Information

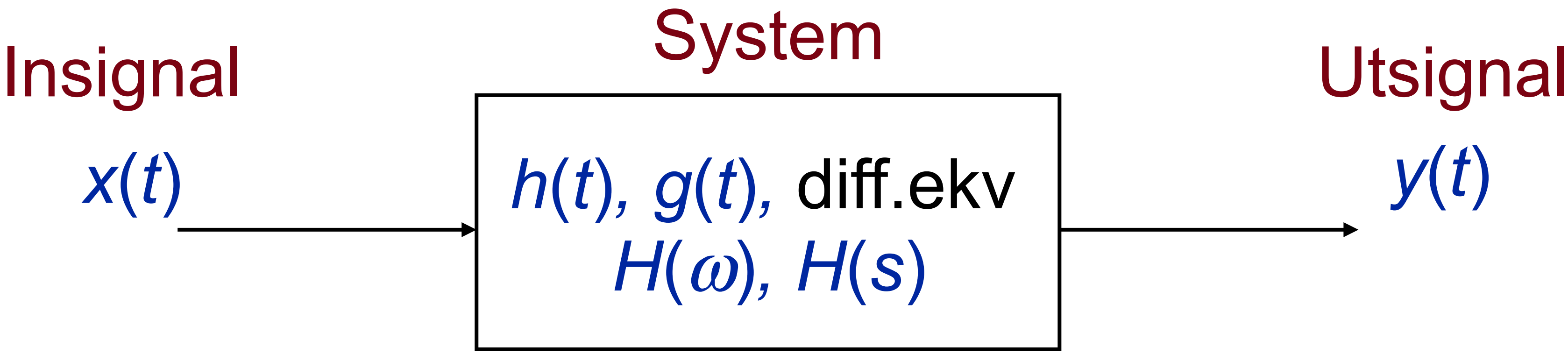
- Kursens webb-area:

  www.cvl.isy.liu.se/education/undergraduate/TSKS06

- Kursupplägg, Linjära System-delen:
  - Föreläsningar,
  - Lektioner,
  - Inlämningsuppgift med rapport

- **Gott utbyte av föreläsning kräver förberedelse !**

Modell

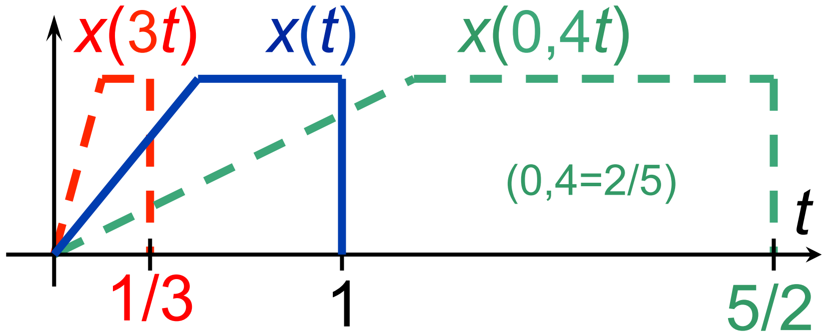


- Ett **SYSTEM** = en **matematisk modell** av ett fysikaliskt system, som för olika **insignaler** genererar olika **utsignaler**.

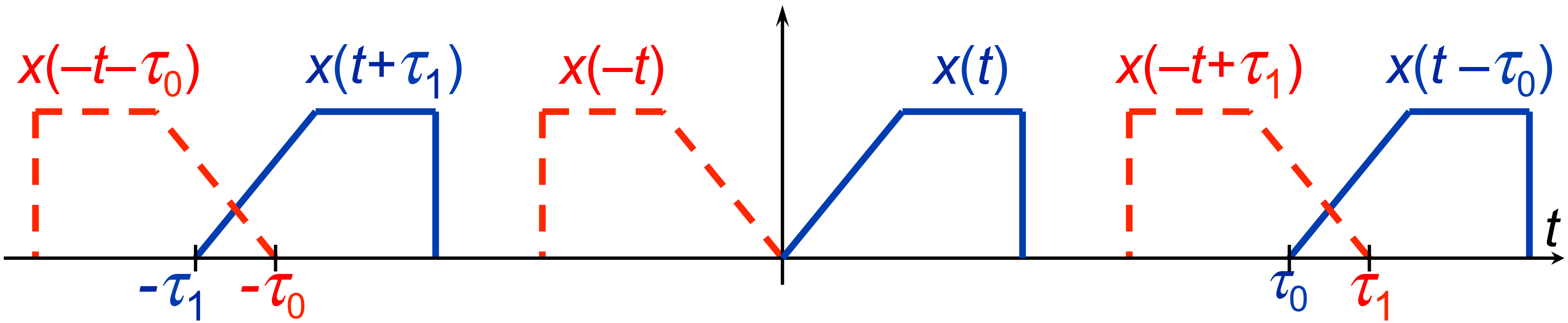
- En **SIGNAL** = en funktion som *representerar* en fysisk storhet eller variabel och innehåller **information** om dess uppförande eller fenomenets egenskaper.

- Signalerna är här oftast <u>deterministiska</u>, <u>endimensionella</u>, <u>periodiska</u> eller <u>icke-periodiska</u>, <u>tidskontinuerliga</u> och <u>amplitudkontinuerliga</u>.

Signalmanipulering – exempel



- Tidsskalning: $y(t) = x(a \cdot t)$
- Skiftning: $y(t) = x(t \pm \tau)$
- Spegling: $y(t) = x(-t)$

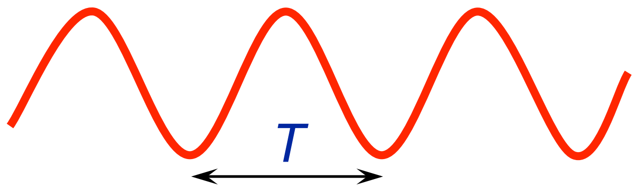


Speciella signaler

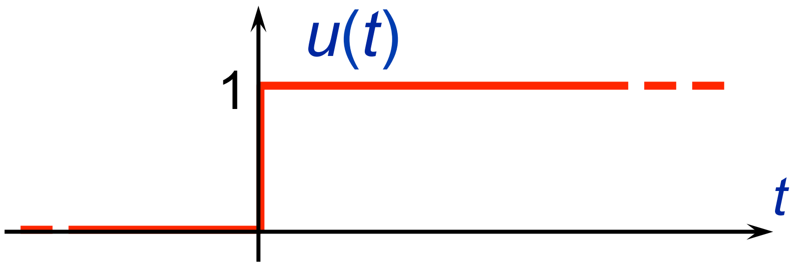
- Stationär sinus (cosinus):

$$\boxed{x(t) = A \cdot \sin(\omega_0 t + \phi)}$$

  - Vinkelfrekvens, $\omega_0 = 2\pi f_0 = \dfrac{2\pi}{T}$



- Enhetssteget (heavisidefunktionen):



$$\boxed{u(t) = \begin{cases} 1; & t \geq 0 \\ 0; & t < 0 \end{cases}}$$

Också användbar: $u_0(-t) = \begin{cases} 1; & t < 0 \\ 0; & t \geq 0 \end{cases}$ $\left(u_0(t) = \begin{cases} 1; & t > 0 \\ 0; & t \leq 0 \end{cases} \right)$

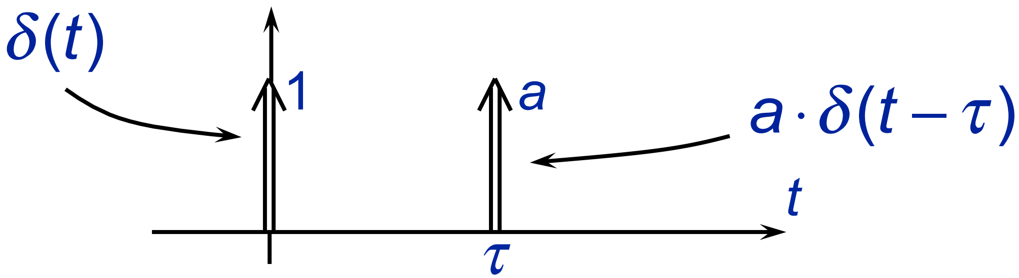
Speciella signaler, forts.

- Diracimpulsen, $\delta(t)$ definieras av sambandet

$$\boxed{\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)x(t)dt = x(0)}$$

- $\delta(t)$ är en *distribution* (*= generaliserad funktion – se App. F*).

I integralen ovan kallas $x(t)$ för *testfunktion*.

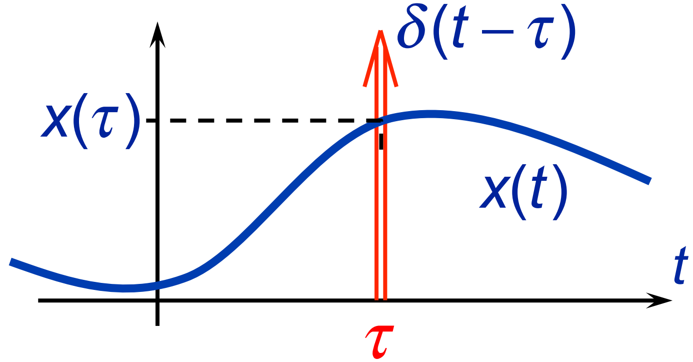


a = dirac:ens *vikt*

Några egenskaper hos dirac:en

Utvidgad definition:

$$\boxed{\int_{-\infty}^{\infty} x(t)\delta(t-\tau)\,dt = x(\tau)}$$



Vanligast förekommande form:

$$\boxed{\int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)\delta(\tau-t)\,d\tau = f(t)}$$

Specialfall, $x(t) = a$:

$$\boxed{\int_{-\infty}^{\infty} a\delta(t)\,dt = a} \quad \Longrightarrow \quad \boxed{\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)\,dt = \int_{0-}^{0+} \delta(t)\,dt = 1}$$

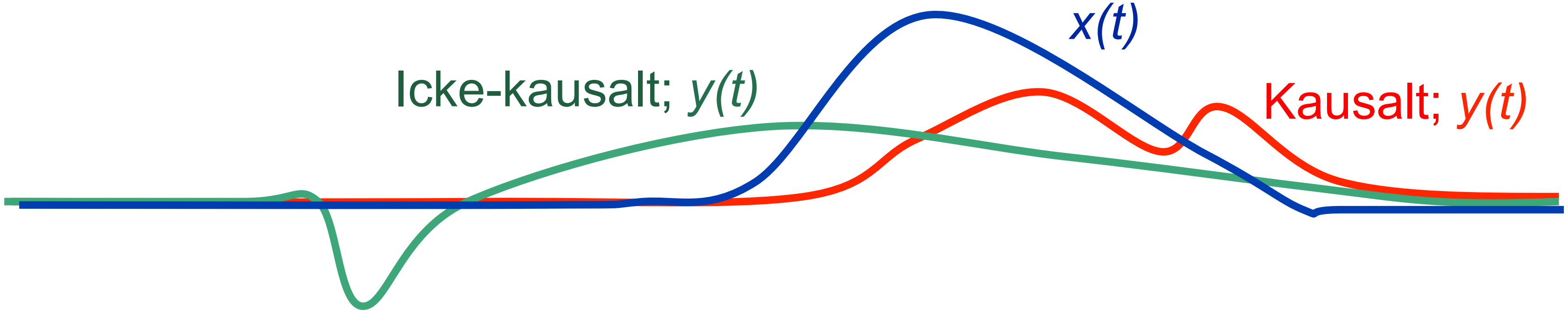
$$\boxed{u(t) = \int_{-\infty}^{t} \delta(\tau)\,d\tau \quad \Leftrightarrow \quad \delta(t) = \frac{du(t)}{dt}}$$

$$\boxed{\delta(a\cdot t) = \frac{1}{|a|}\delta(t); \qquad a \neq 0}$$

Systemegenskaper (de vanligaste)

Kausalitet – utsignalens beroende av insignalen:

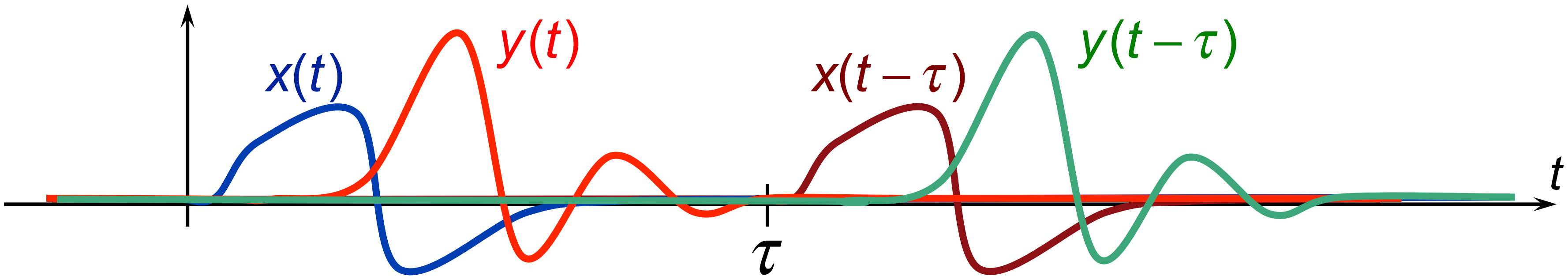
Systemegenskap	$y(t_0)$ beror på $x(t \leq t_0)$?	beror på $x(t > t_0)$?
Kausalt	JA	NEJ
Icke-kausalt	Eventuellt	JA
Anti-kausalt (specialfall)	NEJ	JA



Systemegenskaper, forts.

- **Tidsinvariant:** Utsignalen bestäms bara av utseendet på insignalen och inte när den appliceras

$$x(t) \rightarrow y(t) \quad \Rightarrow \quad x(t \pm \tau) \rightarrow y(t \pm \tau)$$



- Icke tidsinvariant system $\Longrightarrow$ **Tidsvariabelt** (-variant)

Systemegenskaper, forts.

- **Homogent:**

$$x(t) \rightarrow y(t) \quad \Rightarrow \quad a \cdot x(t) \rightarrow a \cdot y(t)$$

- **Additivt:**

$$\left.\begin{array}{l} x_1(t) \rightarrow y_1(t) \\ x_2(t) \rightarrow y_2(t) \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{rr} & x(t) = x_1(t) + x_2(t) \\ \rightarrow & y(t) = y_1(t) + y_2(t) \end{array}\right.$$

- **Linjärt** = Homogent & Additivt:

$$x(t) = a \cdot x_1(t) + b \cdot x_2(t) \quad \rightarrow \quad y(t) = a \cdot y_1(t) + b \cdot y_2(t)$$

Systemegenskaper, forts.

- **Stabilt:** *Varje* begränsad insignal ger en begränsad utsignal, dvs.

$$|x(t)| \le M < \infty \quad \Rightarrow \quad |y(t)| \le N < \infty \quad \forall t$$

- **Marginellt stabilt:** *De flesta* begränsade insignaler ger begränsade utsignaler

- **Instabilt:** *Ingen* begränsad nollskild insignal kan ge en begränsad utsignal

Vanligast: $\boxed{\text{Stabila och kausala LTI-system}}$

Linjärt &
Tids**I**nvariant

Systembeskrivning

$$x(t) \longrightarrow \boxed{\text{Energifritt, tidskontinuerligt system}} \longrightarrow y(t)$$

- **Impulssvar:** $\boxed{h(t) = y(t) \quad \text{då} \quad x(t) = \delta(t)}$

  Motivering:
  - Ger systemets frekvensegenskaper.
  - Används för beräkning av $y(t)$ för godtycklig $x(t)$.

- **Stegsvar:** $\boxed{g(t) = y(t) \quad \text{då} \quad x(t) = u(t)}$

  Motivering: Visar systemets egenskaper vid stegformad ändring av insignalen.