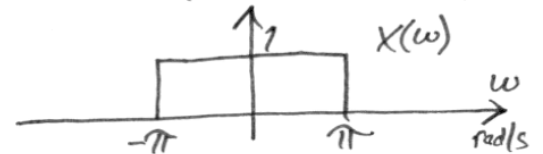


- ① a) SANT - ett grundläggande förhållande för ett linjärt nät ($x(t)=0 \Rightarrow y(t)=0$)
- b) FALSK - antikausalitet och nollställeplacering har inget med varandra att göra (Doch gäller påståendet för tidsdiskreta antikausala LTI-system...)
- c) FALSKT - kausalitetsegenskapen beror inte på insignalen!
- d) FALSK - 3 dB-gränsvinkelfrekvensen är förvisso mycket ofta använd/specificerad i praktiska sammanhang, men gränsvinkelfrekvenser kan definieras vid valfri dämpningsnivå.
- e) SANT - avbildningen är $\omega_{LP} \rightarrow \frac{-\omega_I^2}{\omega_{HP}}$
 Ex: gränsv.fr. $\omega_{0,LP}$ och $\omega_{0,HP}$
 $\Rightarrow -\omega_{0,LP}^2 = \frac{-\omega_I^2}{\omega_{0,HP}^2} \Rightarrow \omega_I^2 = \omega_{0,LP} \cdot \omega_{0,HP}$

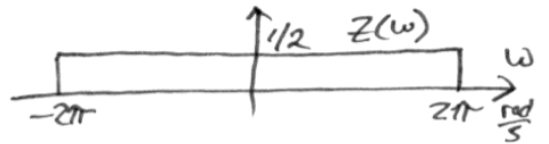
② $v(t) = x(t) \cdot z(t) \Rightarrow V(\omega) = \frac{1}{2\pi} (X * Z)(\omega)$

Formelsaml. Tabell 17:8; $\mathcal{F}\{\text{sinc}(at)\} = \frac{1}{a} (u(\omega + \pi a) - u(\omega - \pi a))$

$\Rightarrow X(\omega) = u(\omega + \pi) - u(\omega - \pi)$;



$Z(\omega) = \frac{1}{2} (u(\omega + 2\pi) - u(\omega - 2\pi))$



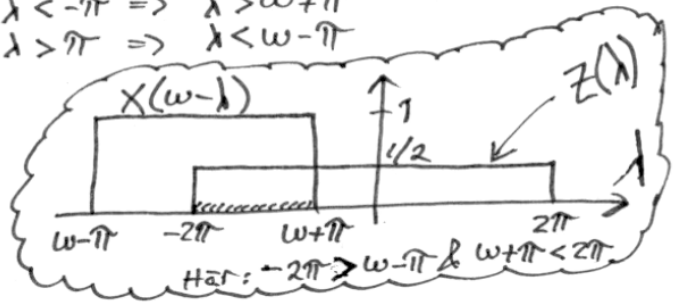
se ovan

$$V(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega - \lambda) Z(\lambda) d\lambda =$$

$$= 0 \text{ för } \begin{cases} \omega < -2\pi \\ \omega > 2\pi \end{cases}$$

$$= 0 \text{ för } \begin{cases} \omega - \lambda < -\pi \Rightarrow \lambda > \omega + \pi \\ \omega - \lambda > \pi \Rightarrow \lambda < \omega - \pi \end{cases}$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{\max\{-2\pi, \omega - \pi\}}^{\min\{2\pi, \omega + \pi\}} 1 \cdot \frac{1}{2} d\lambda$$

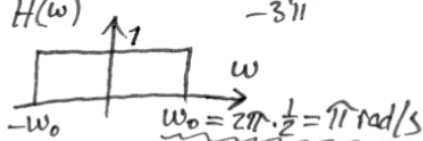
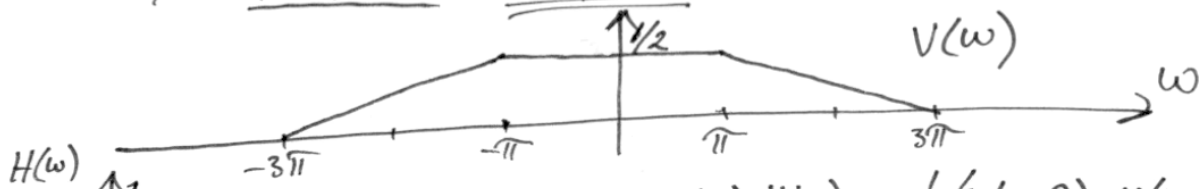


$\omega - \pi < -2\pi < \omega + \pi$
 dvs. $-3\pi < \omega < -\pi$: $V(\omega) = \frac{1}{4\pi} [\lambda]_{-2\pi}^{\omega + \pi} = \frac{\omega + 3\pi}{4\pi}$

$\omega \geq -\pi$ och $\omega + \pi \leq 2\pi$, dvs $\omega \leq \pi$: $V(\omega) = \frac{1}{4\pi} [\lambda]_{\omega - \pi}^{\omega + \pi} = \frac{1}{2}$

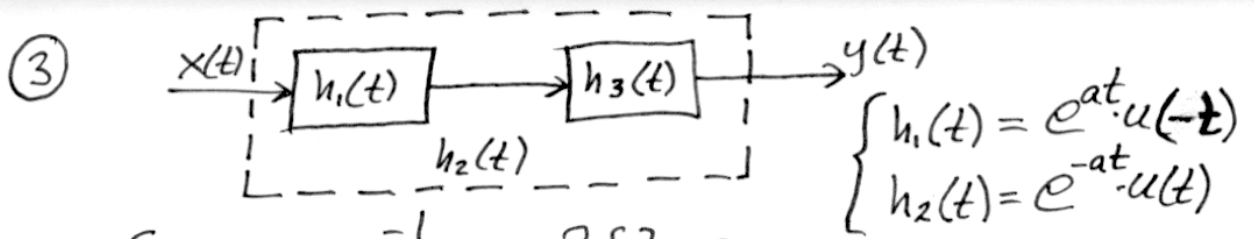
$\omega > \pi$ och $\omega - \pi < 2\pi$, dvs $\omega < 3\pi$: $V(\omega) = \frac{1}{4\pi} [\lambda]_{\omega - \pi}^{2\pi} = \frac{3\pi - \omega}{4\pi}$

F.ö., dvs $|\omega| \geq 3\pi$: $V(\omega) = 0$



$\Rightarrow Y(\omega) = V(\omega) \cdot H(\omega) = \frac{1}{2} (u(\omega + \pi) - u(\omega - \pi))$

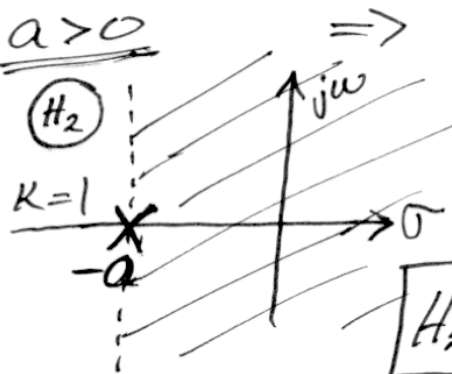
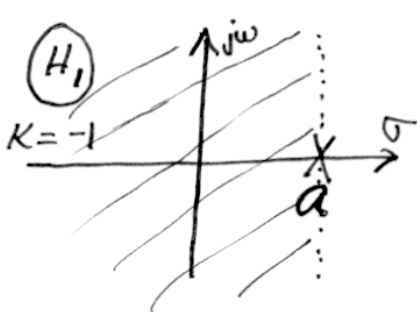
$\Rightarrow W_y = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |Y(\omega)|^2 d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{1}{2}\right)^2 d\omega = \frac{1}{4}$ (signalenergin)



$$\Rightarrow \begin{cases} H_1(s) = \frac{-1}{s-a}, \text{Re}\{s\} < a \\ H_2(s) = \frac{1}{s+a}, \text{Re}\{s\} > -a \end{cases} \quad (\Rightarrow \text{kausalt: OK})$$

Totala systemet stabilt \Rightarrow $j\omega$ -axeln i konv.omr.

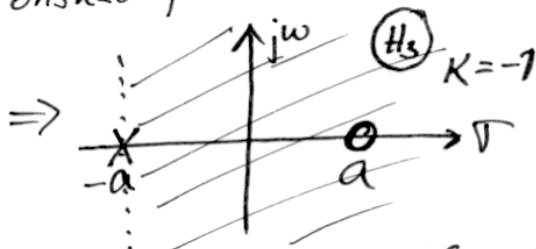
$\Rightarrow -a < 0 \Rightarrow \underline{a > 0}$



$$H_2(s) = H_1(s) \cdot H_3(s)$$

\Rightarrow Om $H_3(s)$ väljs som $H_3(s) = -\frac{s-a}{s+a}, \text{Re}\{s\} > -a$

så eliminerer dess nollställe polen i $s=a$ hos $H_1(s)$ samt önskad pol i $s=-a$ erhålls (och korrekt nivåkonstant)



$$\Rightarrow H_3(s) = -1 + 2a \cdot \frac{1}{s+a} \quad (\text{Re}\{s\} > -a)$$

$$\Rightarrow \underline{h_3(t) = \mathcal{L}^{-1}\{H_3(s)\} = -\delta(t) + 2a e^{-at} \cdot u(t)}$$

$$\textcircled{4} \quad H(s) = \frac{-3}{s^2+s-2} = \frac{-3}{(s+2)(s-1)}$$

Poler i $s = -2$ och $s = 1$. stabilt system enligt uppgift \Rightarrow imag. axeln i konv. omr \Rightarrow konvergensområdet är $-2 < \text{Re}\{s\} < 1$

Sökt: $g(t) = \mathcal{L}^{-1}\{G(s)\}$, där $G(s) = \frac{1}{s} \cdot H(s)$

(ty $g(t) = (u * h)(t) \Rightarrow G(s) = \mathcal{L}\{u(t)\} \cdot H(s) = \frac{1}{s} \cdot H(s)$)
 $\text{Re}\{s\} > 0$

$\Rightarrow G(s) = \frac{-3}{s(s+2)(s-1)} = \text{/partialbröksuppdeln./} =$

$$= \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{s} - \frac{1}{2} \frac{1}{s+2} + \frac{-1}{s-1}$$

$\text{Re}\{s\} > 0 \quad \text{Re}\{s\} > -2 \quad \text{Re}\{s\} < 1$

\Rightarrow /Tabell/; $g(t) = \frac{3}{2}u(t) - \frac{1}{2}e^{-2t}u(t) + e^t u(-t)$
 $\frac{1}{2}(3 - e^{-2t})u(t)$

$x(t) = 2\cos(2t + \frac{\pi}{3})$; Stationär cosinus som insignal till stabilt system $\Rightarrow y(t) = 2|H(2)|\cos(2t + \frac{\pi}{3} + \arg H(2))$

$\xrightarrow{\text{H}(w=2), \text{ inte } H(s=2)!$

Frekvensfn: $H(w) = H(s)|_{s=jw} =$
 stabilt system

$$= \frac{-3}{(jw)^2 + jw - 2} = \frac{3}{2+w^2-jw} = \frac{3}{\underbrace{\sqrt{(2+w^2)^2 + w^2}}_{|H(w)|}} \cdot \underbrace{e^{j \arctan \frac{-w}{2+w^2}}}_{\arg H(w)}$$

$\Rightarrow H(2) = \frac{3}{\sqrt{40}} \angle \arctan \frac{1}{3}$

$\therefore y(t) = \frac{6}{\sqrt{40}} \cos(2t + \frac{\pi}{3} + \arctan \frac{1}{3})$

⑤ $x(t) = \sum_{\substack{k=-\infty \\ k \neq 0}}^{\infty} C_k \cdot e^{jk\omega_1 t}$, $C_k = \frac{4}{jk}$, $\omega_1 = 8 \text{ rad/s}$

$x(t) \rightarrow [H(\omega)] \rightarrow y(t) = \sum_{\substack{k=-\infty \\ k \neq 0}}^{\infty} D_k e^{jk\omega_1 t}$
 ↑
 Ty per. insignal till ett stabilt LTI-system (som gäller i detta fall)

$\Rightarrow D_k = C_k \cdot \underbrace{H(\omega)|_{\omega=k \cdot \omega_1}}_{H(k \cdot \omega_1)}$

Chebyshevfilter, ordn. $n=1$, 0,5 dB-gränsv. fr. $\omega_0 = 32 \text{ rad/s}$

FormelsamL, sid 24 och Tab. 7a) \Rightarrow

$H(s) \approx \frac{K}{s + 2,8628}$ (stabilit) $\Rightarrow H(\omega) = \frac{K}{\frac{j\omega + 2,8628}{32}}$

Amplitudnormerat $\Rightarrow |H(0)| = \frac{K}{2,8628} = 1 \Rightarrow K = 2,8628$

$\circ H(\omega) \approx \frac{91,6}{91,6 + j\omega}$

$\Rightarrow D_k \approx \frac{4}{jk} \cdot \frac{91,6}{91,6 + j8k} = \frac{45,8}{jk(11,45 + jk)}$

Svar: $y(t) = \sum_{\substack{k=-\infty \\ k \neq 0}}^{\infty} D_k \cdot e^{jk\omega_1 t}$, där $\omega_1 = 8 \text{ rad/s}$
 och $D_k =$