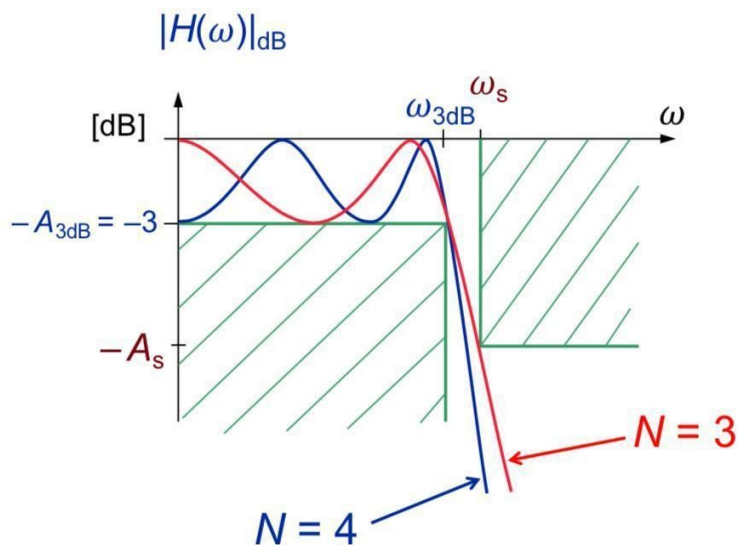
↑
valfri log

$$\Rightarrow \underline{\underline{N_{min} = 4}}$$

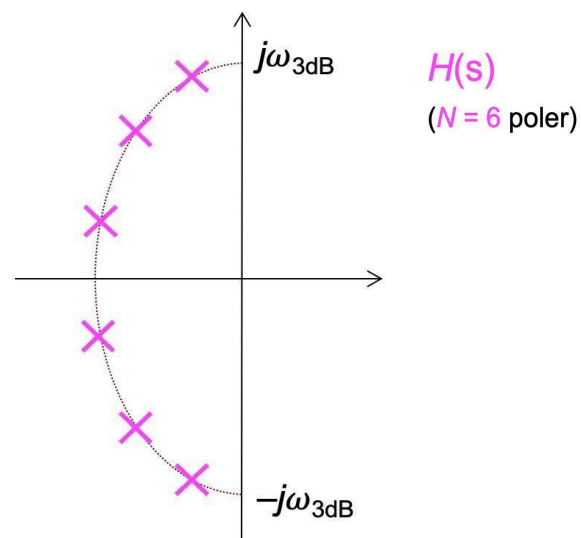
b)



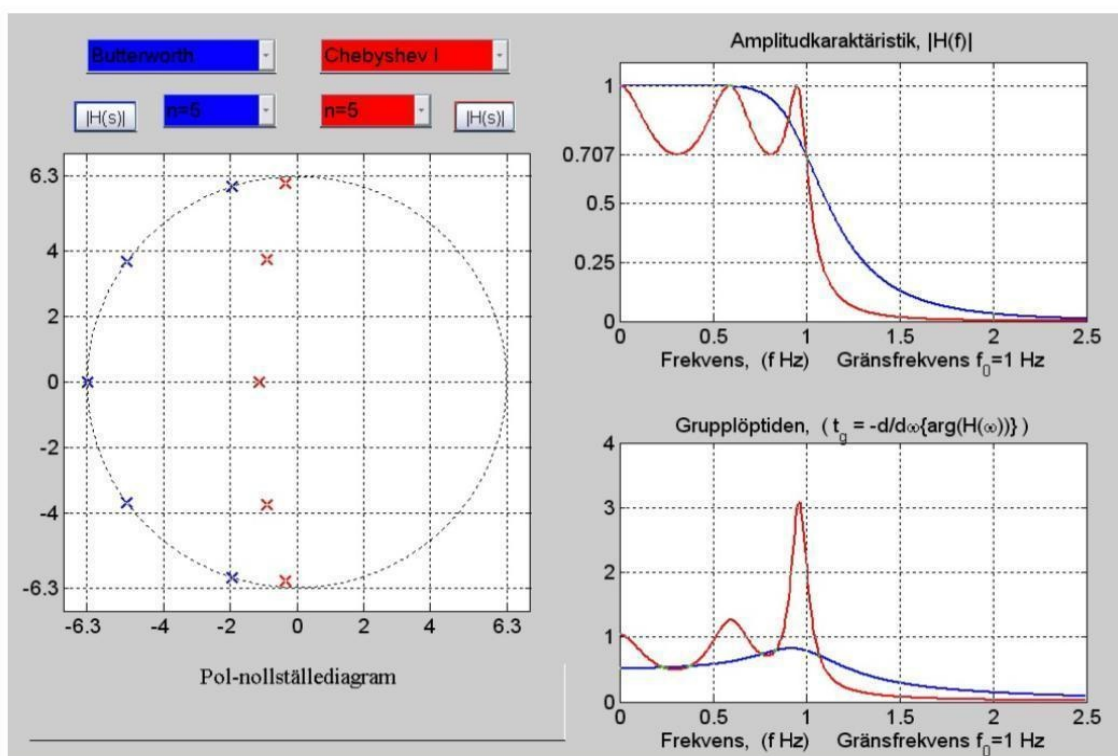
Chebyshev I-filter



- *Rippel* ($A_{3\text{dB}}$ dB) i passbandet!
- Optimalt m.a.p. *brantheten* i övergångsbandet $\omega_{3\text{dB}} \rightarrow \omega_s$
- Polerna hos $H(s)$ ligger längs en *halv-ellips* i VHP

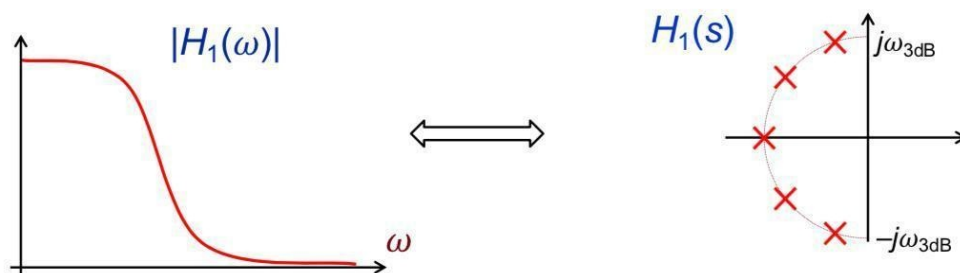


Matlabdemo, Butterworth- & Chebyshev I-filter:

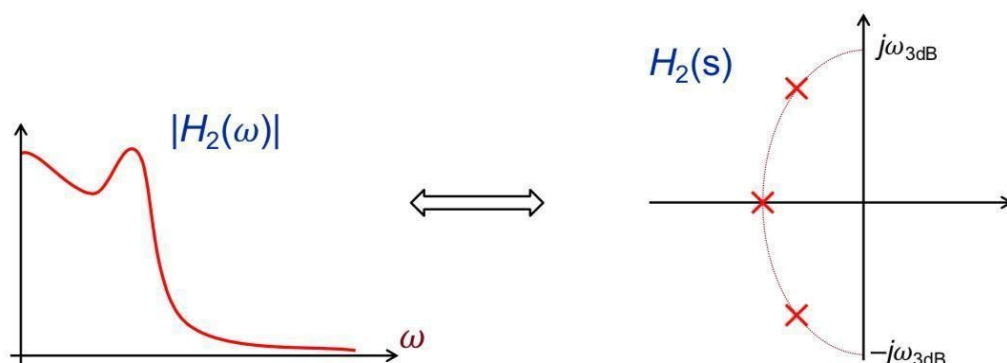


Klassiska ideala LP-approximationer

Butterworthfilter

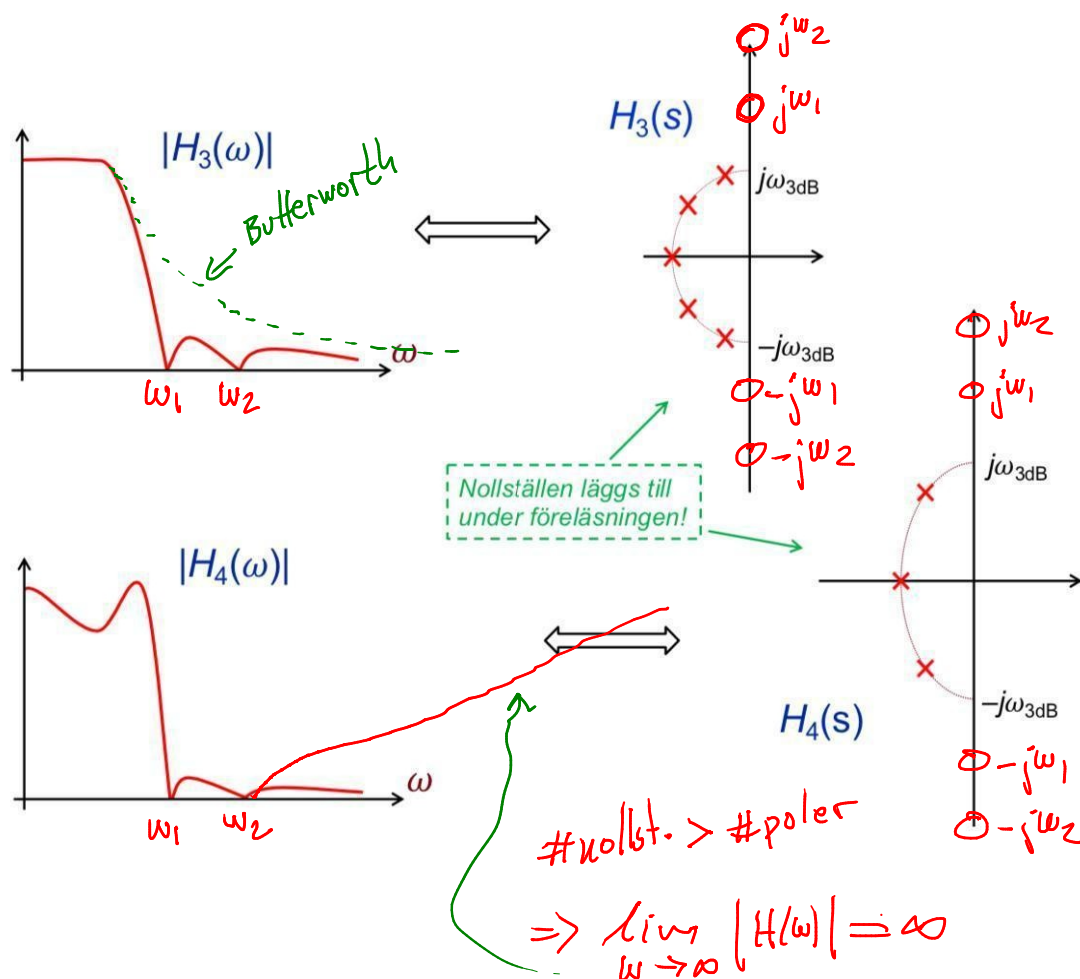


Chebyshev I-filter



Följande två filtertyper examineras inte i kursen:

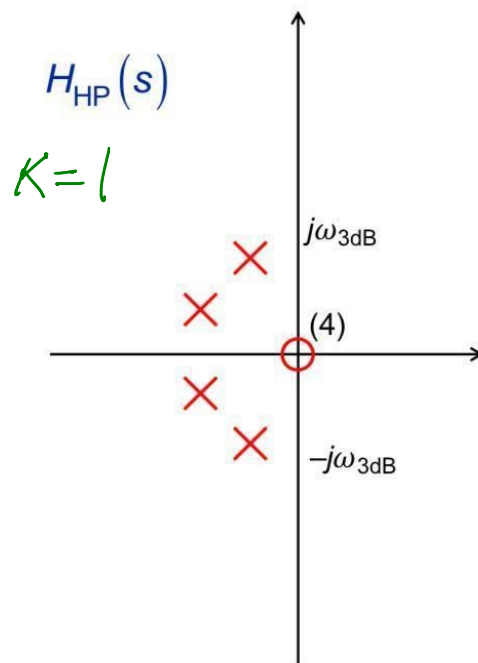
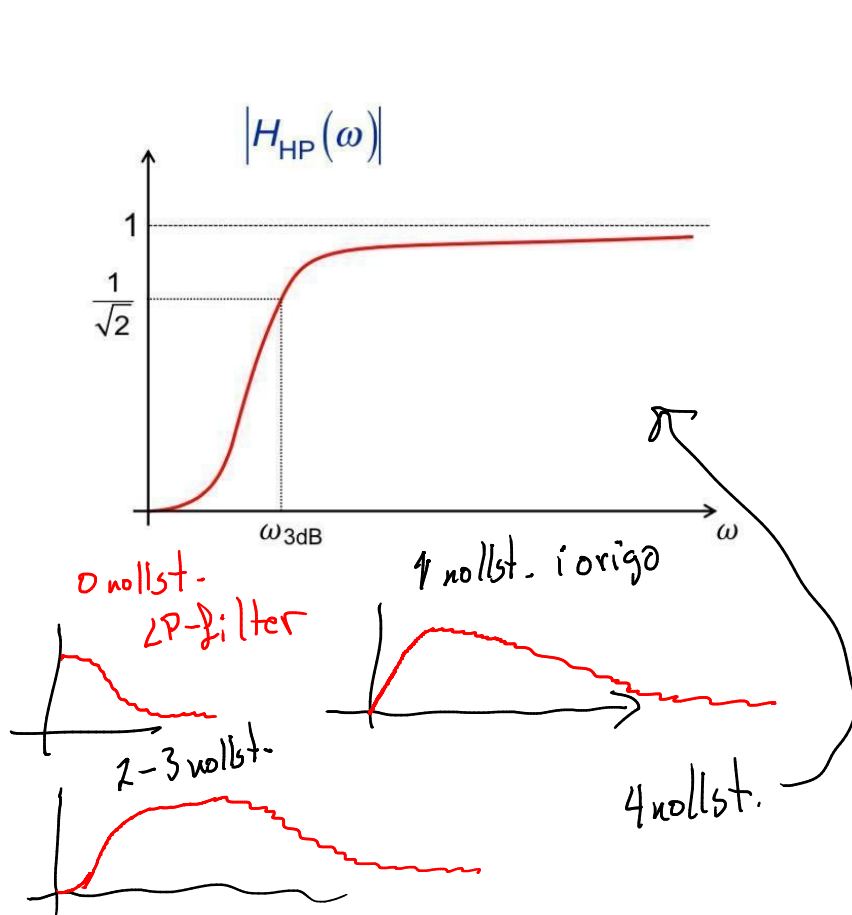
Chebyshev II-filter



Cauerfilter
(elliptiskt filter)

Kuggfråga: Vad är orimligt i $|H_4(\omega)|$ -grafen?

Klassiskt högpasfilter



Klassiskt bandpassfilter

