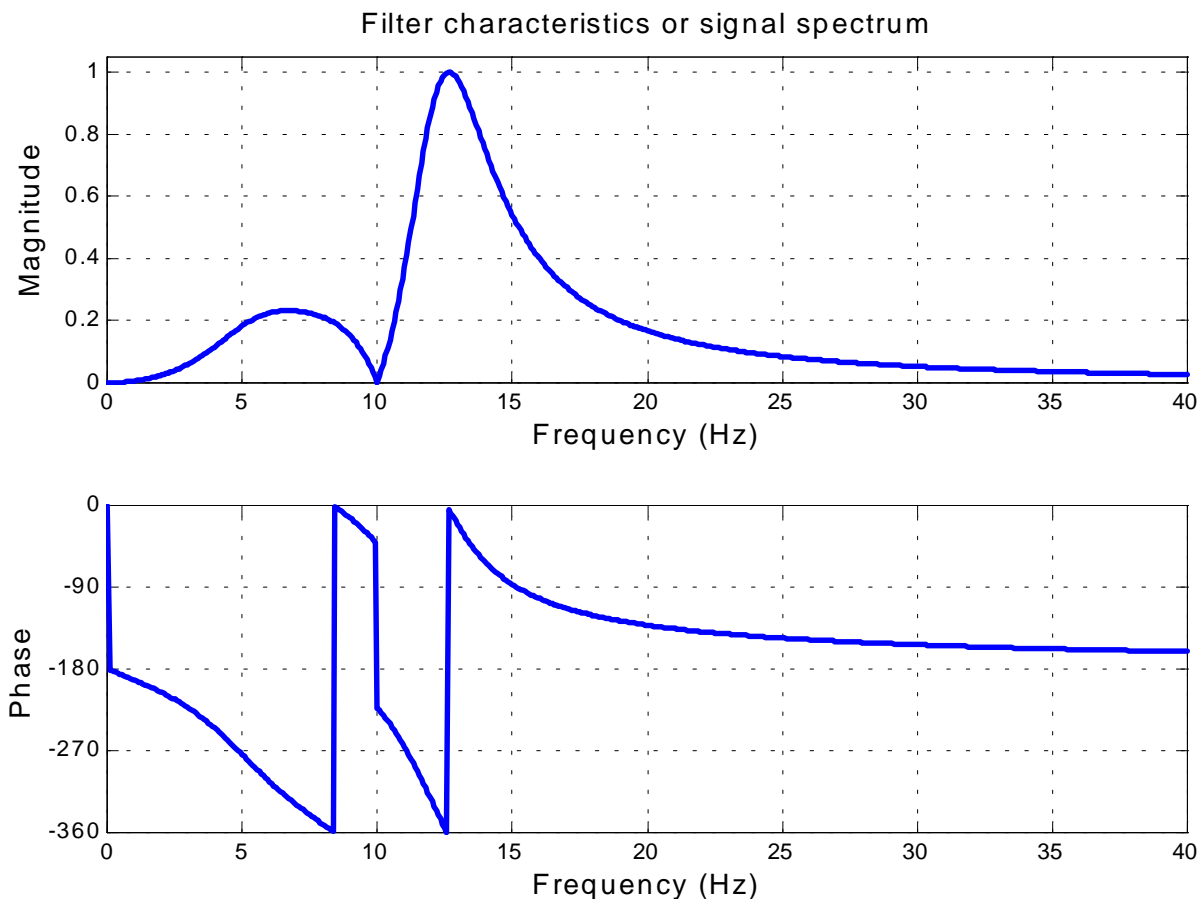


# Räkneexempel – pol-nollställediagram & frekvenskaraktäristik

Ett stabilt LTI-system har amplitud- och faskaraktäristik enligt figuren nedan. Man vet att systemfunktionen  $H(s)$  är en rationell funktion i  $s$  samt att alla nollställen ligger på imaginära axeln och med multiplicitet högst 2.



Hur många poler och nollställen har systemfunktionen?

Svaret skall motiveras noggrant!

---

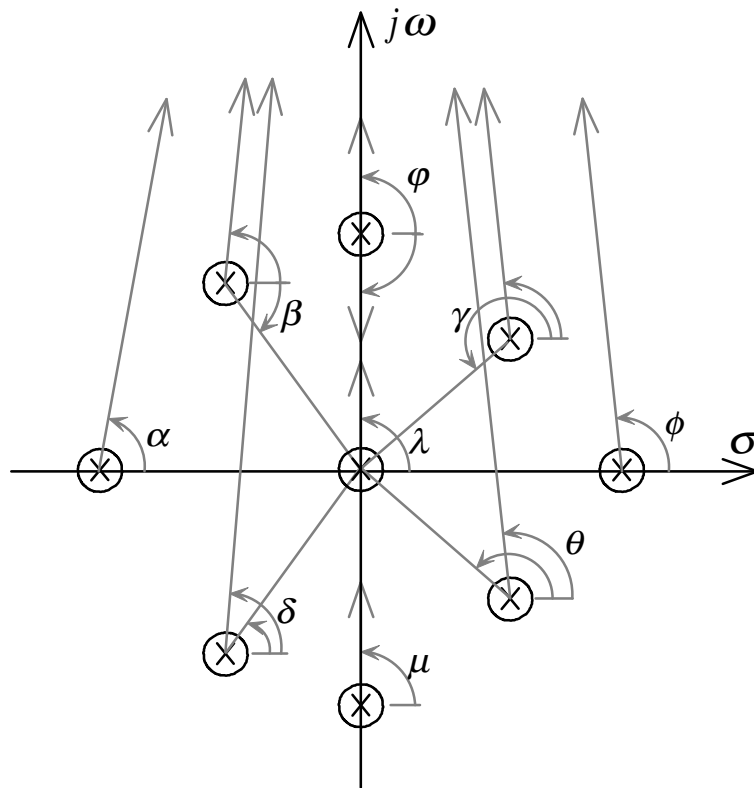
Klurig extrauppgift: Rita även ett pol-nollställediagram som kan tänkas ge det givna frekvensspektrumet.

Central extrauppgift: Bestäm systemets utsignal då insignalen är

$$x(t) = 5 \sin\left(10\pi t + \frac{\pi}{2}\right).$$

Hjälp för huvuduppgiften: se nästa sida!

## Bidrag till fasändring (för $\arg H(\omega)$ ) då $\omega : 0 \rightarrow \infty$



OBS! Fasbidragen i tabellen nedan gäller **nollställen**.

Fasbidrag för **poler** erhålles genom att *negera* motsvarande nollställebidrag !!!

| Typ av nollställe                 | Placering *         | Bidrag till $\arg H(\omega)$                                 |  | Fasändring då $\omega : 0_+ \rightarrow \infty$ ,<br>dvs. $\arg H(\infty) - \arg H(0_+)$ |
|-----------------------------------|---------------------|--|--|--|
|                                   |                     | $\omega = 0_+$   | $\omega \rightarrow \infty$                    |  |
| Reellvärda                        | VHP                 | $= \alpha = 0$   | $= \alpha = 90^\circ$                          | $90 - 0 = 90^\circ$ per st.  |
|                                   | I origo             | $= \lambda = 90^\circ$                                       | $= \lambda = 90^\circ$                         | $90 - 90 = 0^\circ$ per st   |
|                                   | HHP                 | $= \phi = 180^\circ$   | $= \phi = 90^\circ$                            | $90 - 180 = -90^\circ$ per st.   |
| Komplex-konjugerade nollställepar | VHP                 | $= \beta + \delta$<br>$= -\delta + \delta = 0^\circ$         | $= \beta + \delta$<br>$= 90 + 90 = 180^\circ$  | $180 - 0 = 180^\circ$ per par,<br>dvs. $90^\circ$ per st.                                |
|                                   | På $j\omega$ -axeln | $= \varphi + \mu$<br>$= -90 + 90 = 0^\circ$                  | $= \varphi + \mu$<br>$= 90 + 90 = 180^\circ$   | $180 - 0 = 180^\circ$ per par,<br>dvs. $90^\circ$ per st.                                |
|                                   | HHP                 | $= \gamma + \theta$<br>$= 360 - \theta + \theta = 360^\circ$ | $= \gamma + \theta$<br>$= 90 + 90 = 180^\circ$ | $180 - 360 = -180^\circ$ per par,<br>dvs. $-90^\circ$ per st.                            |

\* VHP = Vänster HalvPlan, HHP = Höger HalvPlan,

Anm 1: Faskarakteristik:  $\arg H(\omega) = \arg K + \sum \text{nollställeargument} - \sum \text{polargument}$

Anm 2: För  $\omega : 0_+ \rightarrow \infty$ : Då man "passerar" ett nollställe på  $j\omega$ -axeln, sker ett fashopp på  $+180^\circ$  ( $-180^\circ$ -hopp vid passering av pol).