

Lektionsuppgifter TSDT84 (period 1)

Lasse Alfredsson
Institutionen för systemteknik
Linköpings universitet

2022

1 Fourierserietveckling

1.1 Frekvensspektrum

- 1.1.1 Vilka av följande signaler är periodiska och vilka är icke-periodiska? Motivera periodiciteten respektive icke-periodiciteten för varje signal.
 Ange även periodtiden T_0 samt vilka deltonet n som ingår i fourierserien (dvs. de n för vilka $C_n \neq 0$) för de signaler som är periodiska.

a) $a(t) = 2 + 5 \sin(4t) + 4 \cos(7t)$

b) $b(t) = 7 \cos(\pi t) + 5 \sin(2\pi t)$

c) $c(t) = 3 \cos(\sqrt{2}t) + 5 \cos(2t)$

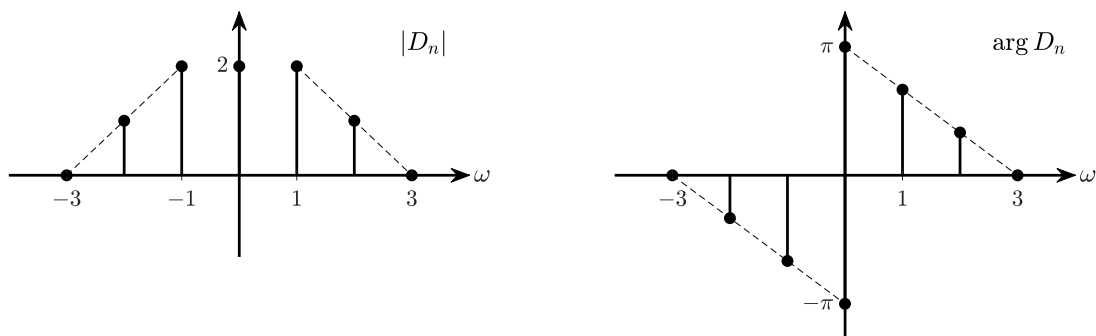
d) $d(t) = \sin(3t) + \cos\left(\frac{15}{4}t\right)$

- 1.1.2 Den trigonometriska fourierserien för en viss periodisk signal $x(t)$ är

$$x(t) = 3 + \sqrt{3} \cos(2t) + \sin(2t) + \sin(3t) - \frac{1}{2} \cos\left(5t + \frac{\pi}{3}\right)$$

- a) Skissa signalens enkelsidiga frekvensspektrum.
 b) Skissa signalens dubbelsidiga frekvensspektrum utgående från spektrumet i a).
 c) Bestäm den komplexa fourierserien för $x(t)$ utgående från spektrumet i b).
 d) Visa att den komplexa fourierserien i c) är ekvivalent med den givna trigonometriska fourierserien för $x(t)$.

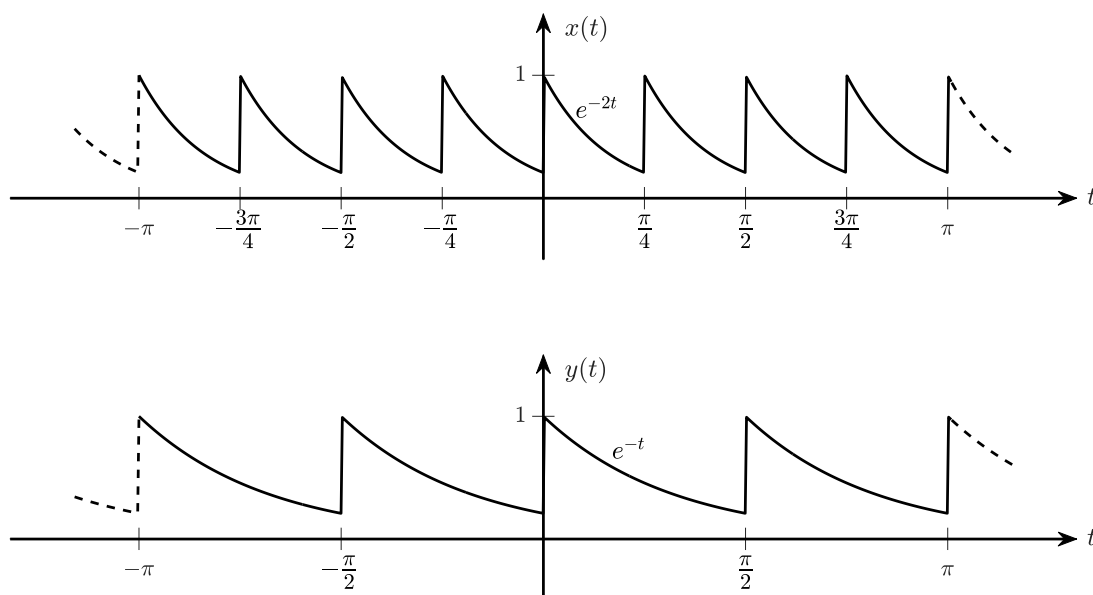
- 1.1.3 Figuren nedan visar det dubbelsidiga frekvensspektrumet för en periodisk signal $x(t)$.



- a) Bestäm, utgående från frekvensspektrumet, den trigonometriska fourierserien på kompakt form (dvs. cosinusserien) för $x(t)$.
 b) Skissera det enkelsidiga frekvensspektrumet för $x(t)$ utgående från det dubbelsidiga frekvensspektrumet i figuren ovan.
 c) Bestäm den trigonometriska fourierserien för $x(t)$ på kompakt form utgående från det spektrum som togs fram i b).
 d) Reflektera över det faktum att fourierserierna som togs fram i a) och c) är ekvivalenta.

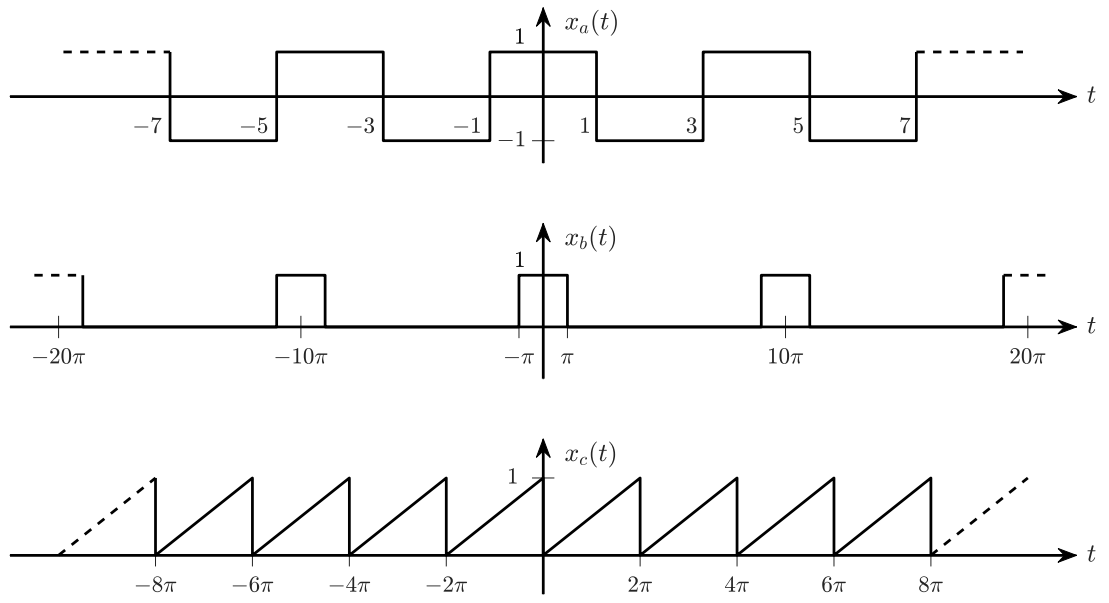
1.2 Fourierserieutveckling

1.2.1 Figuren nedan visar två periodiska signaler $x(t)$ och $y(t)$, där $y(t) = x\left(\frac{t}{2}\right)$.

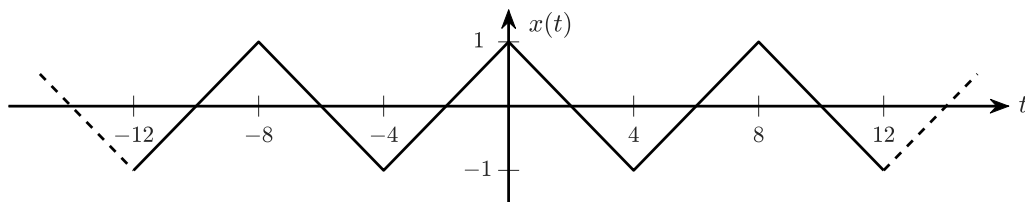


- Bestäm den trigonometriska fourierserien på kompakt form för $y(t)$.
- Signalen $x(t)$ kan erhållas genom att expandera/tidsskala $y(t)$ med en faktor 2. Använd denna relation för att, utgående från ditt resultat i a), beräkna den trigonometriska fourierserien på kompakt form för $x(t)$.
- Hur skiljer sig de komplexa fourierseriekoefficienterna för $x(t)$ från de komplexa fourierseriekoefficienterna för $y(t)$?
- Visa att en tidskomprimering med en faktor a av en periodisk signal i tidsdomänen leder till en expandering av frekvensspektrumet längs ω -axeln med samma faktor a . Med andra ord, visa att C_0 , C_n och θ_n är oförändrade, men att grundvinkelfrekvensen ökar med en faktor a . Visa även att motsatsen gäller, alltså att en expandering av en signal längs tidsaxeln i tidsdomänen motsvaras av en komprimering av dess spektrum längs frekvensaxeln i frekvensdomänen.

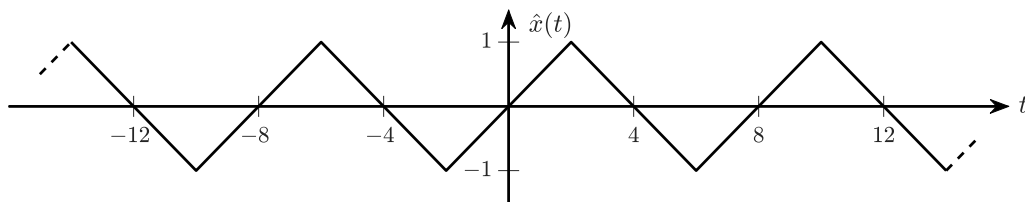
1.2.2 Beräkna den komplexa fourierserien för nedanstående periodiska signaler samt rita deras motsvarande dubbelsidiga frekvensspektrum, dvs. deras dubbelsidiga amplitudspektrum och fasspektrum.



- 1.2.3 a) Beräkna den komplexa fourierserien för signalen $x(t)$ nedan.



- b) Bestäm, utgående från resultatet i a), den komplexa fourierserien för signalen $\hat{x}(t)$, som är en tidsförskjuten version av $x(t)$.



- c) Bestäm, utgående från resultatet i a), den komplexa fourierserien för signalen $\tilde{x}(t)$, som är en tidsskalad version av $x(t)$.

