

TRP-uppgifter, lektion 6 – Laplacetransformanalys & Filter

1.

- a) Ett instabilt LTI-system med systemfunktion $H_1(s) = \frac{1}{s-2}$ återkopplas med ett LTI-system med systemfunktion $H_2(s) = K$ ($K \in \mathbb{R}$).
- Beräkna det återkopplade systemets systemfunktion $H(s)$, inklusive konvergensområde.
 - För vilka värden på konstanten K blir det totala återkopplade systemet
 - stabilt?
 - marginellt stabilt?

- b) Rita *principiella* pol-nollställediagram för nedanstående kausala och stabila LTI-system. *Nivåkonstant och konvergensområde behöver inte anges, men poler och nollställen ska motiveras tydligt (muntligen) vid redovisningen.*

Skissera även amplitudkaraktäristiken $|H(\omega)|$ för respektive filter.

Vid redovisningen behöver *inga beräkningar* tas med – du ska främst *muntligen* motivera polernas och nollställenas lägen och antal samt amplitudkaraktäristikens utseende och värden för olika vinkelfrekvenser.

- Ett *lågpassfilter* av *butterworth*typ, av ordning $n = 4$ och med 3 dB-gränshfrekvens $f_{3\text{dB}} = 50$ Hz.
- Ett *lågpassfilter* av *chebyshev*typ, av ordning $n = 5$ och med 3 dB-gränshfrekvens $f_{3\text{dB}} = 50$ Hz.
- Ett *högpasfilter* av ordning $n = 6$, med 3 dB-gränsvinkelfrekvens $\omega_{3\text{dB}} = 20$ rad/s.
- Ett valfritt *allpassfilter* av ordning $n = 7$.
- Ett *bandpassfilter* av ordning $n = 8$, med mittfrekvens $f_0 = 100$ Hz och en 3 dB-bandbredd på 40 Hz.

(Anm: Filtrets ordning betecknas N i formelsamlingen och n i kursboken.)

2.

- a) Vi vill konstruera ett kausalt och stabilt elektriskt filter (ett LTI-system) med följande egenskaper:
- Systemfunktionens nivåkonstant ska vara lika med 20.
 - Det ska helt filtrera bort signalkomponenter av typen e^{-5t} från signalen.
 - Det ska helt filtrera bort frekvenssignaler med frekvensen 5 Hz från signalen.
 - Systemet ska ha så låg ordning som möjligt.
 - Filtrets likspänningsförstärkning ska vara lika med $10\pi^2$.
 - Du får placera nödvändiga poler hos systemfunktionen på valfri plats i s -planet, så ovanstående krav uppfylls.
- i. Ange systemfunktionen $H(s)$ för ett filter som uppfyller dessa krav.
 - ii. Rita systemfunktionens fullständiga pol-nollställediagram.
 - iii. Skissera systemets amplitudkaraktäristik $|H(\omega)|$ utgående från pol-nollställediagrammet och givna filterkrav.
(Du ska alltså inte utgå från $H(\omega)$.)
- b) Ett amplitudnormerat butterworthfilter av lågpasstyp har 3 dB-gränsvinkelfrekvens $\omega_{3dB} = 9$ rad/s. Vid spärrbandsgränsen $\omega_s = 13$ rad/s ska filtret ha minst $A_s = 20$ dB dämpning.
- i. Rita dämpningskraven för butterworthfiltrets amplitudkaraktäristik i dB-skala på samma sätt som är gjort i powerpointbild 7, föreläsning 19 (inklusive de grönmarkerade områdena).
Skissera även det principiella utseendet för $|H(\omega)|_{dB}$ i grafen.
 - ii. Skissera filtrets önskade amplitudkaraktäristik $|H(\omega)|$ i linjär skala.
 - iii. Bestäm filtrets minsta ordning n_{min} .
 - iv. Hur många dB dämpning har butterworthfiltret med ordning n_{min} vid spärrbandsgränsen ω_s ?