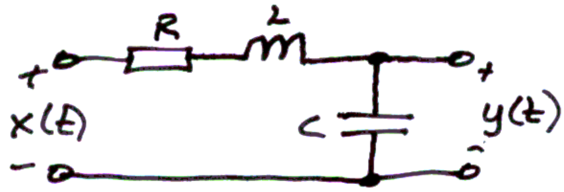
EXEMPEL 1

Fö 5, räkneexemplet:

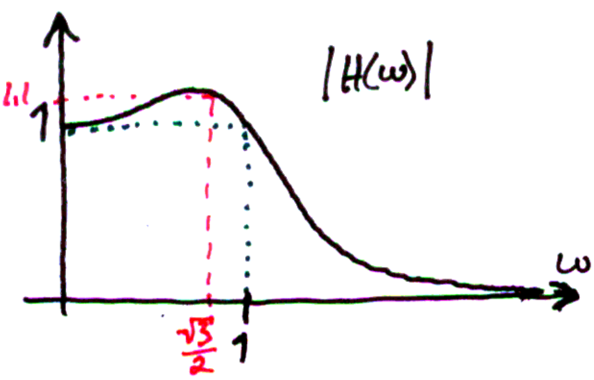


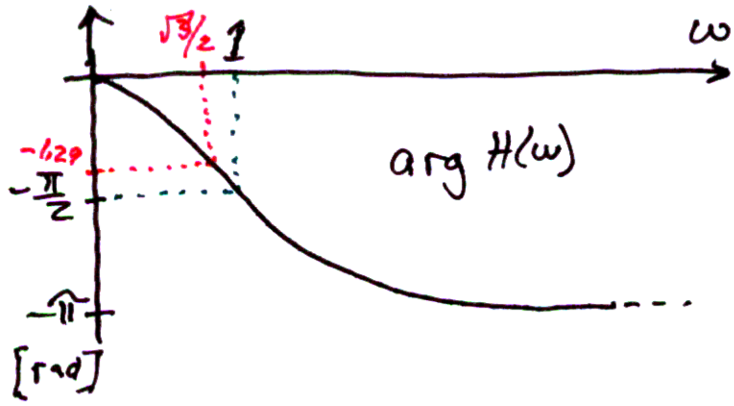
Komplexschema $\Rightarrow$ $H(\omega) = \dfrac{Y(\omega)}{X(\omega)} = \dfrac{1}{1-\omega^2+j\omega}$

Skissera $|H(\omega)|$ & $\arg H(\omega)$

- $H(0) = 1 = 1 \cdot e^{j0}$
- $\omega \to \infty \Rightarrow \begin{cases} |H(\omega)| \to 0 \\ \arg H(\omega) \to -\pi \text{ rad} \end{cases}$

Tumregel, systemordn. 2
$\Rightarrow 1-\omega^2 = 0 \Rightarrow \omega = (\pm) 1$ rad/s
$\Rightarrow H(1) = -j = 1 \cdot e^{-j\pi/2}$

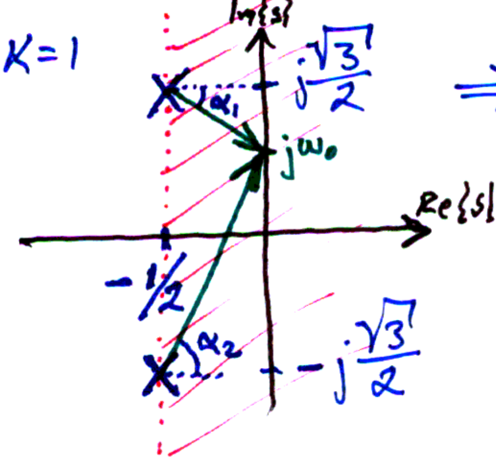




Alt: Skissera $|H(\omega)|$ & $\arg H(\omega)$ utgående från pol-nollställediagram?

Operatorschema $\Rightarrow$ $H(s) = \dfrac{1}{s^2+s+1} = \dfrac{1}{(s-p_1)(s-p_2)}$

$K=1$



$\Rightarrow$

- $\omega_0 = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} |H(0)| = \dfrac{1}{1 \cdot 1} = 1 \\ \arg H(0) = -\alpha + \alpha = 0 \text{ rad} \end{cases}$

- $\omega_0 \to \infty$ $\Rightarrow \begin{cases} |H(\omega_0)| \to 0 \\ \arg H(\omega_0) \to -2 \cdot \dfrac{\pi}{2} = -\pi \text{ rad} \end{cases}$

- $\omega_0 = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ ($\approx 0{,}87$ rad/s)

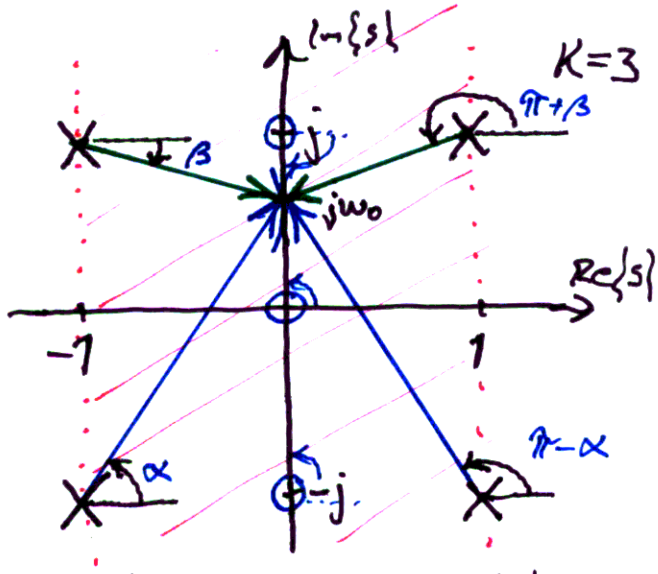
$\Rightarrow \begin{cases} |H(\omega_0)| = \dfrac{1}{0{,}5 \cdot \sqrt{0{,}5^2+3}} \approx 1{,}1 \\ \arg H(\omega_0) = -0 - \arctan \dfrac{\sqrt{3}}{0{,}5} \approx -1{,}29 \text{ rad} \end{cases}$

SE GRAFERNA FÖR $|H(\omega)|$ & $\arg H(\omega)$ OVAN!

EXEMPEL 2

Fö 7, räkneexemplet: $\frac{d^4y(t)}{dt^4}+4y(t)=3\frac{d^3x(t)}{dt^3}+3\frac{dx(t)}{dt}$

$$\Rightarrow \quad H(s)=\frac{3s(s^2+1)}{s^2+4}$$



Skissera $|H(\omega)|$ & $\arg H(\omega)$ utgående från pol-nollst.d. för $H(s)$

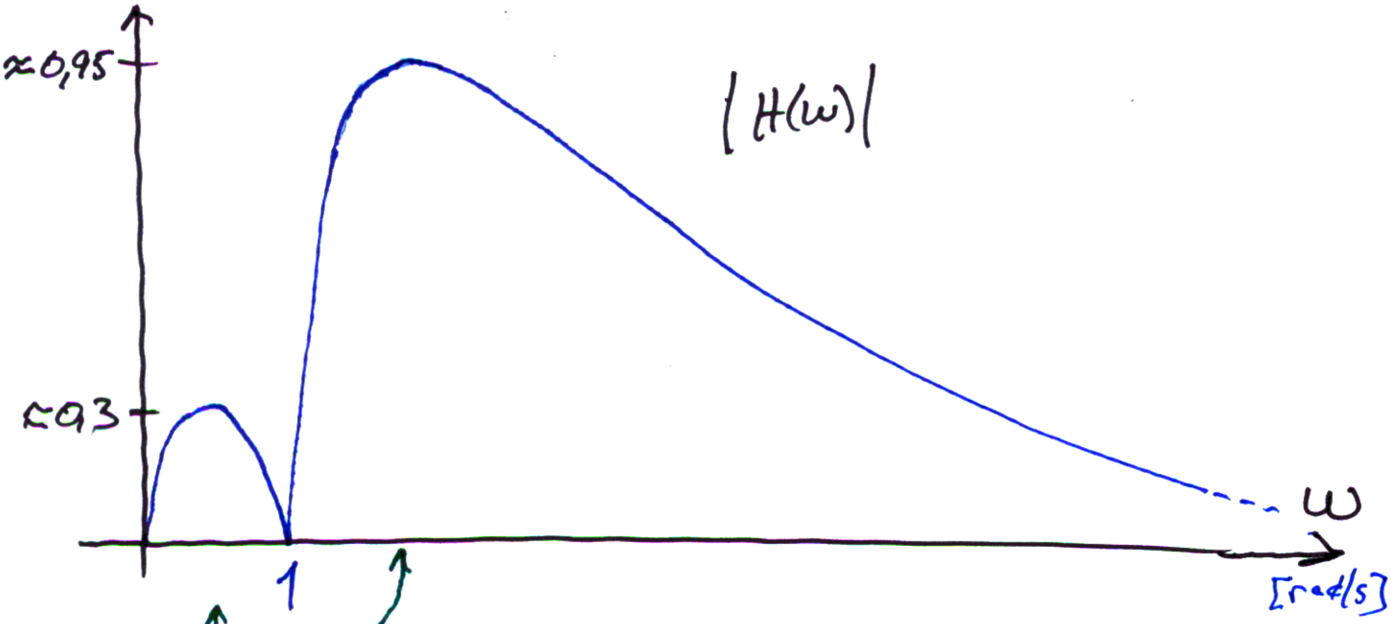
- $\omega=0 \Rightarrow |H(\omega)|=0$ (nollställe i origo)
- $\omega=0_+ \Rightarrow \arg H(\omega)=2\cdot\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{2}-\Big(\underbrace{\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{4}}_{=0}+\underbrace{\frac{3\pi}{4}+\frac{5\pi}{4}}_{=2\pi}\Big)=\frac{-3\pi}{2}$ rad
- $\omega=1 \Rightarrow |H(\omega)|=0$
- $0_+\leq\omega<1 \Rightarrow \arg H(\omega)=2\cdot\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{2}-\big(\underbrace{-\beta+\pi+\beta+\alpha+\pi-\alpha}_{=2\pi}\big)$ $=\frac{-3\pi}{2}$ rad
- $\omega=1 \Rightarrow$ fashopp på $+\pi$ rad
- $\omega>1 \Rightarrow \begin{cases}\lim_{\omega\to\infty}|H(\omega)|=0 & \text{ty fler poler än nollst.}\\ \arg H(\omega)=\frac{-3\pi}{2}+\pi=\frac{-\pi}{2}\text{ rad}\end{cases}$

Allmänt (gäller alltid):

$$\lim_{\omega\to\infty}\arg H(\omega)=\arg K+(\#N-\#P)\cdot\frac{\pi}{2}$$

#nollst. #poler

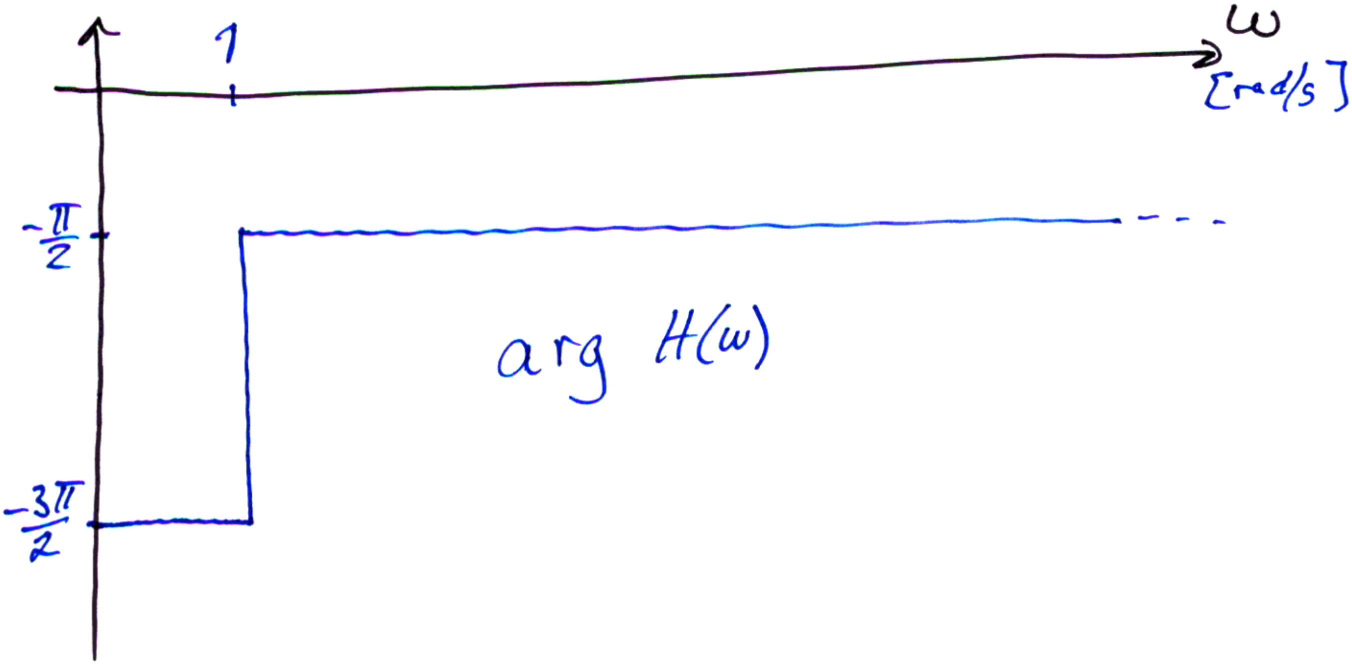
Här: $0+(3-4)\cdot\frac{\pi}{2}=\frac{-\pi}{2}$ rad



<u>Beräkna</u> $|H(\omega)|$

- mellan $\omega = 0$ & $\omega = 1$, lämpligen för $\omega = 0{,}5$ rad/s
- lite efter $\omega = 1$ lämpligen för $\omega \approx 2$ rad/s

Använd då pol- och nollställevektorer



<u>Delfråga:</u> $x(t) = 5 + 2\cos\left(3t + \frac{\pi}{4}\right)$

stabilt LTI $\Rightarrow$ $y(t) = 5 \cdot H(0) + 2 \cdot |H(3)| \cos\left(3t + \frac{\pi}{4} + \arg H(3)\right)$

Graferna ovan: $H(0) = 0$

$H(3) \approx 0{,}85 \cdot e^{-j\frac{\pi}{2}}$ (använd pol-nollst.vektorer för $\omega = 3$)