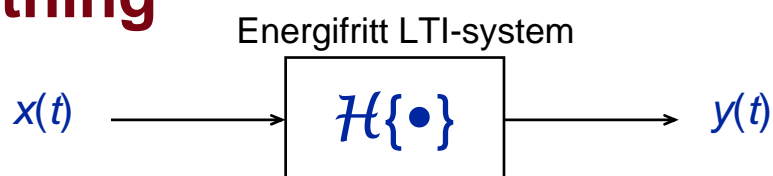


Faltning



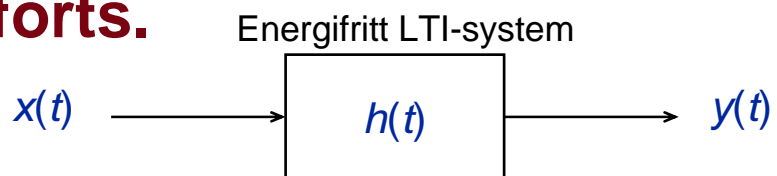
\mathcal{H} = systemoperatorn; $y(t) = \mathcal{H}\{x(t)\}$

♦ Från def. av $\delta(t)$ följer: $x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)\delta(t-\tau) d\tau$

$$\Rightarrow \underline{y(t) = \mathcal{H}\{x(t)\}} = \mathcal{H}\left\{\int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)\delta(t-\tau) d\tau\right\}$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)\mathcal{H}\{\delta(t-\tau)\} d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} \underline{x(\tau)h(t-\tau)} d\tau$$

Faltning, forts.



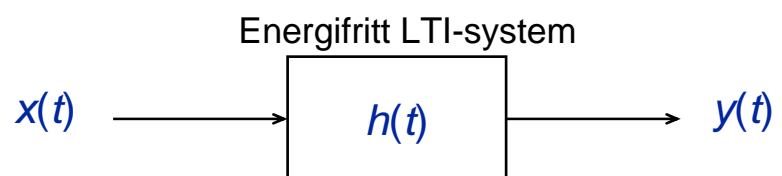
$$y(t) = (x * h)(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) h(t - \tau) d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} x(t - \tau) h(\tau) d\tau$$

Konvergensvillkor: $\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)| < \infty$, $|h(t)| < \infty$ (alt. byt plats på x och h)

DEMO

$$g(t) = \mathcal{H}[u(t)] = \int_{-\infty}^t h(\tau) d\tau \quad \Rightarrow \quad \frac{dg(t)}{dt} = h(t)$$

Stabilitet



Vi vet: Stabilt LTI-system \Leftrightarrow $y(t)$ begränsad för varje begränsad $x(t)$

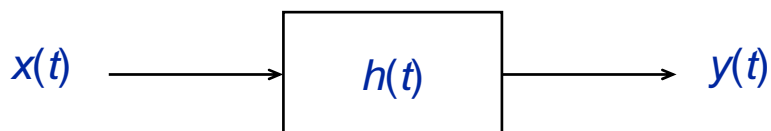
Konsekvens:

$$\text{Stabilt LTI-system} \quad \Leftrightarrow \quad \int_{-\infty}^{\infty} |h(t)| dt < \infty$$

$$\underline{\text{Marginellt stabilt system}} \quad \Leftrightarrow \quad |h(t)| < \infty \quad \forall t$$

$$\text{men} \quad \int_{-\infty}^{\infty} |h(t)| dt = \infty$$

Differentialekvationsbeskrivning av LTI-system



- ♦ Ett tidskontinuerligt n :te ordningens diskret LTI-system kan beskrivas av en linjär n :te ordningens differentialekvation:

$$a_0 y(t) + \sum_{i=1}^n a_i \frac{d^i y(t)}{dt^i} = b_0 x(t) + \sum_{j=1}^m b_j \frac{d^j x(t)}{dt^j}$$

- ♦ Lösning: $y(t) = y_h(t) + y_p(t)$

Beror på signalen

Oberoende av signalen

Differentialekvationsbeskrivning, forts.

- ◆ Energifritt (initialtillstånden = 0) linjärt system:

$$x(t) = 0 \Rightarrow y(t) = 0$$

- ◆ Om något initialvillkor $\neq 0$ (för annars linjärt system):

Inkrementellt linjärt system