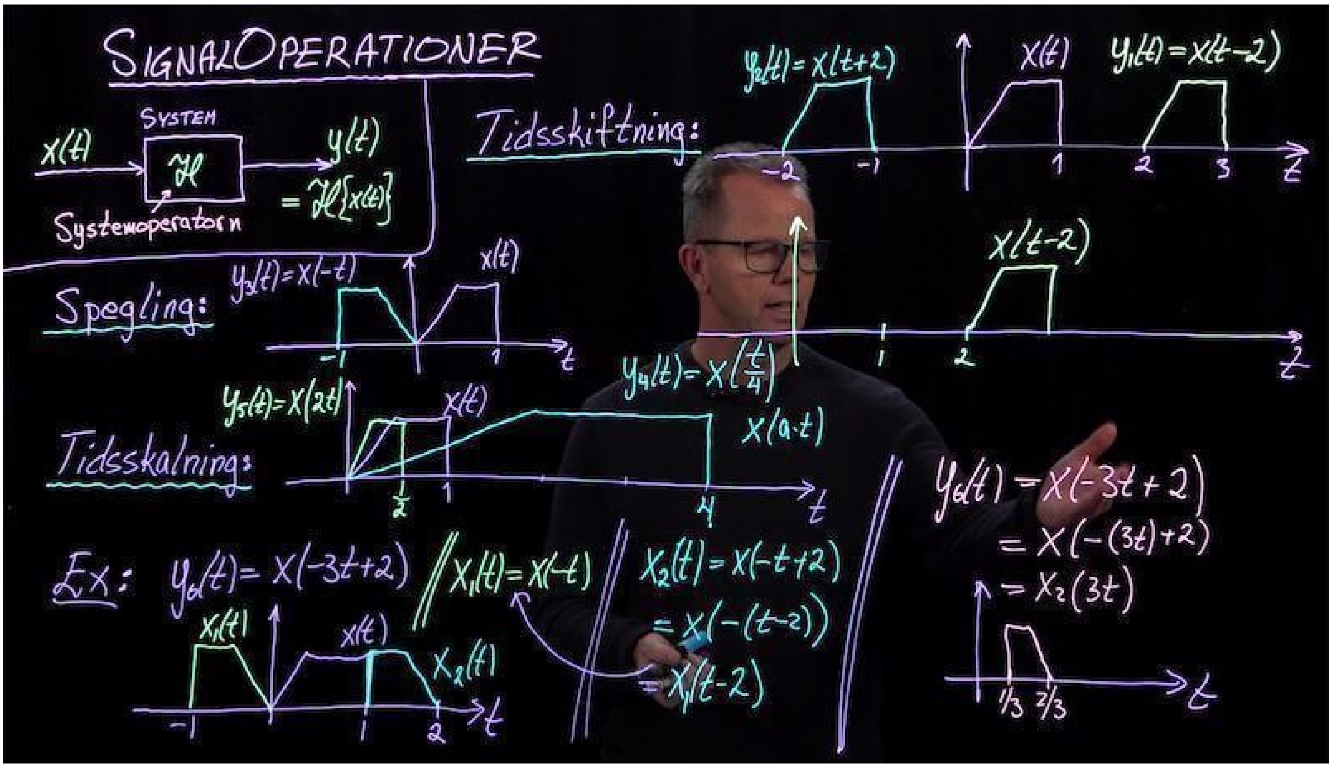
Signaloperationer



Här definieras och demonstreras följande tre centrala signaloperationer:

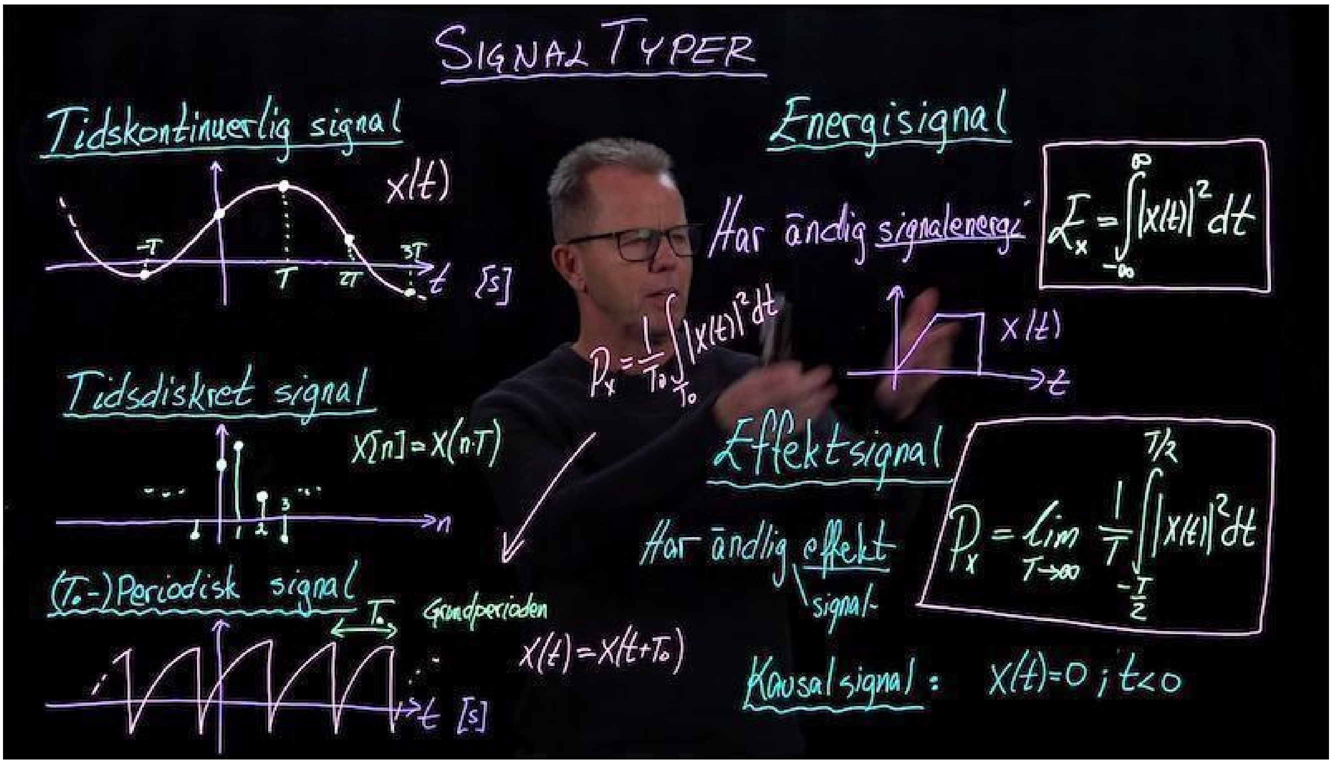
* Tidsskiftning (0:00)
* Spegling (4:11)
* Tidsskalning (4:54)

Därefter kommer ett exempel med en kombination av de tre operationerna (07:07)

(Tiderna inom parentes anger var i videon respektive del börjar i videon.
På YouTube kan du klicka på tiderna för att komma direkt till motsvarande avsnitt.)

Dessa signaloperationer/-manipulationer blir speciellt viktiga att hantera och förstå vid faltning, som vi kommer till inom kort. Själva operationerna ska inte vara nytt för någon student – det bör vara elementärt för de flesta – men det är viktigt att du förstår vad som händer vid varje operation, speciellt vid det avslutande exemplet.

Signaltyper



Här visas några vanliga typer/klasser av signaler:

* Tidskontinuerlig signal (0:00)
* Tidsdiskret signal (0:36)
* Periodisk signal (2:59)
* Energisignal (4:17)
* Effektsignal (5:57)
* Kausal signal (8:57)

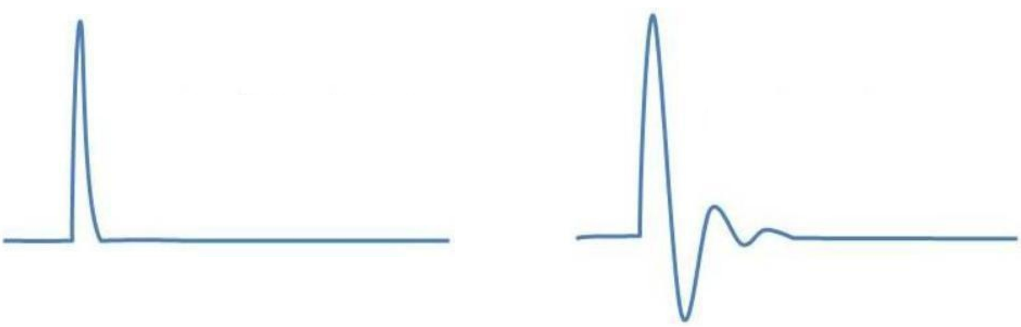
Det finns ytterligare två viktiga signaltyper, som jag inte nämner i videor, och de är följande:

* En stationär signal är en periodisk signal eller en konstant signal längs hela tidsaxeln, dvs. från $t = -\infty$ till $t = +\infty$. En vanlig sådan signal är en (co)sinus, som t.ex. $\cos(2t)$.

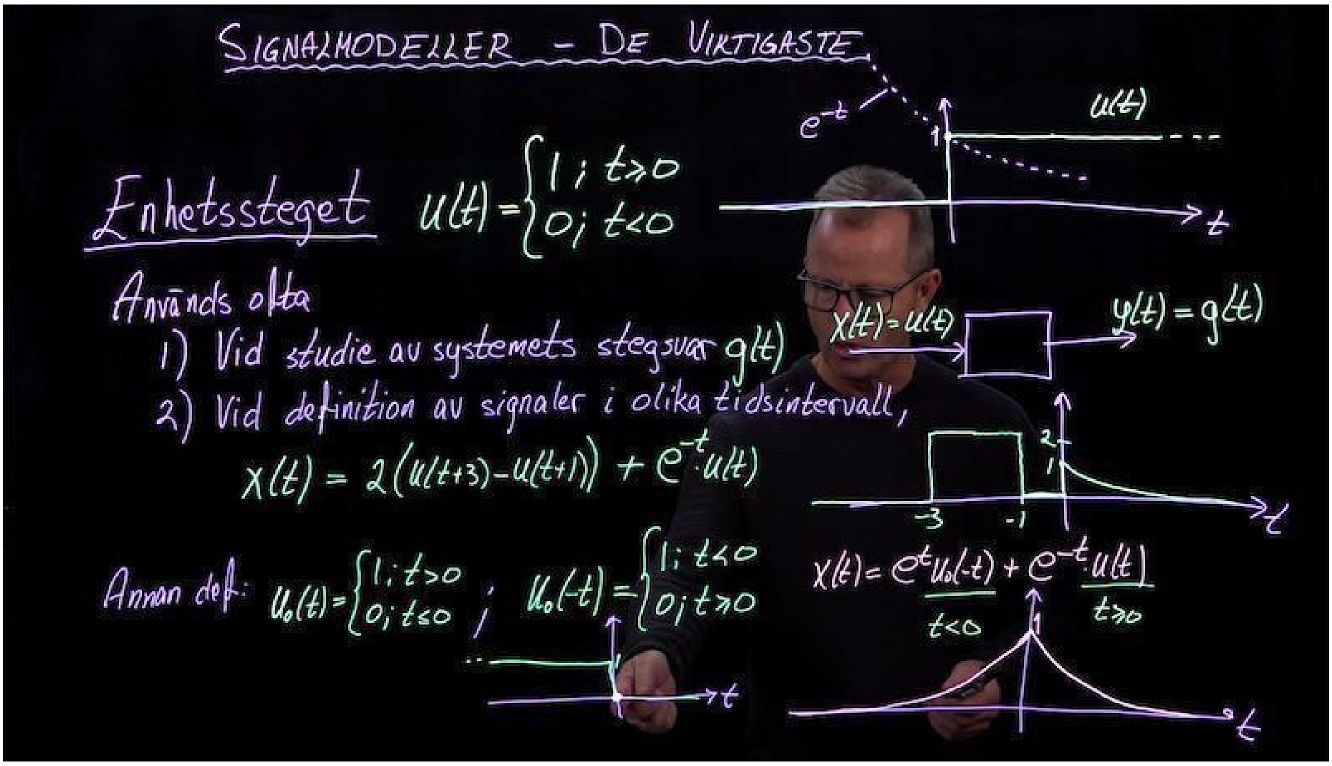
  I praktiska sammanhang existerar oftast signaler från en viss tidpunkt och man kan då säga att en signal är stationär från och med den tidpunkten.
  En signal kan även innehålla flera termer, där en sådan term eller del av signalen är stationär – till exempel att en signal "svänger in sig" (konvergerar) mot en stationär term.

* En transient signal är en signal som startar vid en viss tidpunkt och sedan på något sätt går mot noll – vilket i den här kursen ofta sker exponentiellt.

  Två exempel:



Signalmodeller – de viktigaste

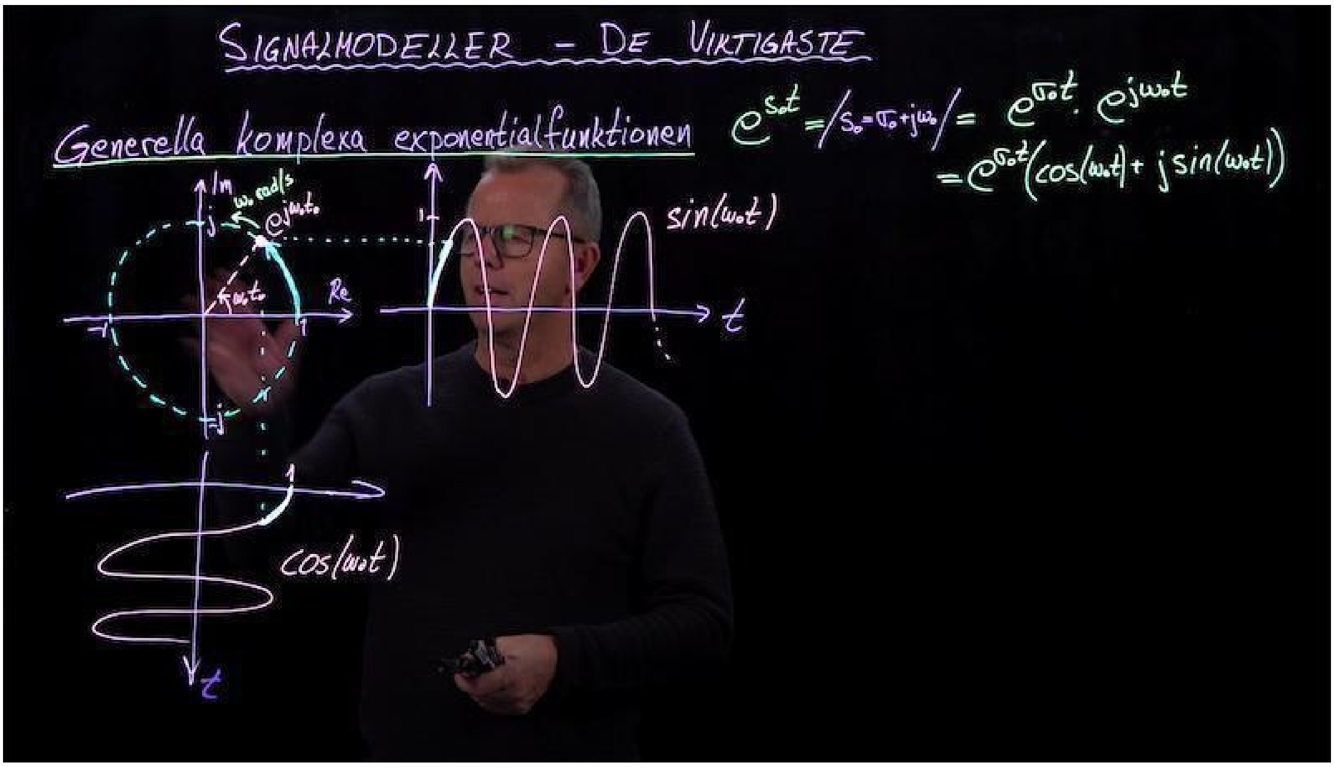


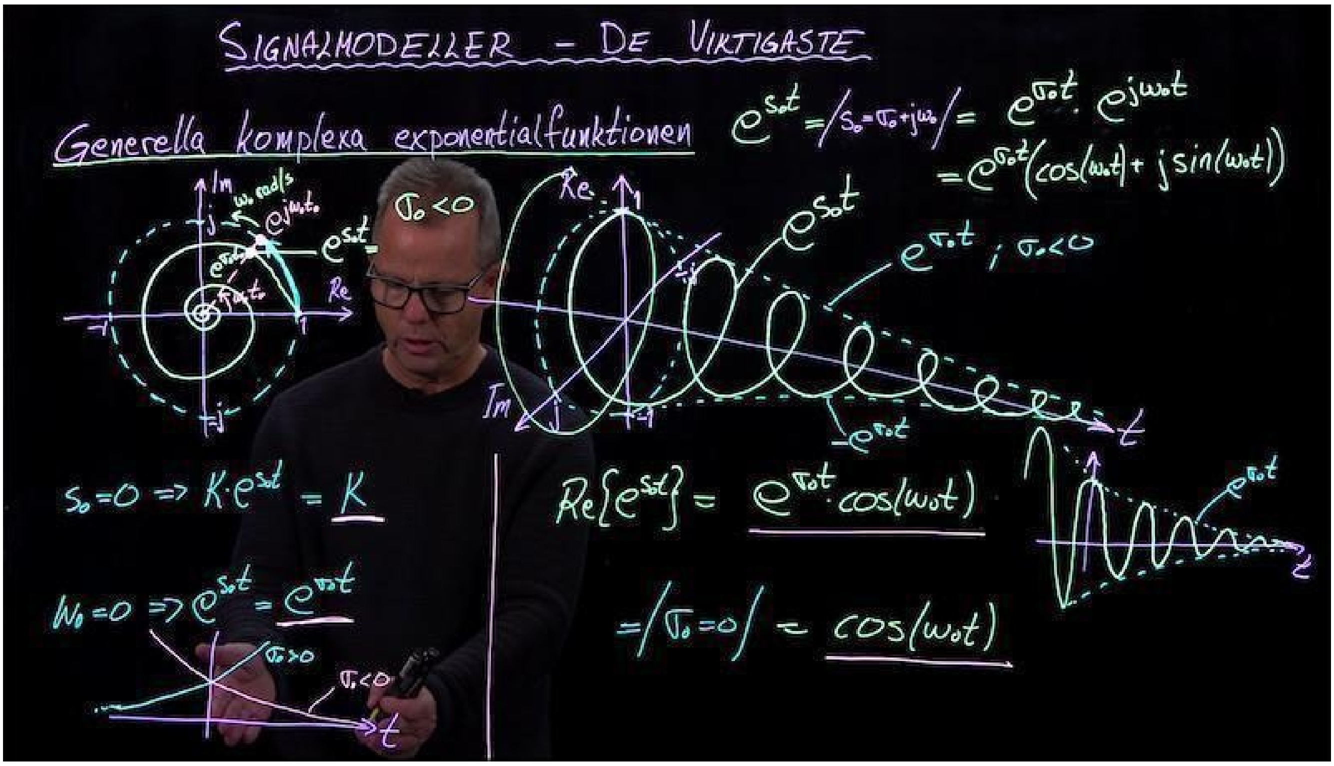
Här definieras de viktigaste tidskontinuerliga signalmodellerna – till att börja med
* Enhetssteget (0:00)

De två tillämpningsexemplena i videon är mycket centrala i kursen.
Många matematiker föredrar att kalla enhetssteget för Heavisidefunktionen.

I de två följande skärmdumparna visas
* Den generella komplexa exponentialfunktionen, med olika specialfall (8:14)

Inledningsvis (nedan) visar jag hur man kan erhålla en sinus och en cosinus utgående från en punkt som roterar moturs längs enhetscirkeln i det komplexa talplanet.





I videon visar jag hur ett antal standardsignaler kan erhållas utgående från den generella komplexa exponentialfunktionen $e^{s_0 t}$

Genom att använda en komplex variabel $s = \sigma + j\omega$ i stället för den komplexa konstanten $s_0 = \sigma_0 + j\omega_0$, så erhålls komplexvärda basfunktioner e^{st} för olika s.
Med användning av dessa basfunktioner kan man beskriva laplacetransformerbara signaler med hjälp av den inversa laplacetransformen:

$$x(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma - j\infty}^{\sigma + j\infty} X_{\mathrm{I}}(s) e^{st} \, ds$$

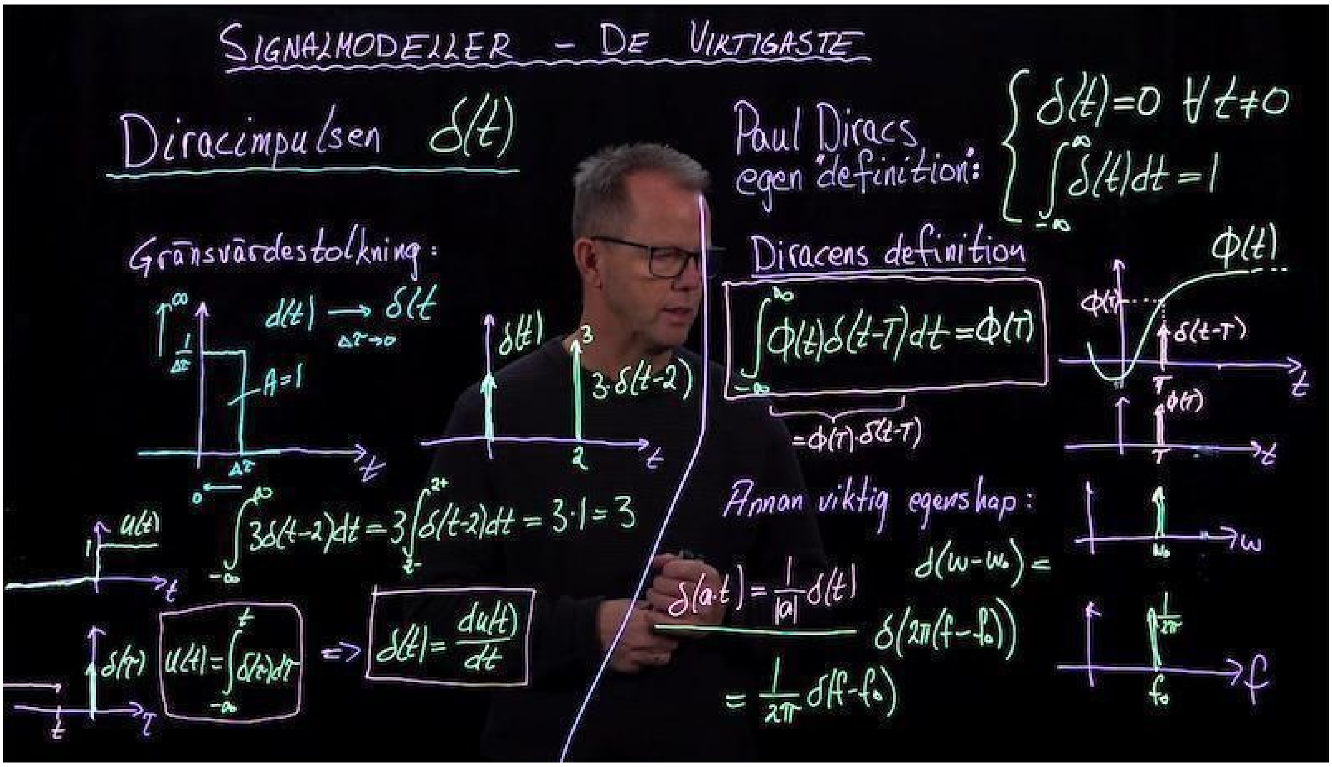
På samma sätt så kan man, med $s = j\omega$, använda $e^{j\omega t}$ som basfunktioner för energisignaler, med hjälp av den inversa fouriertransformen:

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) \, e^{j\omega t} \, d\omega$$

Slutligen kan man, med $s = jn\omega_0$, använda $e^{jn\omega_0 t}$ som basfunktioner för periodiska signaler, med hjälp av den komplexa fourierserien:

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} D_n \cdot e^{jn\omega_0 t}$$

Vi återkommer till dessa perspektiv och användningsområden när vi kommer till motsvarande delar i kursen.



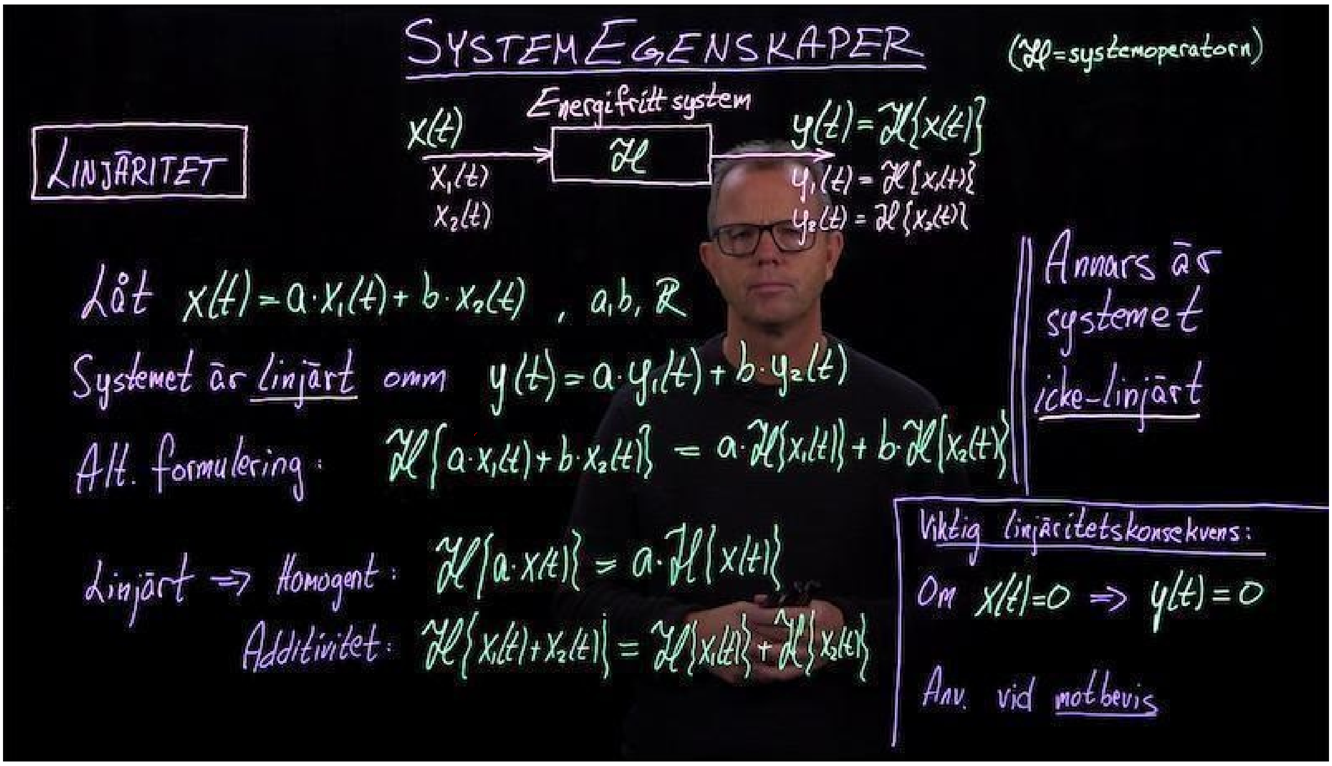
* Diracimpulsen (21:22)

I kursen, speciellt i samband med faltning, som tas upp på nästa föreläsning, kommer du oftare att stöta på diracens integraldefinition där man har bytt plats på t och tau i integralen. Då är det tau som är integrationsvariabel och inuti betraktas t som en konstant, till exempel som det står på sidan 4 i kursens formelsamling:

Från **dirac-impulsens definition** följer att en tidskontinuerlig fysikalisk signal $x(t)$ kan uttryckas som $\boxed{x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)\delta(t-\tau)\,d\tau\,.}$

Genom att man i denna integral varierar (tids-)konstanten t så erhålls signalen/funktionen x(t), som betraktas som en tidsberoende funktion, med t som tidsvariabel.
(Detta samband används i nästa föreläsning för att härleda faltning)

Systemegenskaper – Linjäritet



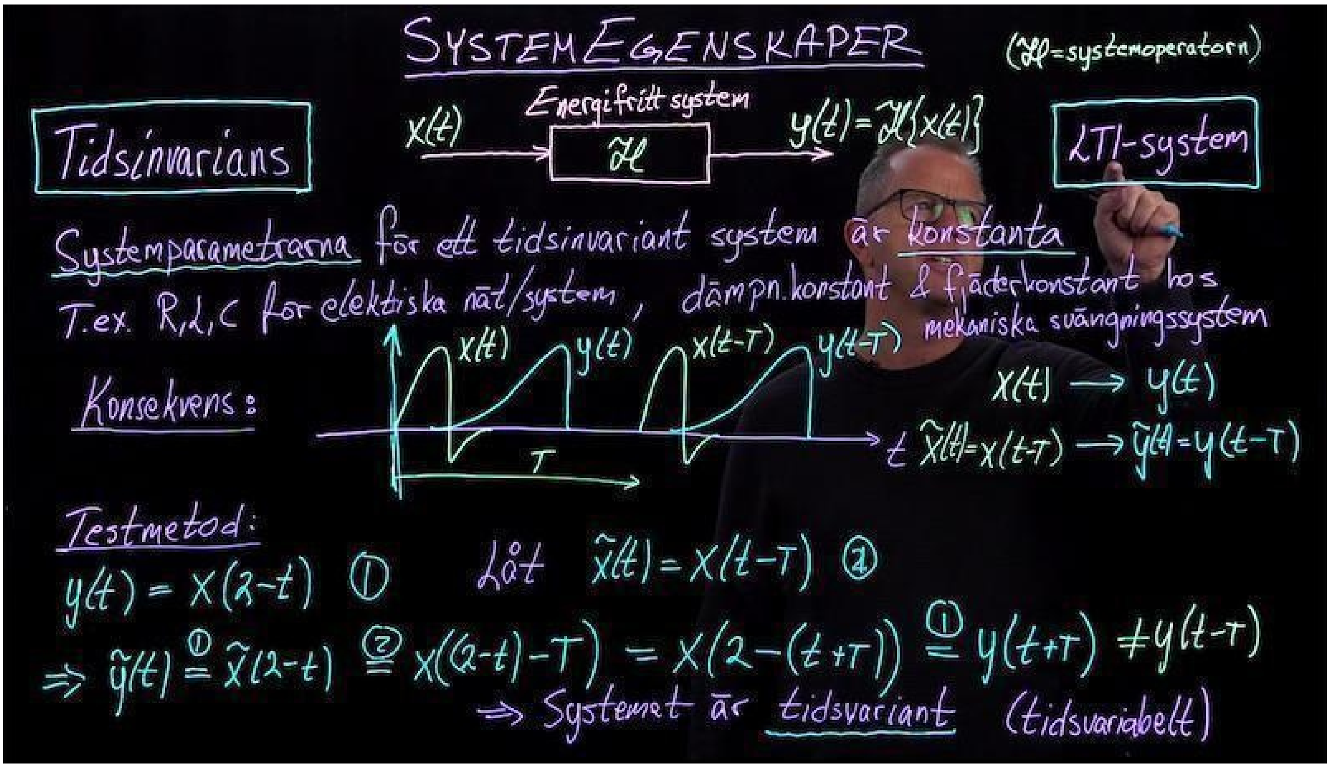
Definition av systemegenskapen linjäritet, inklusive
linjäritetens två komponenter – homogenitet & additivitet (från 4:36)

De flesta fysikaliska system är inte linjära.
Man fokuserar därför oftast på linjära modeller av ickelinjära fysikaliska system.

Den här kursen är en kurs i LINJÄRA SYSTEM (vilket även är ett anligt namn på kurser och böcker inom detta område).

De flesta matematiska verktyg/metoder/samband som du kommer att stöta på i kursen gäller bara för system som är linjära!

Systemegenskaper – Tidsinvarians



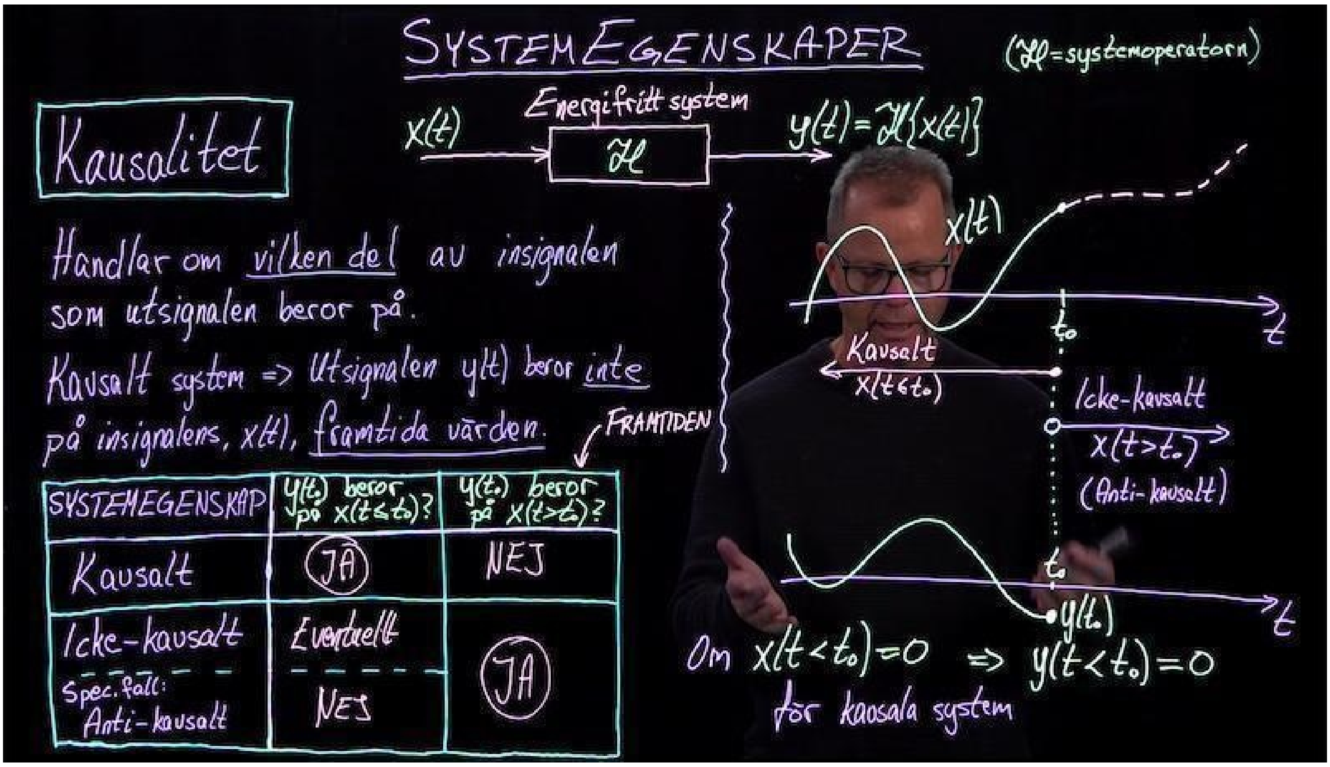
Definition av systemegenskapen tidsinvarians.

Definition av tidsinvarians (0:00)
Testmetod för tidsinvarians – ett exempel (5:14)

De flesta system som vi betraktar i kursen är tidsinvarianta.

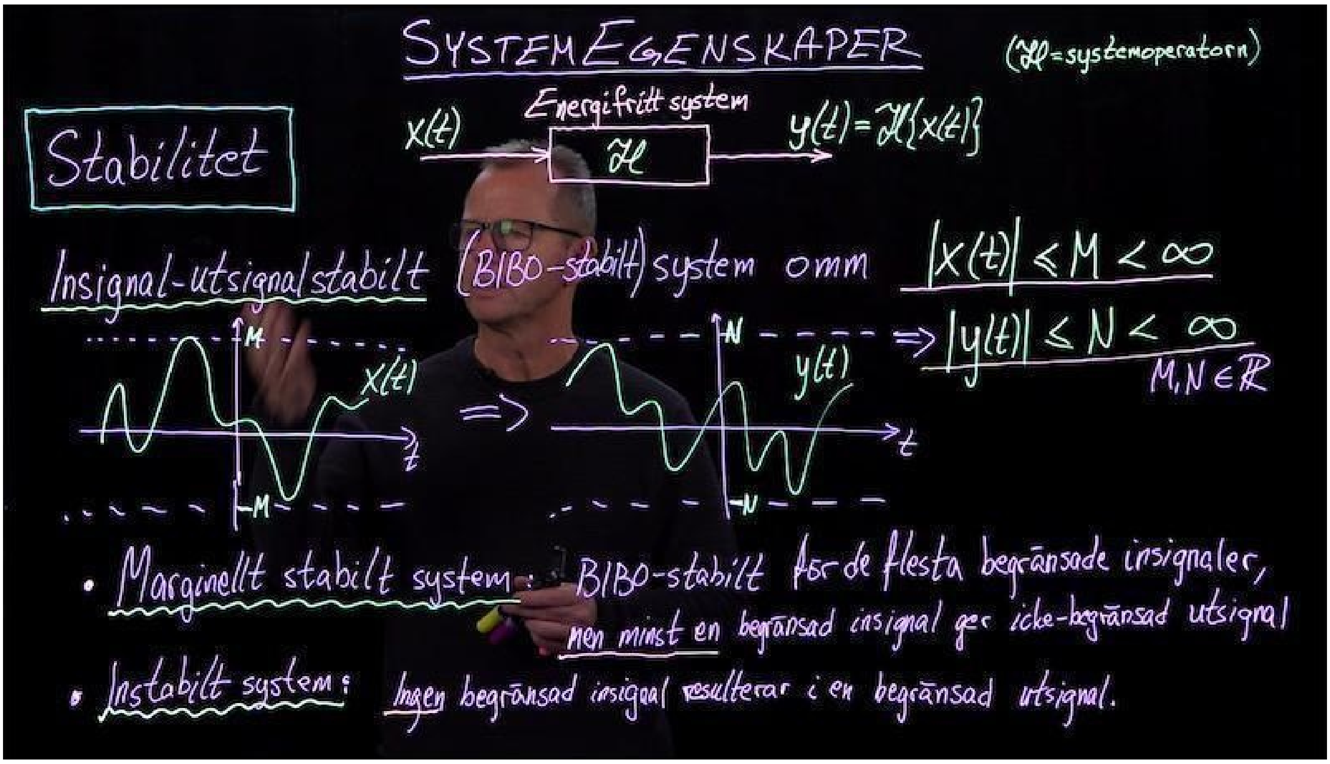
Som jag nämner i slutet av videon, så är de flesta system av intresse både Linjära och TidsInvarianta och man kallar sådana system för LTI-system.

Systemegenskaper – Kausalitet



Definition av systemegenskapen kausalitet.

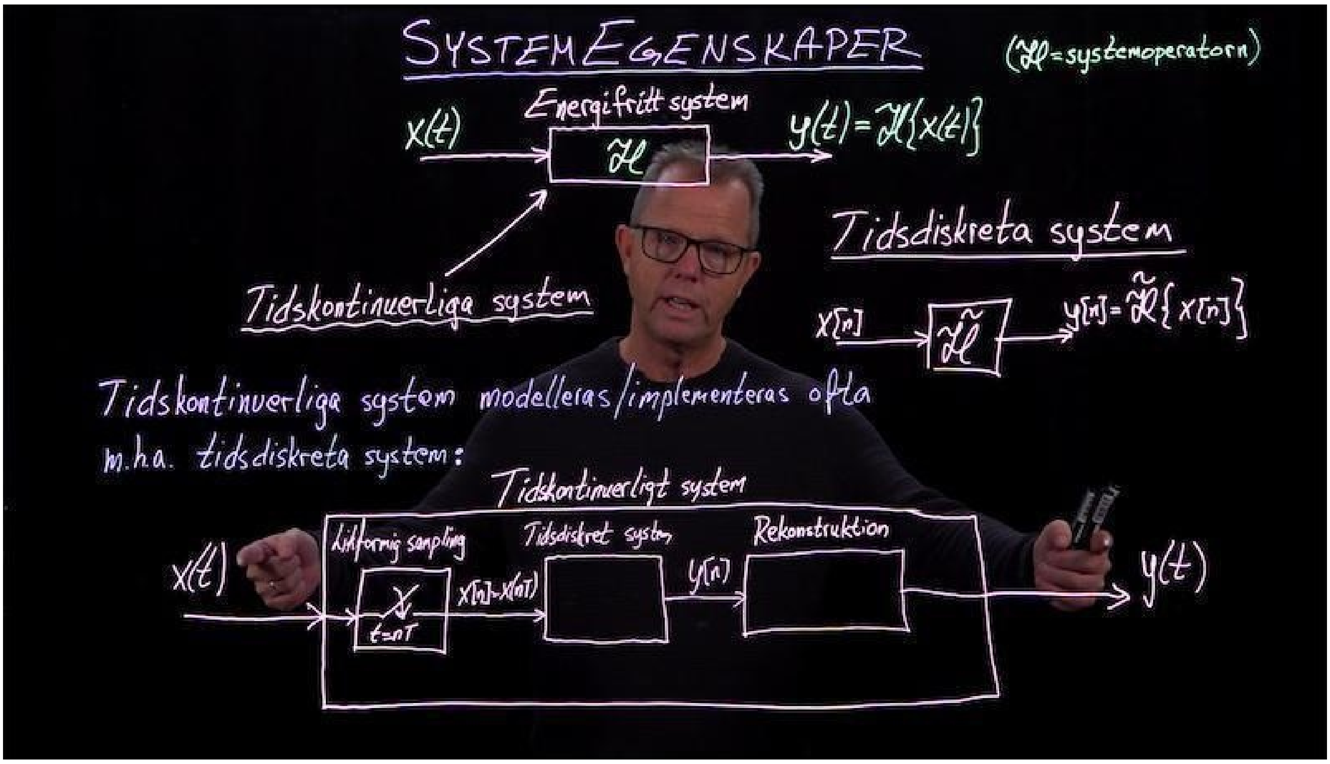
Systemegenskaper – Stabilitet



Definition av systemegenskapen stabilitet:

* Insignal-utsignalstabilitet (BIBO-stabilitet) (0:00)
* Marginell stabilitet (4:04)
* Instabilitet (5:56)

Tidskontinuerliga och Tidsdiskreta system



Definition av tidskontinuerliga system och tidsdiskreta system och relationen mellan dessa:

* Tidskontinuerligt system (0:00)
* Tidsdiskret system (1:30)
* Implementering av tidskontinuerliga system m.h.a. tidsdiskreta system (2:22)

Vid 5:30 pratar jag om analoga och digitala signaler, om A/D-omvandlare och D/A-omvandlare. Här är en beskrivning av skillnaderna mellan dessa signaler och motsvarande tidskontinuerliga respektive tidsdiskreta signaler:

Tidskontinuerlig signal – Signalen är kontinuerlig längs tidsaxeln

Analog signal – Signalen kan anta alla värden

Tidsdiskret signal – Signalen är diskret längs tidsaxeln

Digital signal – Signalens värden är diskretiserade
(t.e.x. på grund av binär representation)