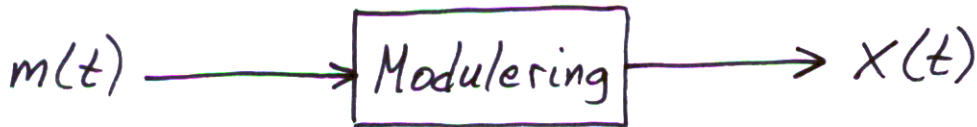


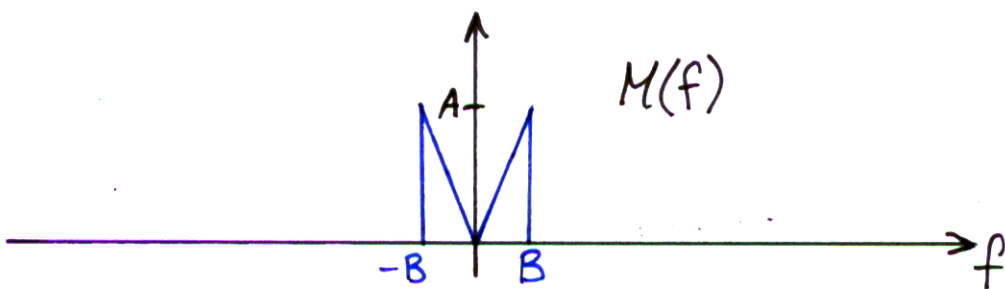
# ANALOG MODULERING



$m(t)$ : Meddelandesignal med signalenergin vid låga frekvenser, dvs. en basbandssignal.

$X(t)$ : Modulerad signal, med signalenergin vid relativt höga/högre frekvenser, en passbandssignal.

Ex, spektrum för  $m(t)$ :



Den modulerade signalen  $x(t)$  erhålls genom att låta  $m(t)$  påverka/modulera

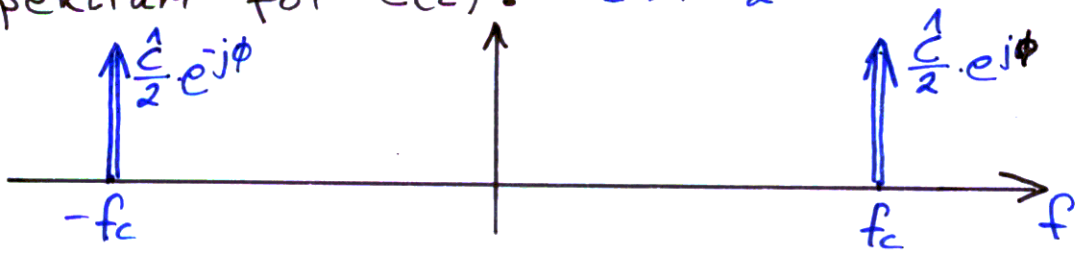
- ① Amplituden,
- ② Frekvensen eller
- ③ Fasen

hos en bärsvåg  $c(t) = \hat{C} \cdot \cos(\omega_c t + \phi)$  (carrier)  $\omega_c = 2\pi f_c$

Detta kallas ① Amplitudmodulering (AM),

② Frekvensmodulering (FM) resp. ③ Fasmodulering (PM/PHM).

Spektrum för  $c(t)$ :  $C(f) = \frac{\hat{C}}{2} e^{-j\phi} \delta(f+f_c) + \frac{\hat{C}}{2} e^{j\phi} \delta(f-f_c)$



# AM - Amplitudmodulering

Gällde kursen  
t.o.m. 2018

~~Repetera AM i föreläsning 7! (bild 14-16)~~

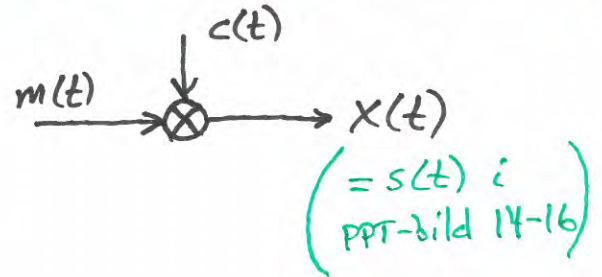
Bärvåg:  $c(t) = \hat{C} \cdot \cos(\omega_c t)$

↑ = A i Mikael's kompendium

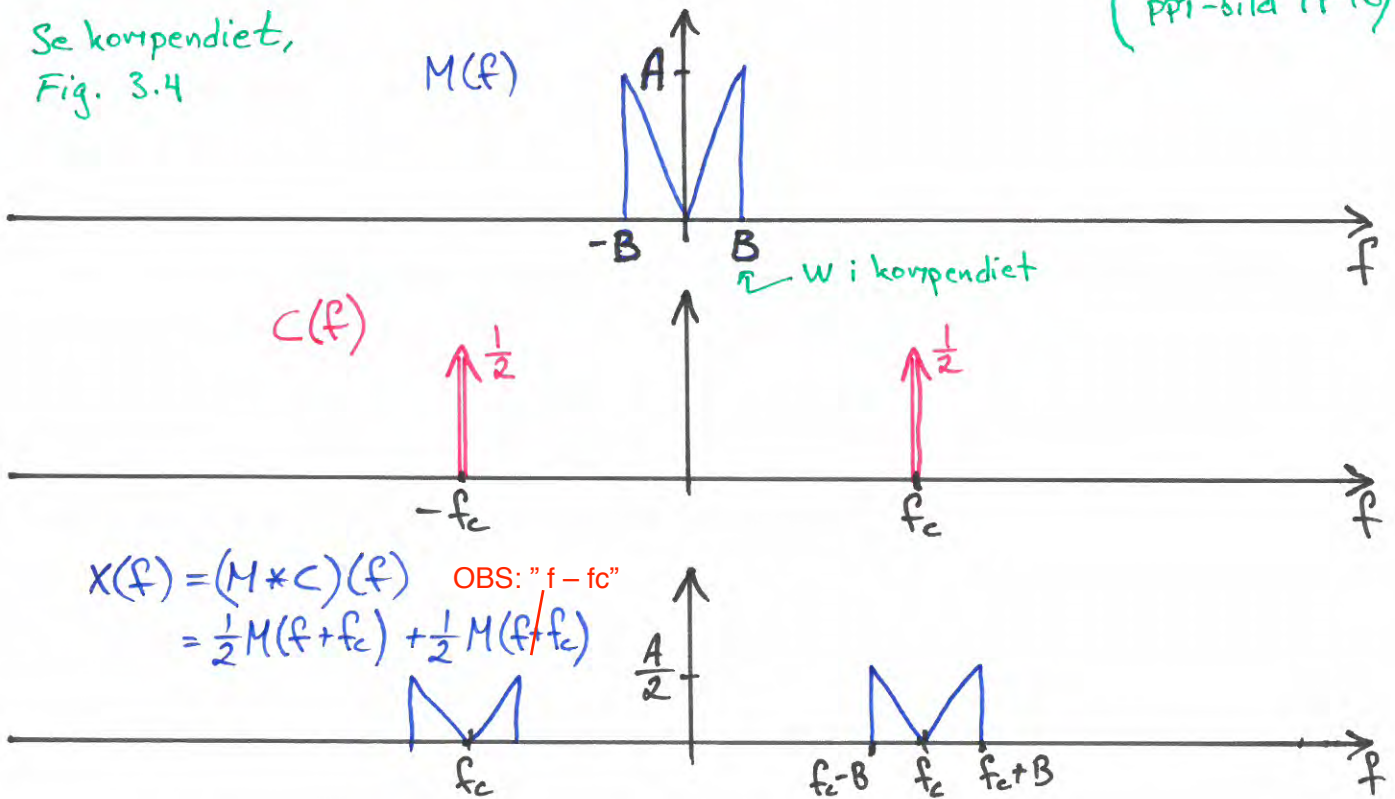
oftast:  $\hat{C} = A = 1$ . (som i föreläsningens powerpointbilder 14-)

## • AM-DSB-SC (Double Side Band - Suppressed Carrier)

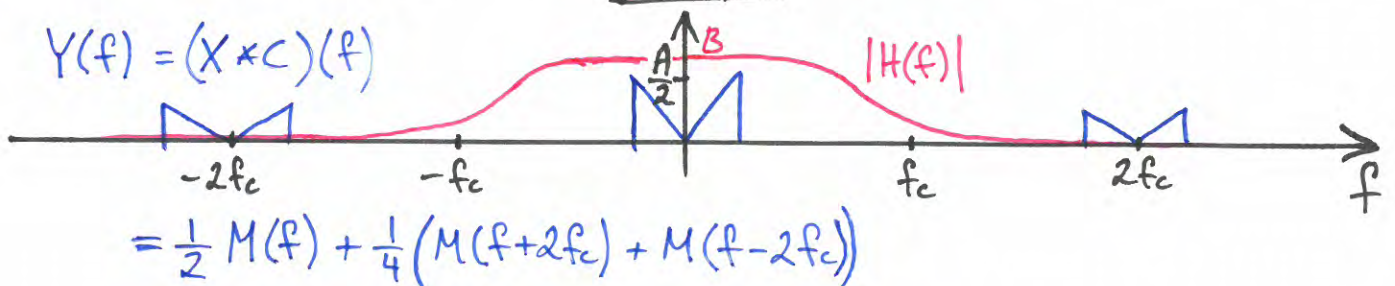
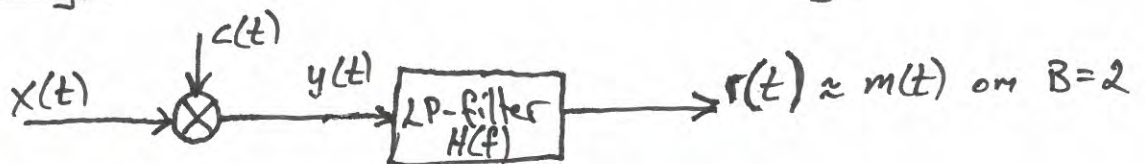
$$x(t) = m(t) \cdot c(t) = m(t) \cdot \cos(\omega_c t)$$



Se kompendiet,  
Fig. 3.4



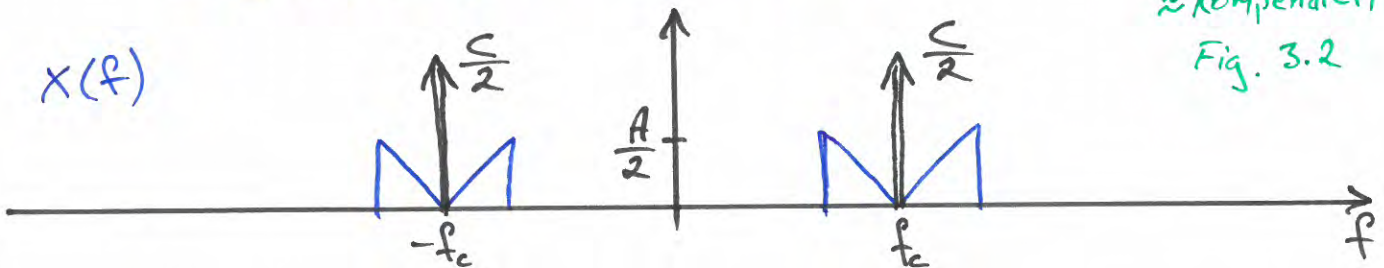
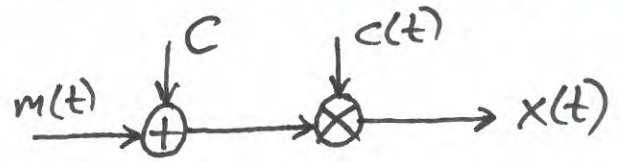
Demodulering: Mult. med  $c(t)$  samt LP-filtrering



# • AM-DSB

(bärvågen ingår i den modulerade signalen)

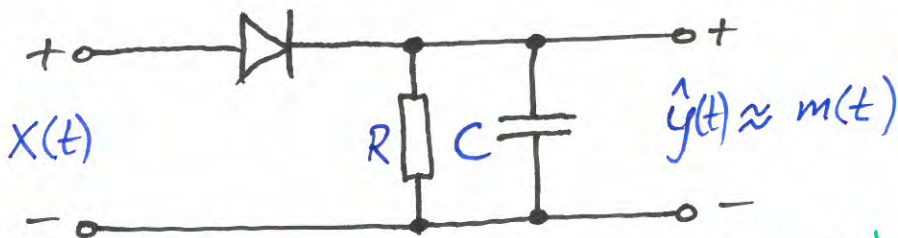
$$\begin{aligned} X(t) &= (C + m(t)) \cdot c(t) \\ &= (C + m(t)) \cdot \cos(\omega_c t) \\ &= C \cdot \cos(\omega_c t) + m(t) \cdot \cos(\omega_c t) \end{aligned}$$



≈ Kompendiet, Fig. 3.2

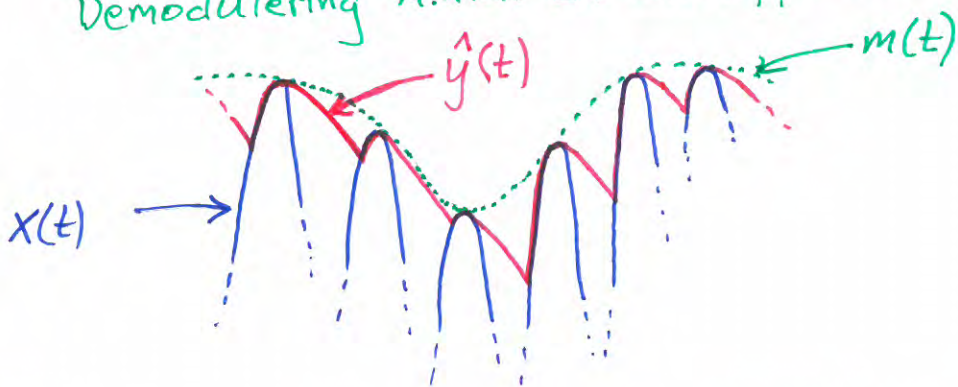
C väljs så att  $C + m(t) > 0 \quad \forall t$

⇒ Då kan  $m(t)$  enkelt erhållas från  $x(t)$  m.h.a. en enveloppdetektor:



≈ Kompendiet, Fig 3.1

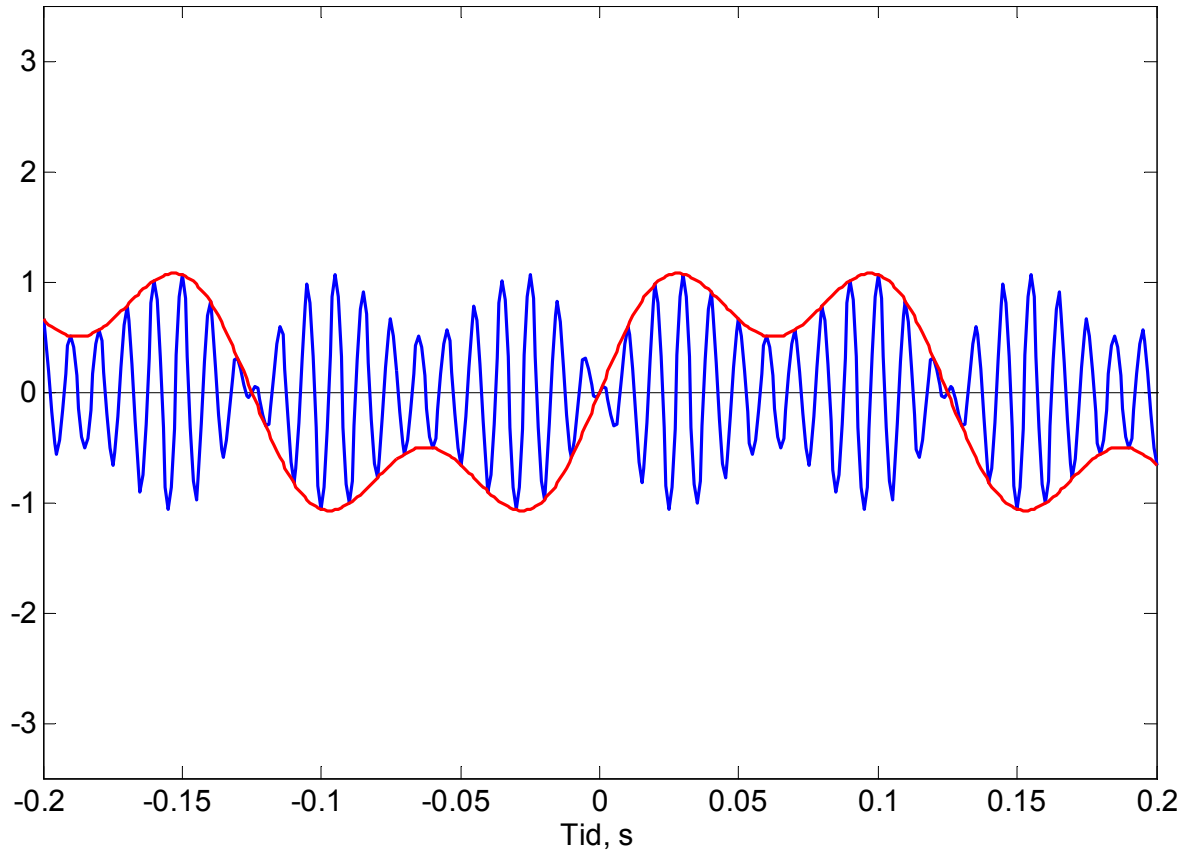
Demodulering m.h.a. en enveloppdetektor



[Jämförelse AM-DSB-SC & AM-DSB, nästa sida]

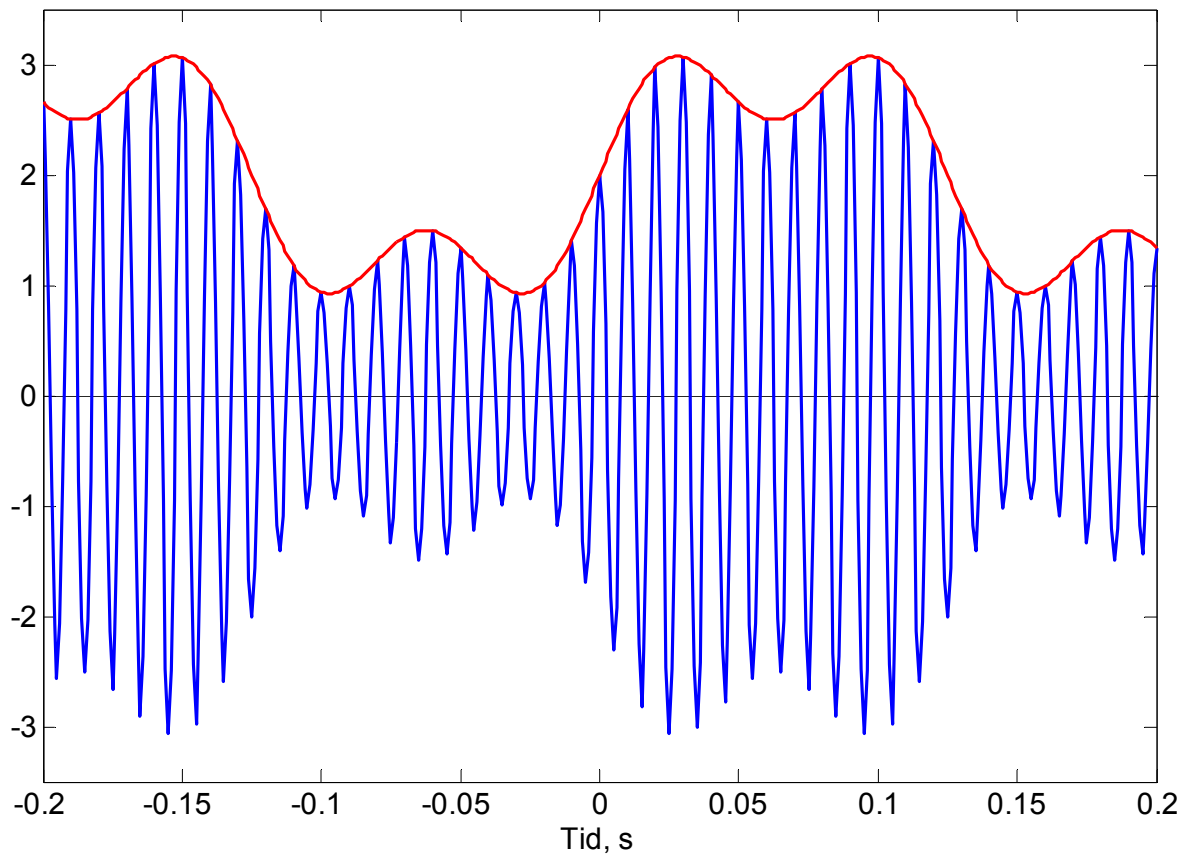
Signalen  $m(t)$  (röd).

Modulerad signal **AM-DSB-SC**:  $s(t)=m(t)c(t)$  (blå)

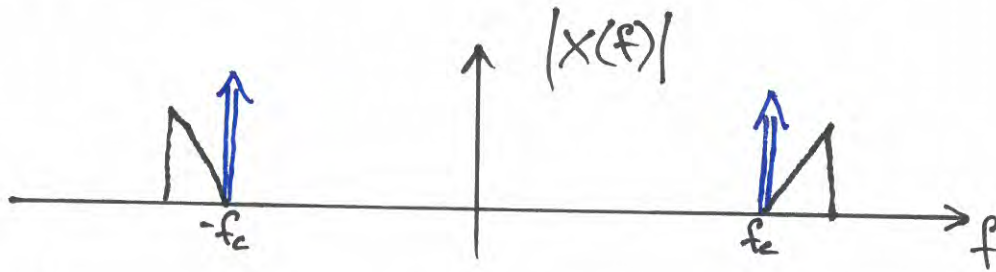


Signalen  $2+m(t)$  (röd).

Modulerad signal **AM-DSB**:  $s(t)=(2+m(t))c(t)$  (blå)

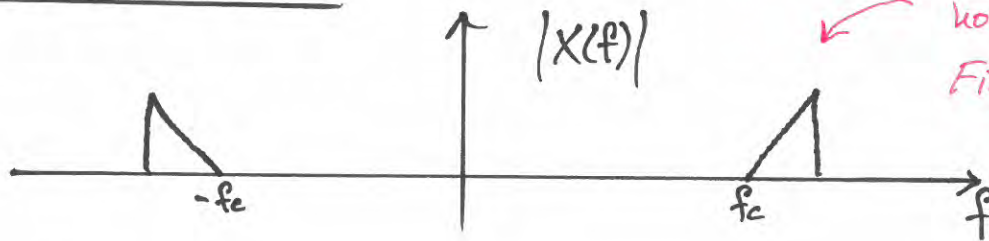


- AM-SSB (Single Side Band)



(Spara undre eller övre sidbandet; sparar bandbredd)

- AM-SSB-SC

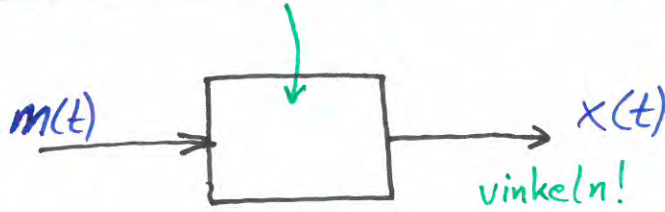


See Michaels kompendium, Fig. 3.5

[ F.ö. visas och demonstreras olika samband och egenskaper för AM på dator och tavlan! ]

VINKELMODULERING

(eng: angle modulation)



$$x(t) = A \cdot \cos(\underbrace{2\pi f_c t}_{\omega_c} + \underbrace{\phi\{m(t)\}}_{\text{vinkel n!}})$$

Bärrågens momentana fas  $\phi$  beror på meddelandesignalen  $m(t)$

$$= A \cdot \cos(\underbrace{\Theta(t)}_{\text{Momentan vinkel}})$$

Momentan frekvens:

$$f_{\text{mom}}(t) = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{d}{dt}(\Theta(t)) = \underline{f_c + f_d(t)}$$

där  $f_d(t) = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{d}{dt}(\phi\{m(t)\})$  är den momentana frekvensavvikelsen (från  $f_c$ )

Fasmodulering (PM)

$$\phi\{m(t)\} = a \cdot m(t) \quad ; \quad a \in \mathbb{R}$$

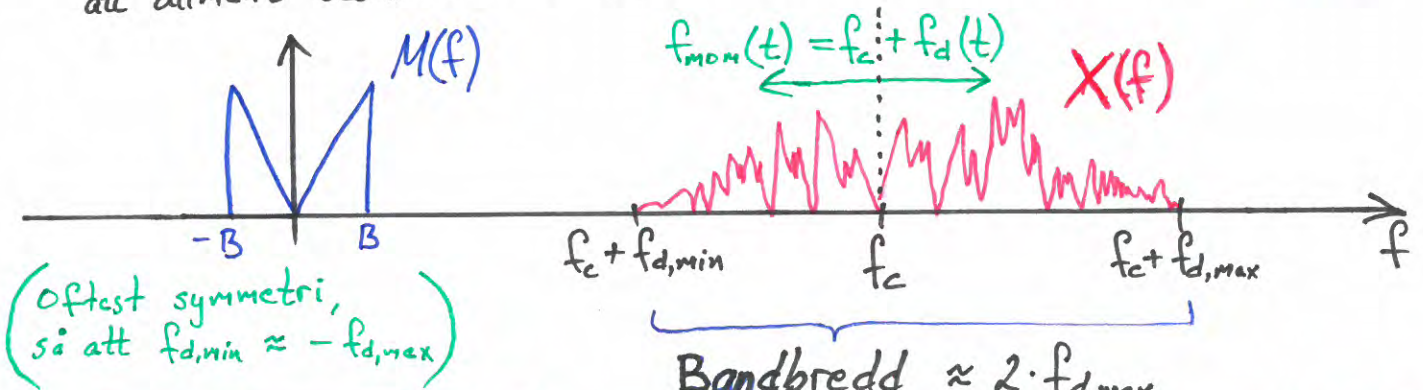
$$\Rightarrow \underline{f_d(t) = \frac{a}{2\pi} \cdot \frac{dm(t)}{dt}}$$

Frekvensmodulering (FM)

$$\frac{d}{dt}(\phi\{m(t)\}) = a \cdot m(t)$$

$$\Rightarrow \underline{f_d(t) = \frac{a}{2\pi} \cdot m(t)}$$

PM & FM är icke-linjära modulationsformer  $\Rightarrow$  mycket svårt att allmänt beskriva eller beräkna deras frekvensspektrum  $X(f)$ !

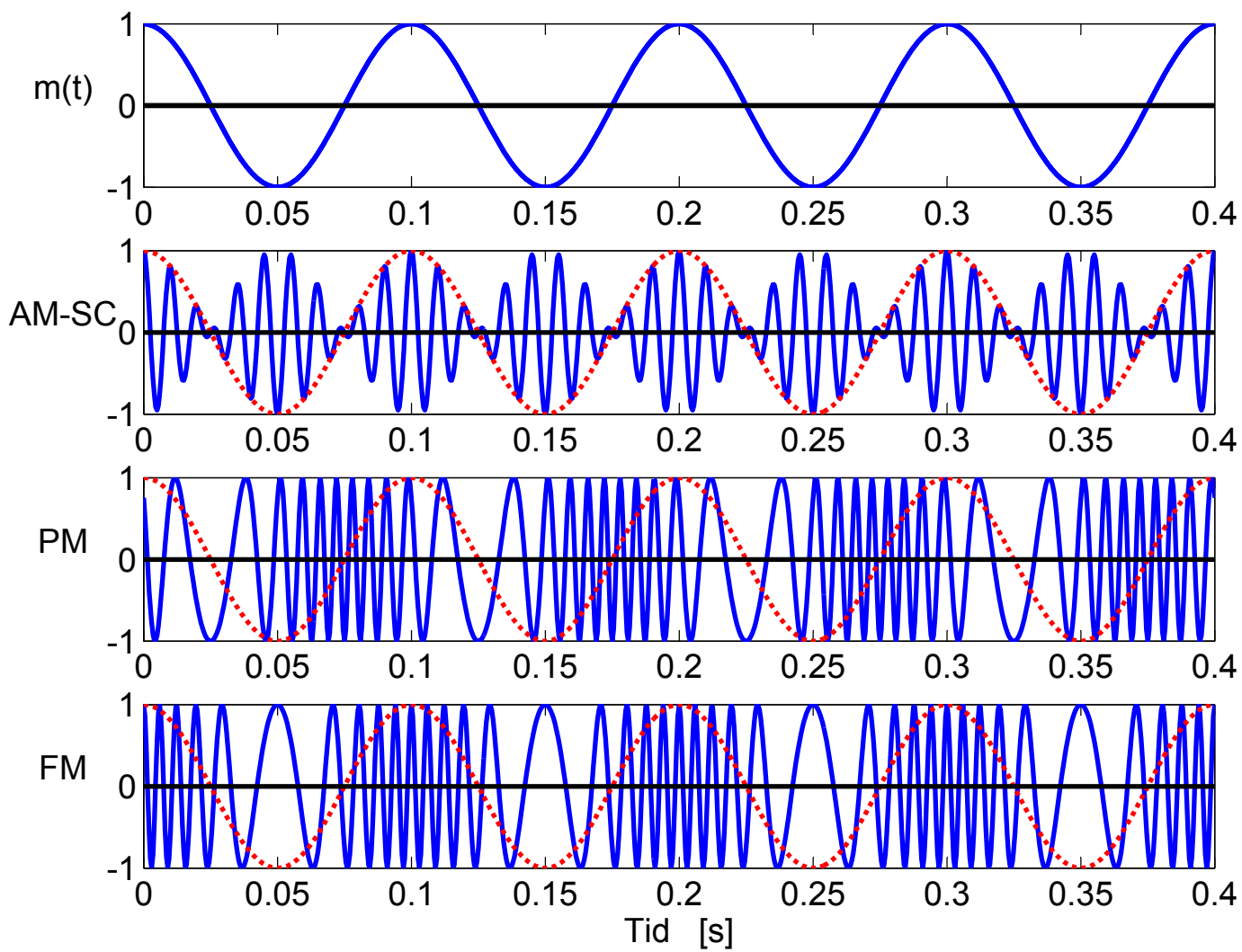


(Oftast symmetri, så att  $f_{d,\min} \approx -f_{d,\max}$ )

$$\text{PM: } f_{d,\max} \sim \left. \frac{dm(t)}{dt} \right|_{\max}$$

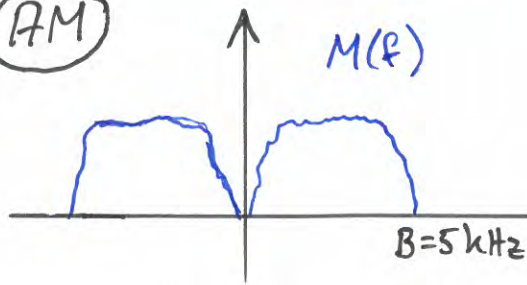
$$\text{FM: } f_{d,\max} \sim m(t)|_{\max}$$

Bandbredden för PM & FM beror även på  $a$ !



# Jfr. AM-radio & FM-radio

(AM)



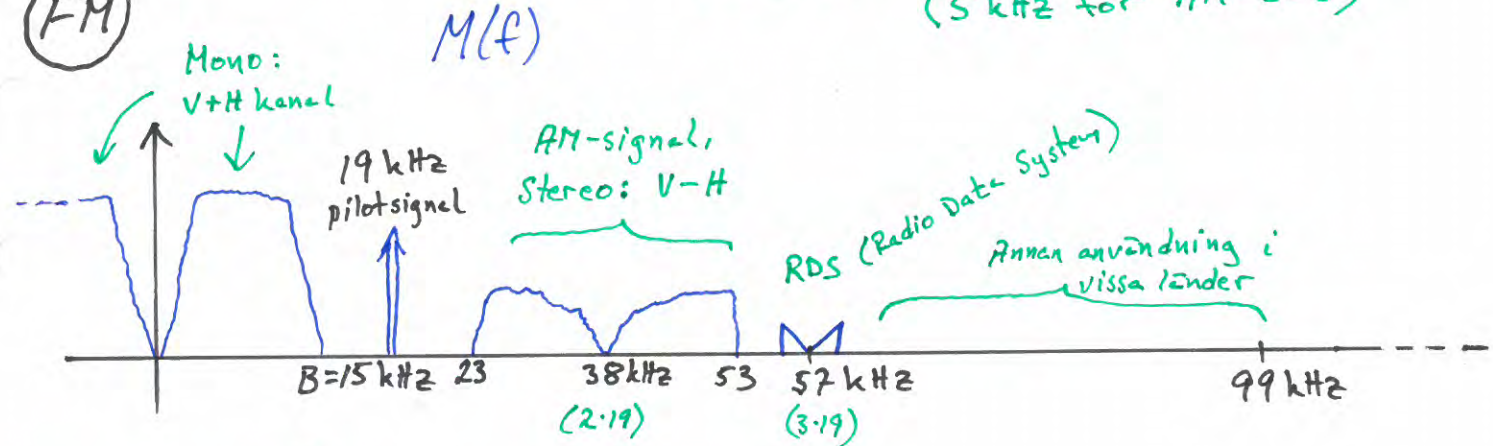
AM-signal, spektrum:

Mellanväg =>  
531-1611 kHz  
10 kHz kanalseparation

AM-DSB:

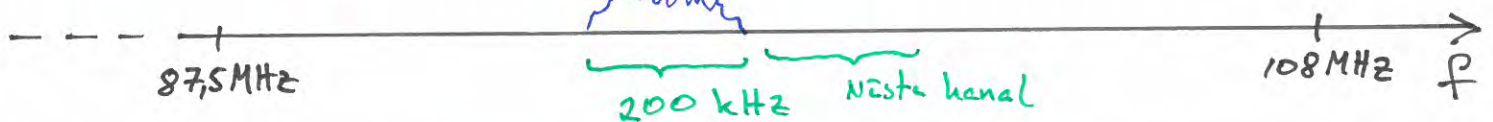
Bandbredd  $\approx 2B = 10$  kHz  
(5 kHz för AM-SSB)

(FM)



Ej samma  
frekvensskala

FM-signal, spektrum



$\approx 100$  kanaler  $\hat{a}$  200 kHz

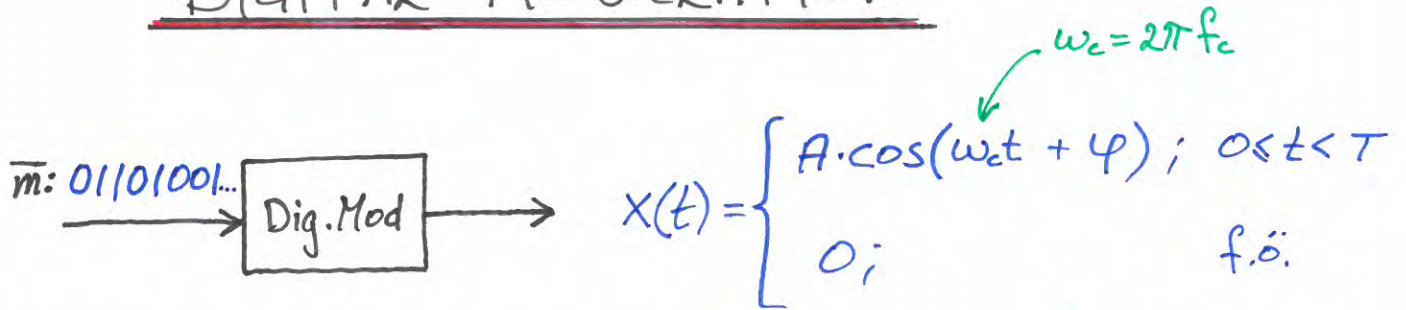
dvs. 200 kHz kanalseparation

- Basbandssignalen (audio) är 15 kHz hos FM, endast 5 kHz hos AM
- FM sänds i stereo, AM sänds i Mono.
- FM möjliggör tjänster som RDS m.fl.
- FM är enkel/enklare att demodulera.
- AM-signaler når längre än FM-signaler (ty lägre frekvens)

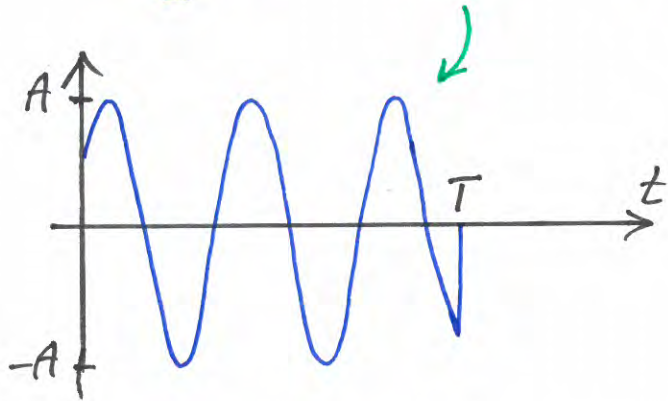
Dvs. FM har högre audiokvalitet



# DIGITAL MODULATION



Bärvågen  $x(t)$  genereras av en eller flera binära siffror 0,1 som påverkar  $A$ ,  $\varphi$  och/eller  $\omega_c$ .



Beroende på hur  $A$ ,  $\varphi$  och  $\omega_c$  påverkas, så erhålls olika modulationsformer: ASK, PSK, FSK, QAM, ...

EXEMPEL

$\bar{m}$

010

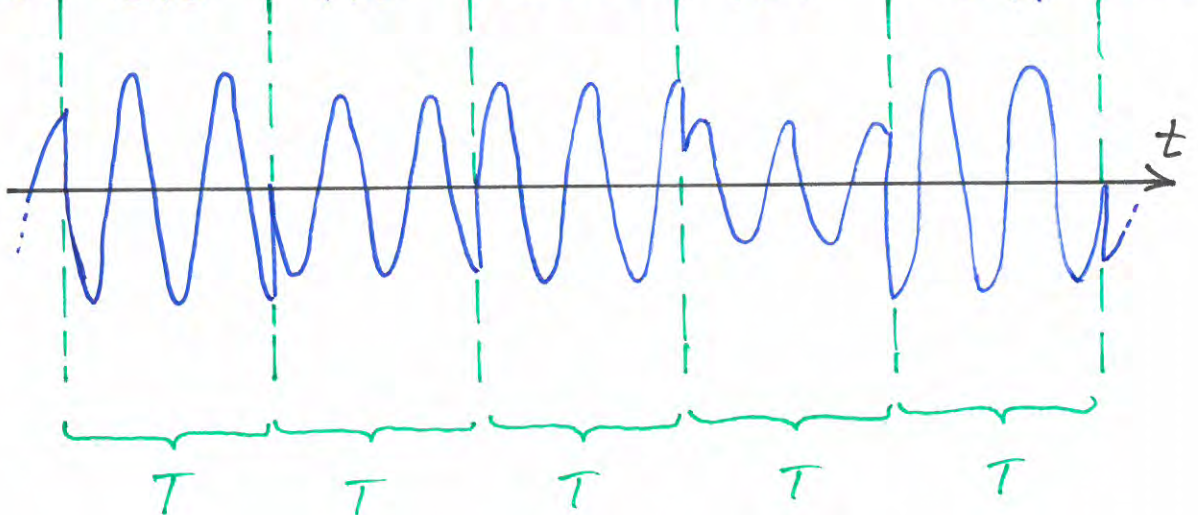
110

000

101

011

...



→ En sekvens av olika efterföljande pulser/pulsformer.

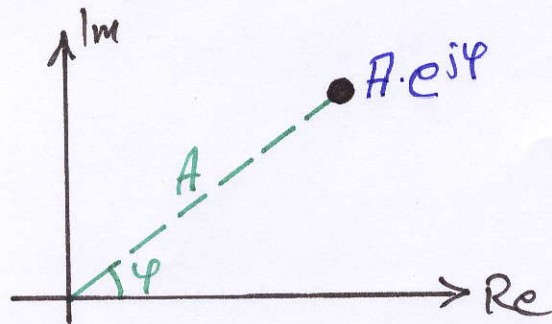
Här genereras varje "signalpuls" av 3 bitar  $\Rightarrow 2^3 = 8$  olika möjliga signalpulser/pulsformer i detta exempel.

# Signaluppsättningsdiagram

# Konstellationsdiagram

Bärvågen representeras ofta grafiskt i ett 2-dimensionellt plan, som t.ex. det komplexa talplanet:

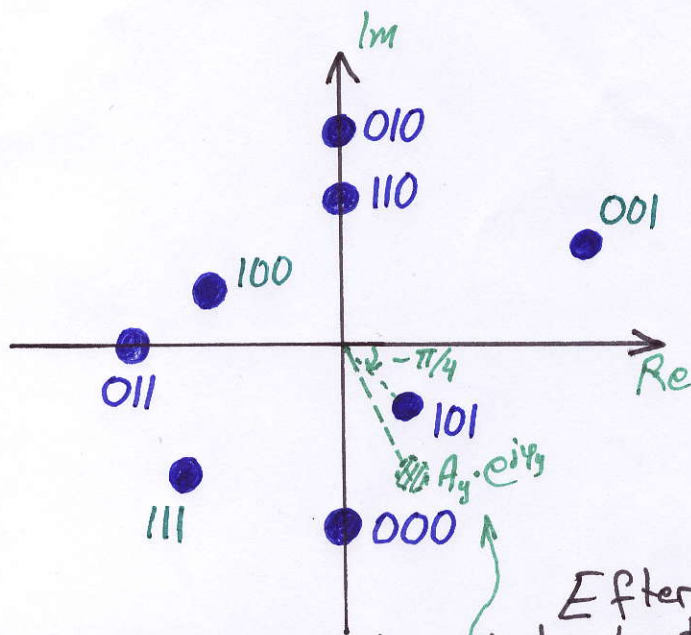
$$A \cdot \cos(\omega_c t + \varphi) = A \cdot \operatorname{Re}\{e^{j(\omega_c t + \varphi)}\} = \operatorname{Re}\{A \cdot e^{j\varphi} \cdot e^{j\omega_c t}\}$$



## konstellationsdiagram

Def: Ett signaluppsättningsdiagram (eng: signal space diagram) visar, i ett 2-dimensionellt plan, alla möjliga bärvågslägen/punkter som finns för en viss modulationsform.

För exemplet på förra sidan, med 8 möjliga signalpulser, så har dess signaluppsättningsdiagram 8 motsvarande punkter.



När mottagaren i ett visst tidsintervall skall detektera vilken av de 8 signalpulserna som skickats, dvs. vilken amplitud  $A$  och fas  $\varphi$  som den skickade  $\cos$ -pulsen har, så är det ekvivalent med att beräkna motsvarande punkt i signaluppsättningsdiagrammet, dvs  $A \cdot e^{j\varphi}$ .

Efter att ha passerat kanalen, så har den sända signalpulsen distorderats, så att den mottagna pulsen har motsvarande punkt  $A_y \cdot e^{j\varphi_y}$ . Då väljer mottagaren den punkt  $A \cdot e^{j\varphi}$  som ligger närmast  $A_y \cdot e^{j\varphi_y}$ .

# OLIKA DIGITALA MODULATIONS METODER

## Binära modulationsformer

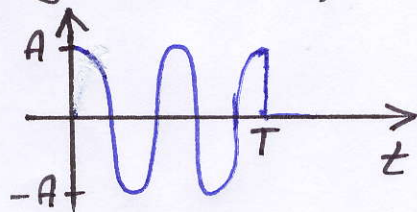
Varje enskild bit representeras av en signalpuls  $\Rightarrow$

$$\bar{m} = (m_1, m_2, m_3, \dots, m_k, \dots)$$

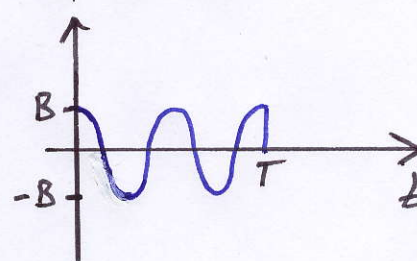
där  $\begin{cases} m_k = 0 \\ m_k = 1 \end{cases}$  representeras av signalpulsen  $\begin{cases} s_0(t) \\ s_1(t) \end{cases}$

### 2-ASK (Amplitude Shift Keying, 2 nivåer)

$$s_0(t) = \begin{cases} A \cdot \cos(2\pi f_c t); & 0 \leq t < T \\ 0; & \text{f.ö.} \end{cases}$$



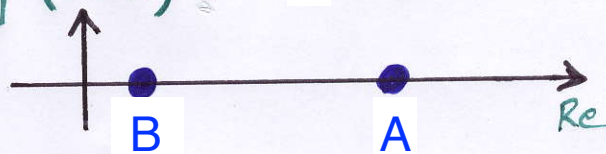
$$s_1(t) = \begin{cases} B \cdot \cos(2\pi f_c t); & 0 \leq t < T \\ 0; & \text{f.ö.} \end{cases}$$



Specialfall, On-Off Keying (OOK):  $B = 0$

Signaluppsättningsdiagram:

Konstellationsdiagram!

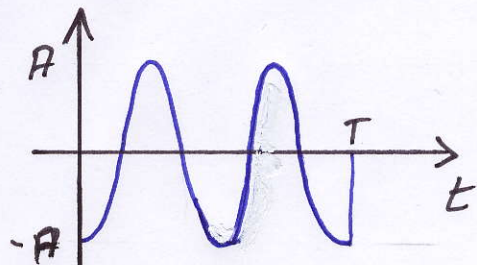


### BPSK (Binary Phase Shift Keying)

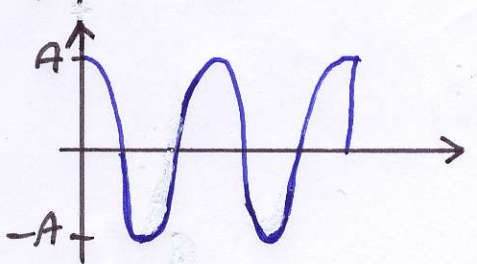
$$(\omega_c = 2\pi f_c)$$

$$s_0(t) = \begin{cases} A \cdot \cos(\omega_c t + \pi); & 0 \leq t < T \\ 0; & \text{f.ö.} \end{cases}$$

$= -s_1(t)$

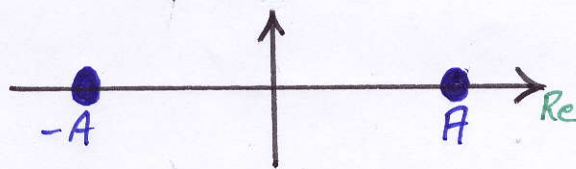


$$s_1(t) = \begin{cases} A \cdot \cos(\omega_c t); & 0 \leq t < T \\ 0; & \text{f.ö.} \end{cases}$$



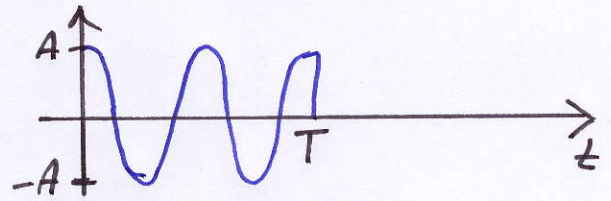
Signaluppsättningsdiagram:

Konstellationsdiagram!

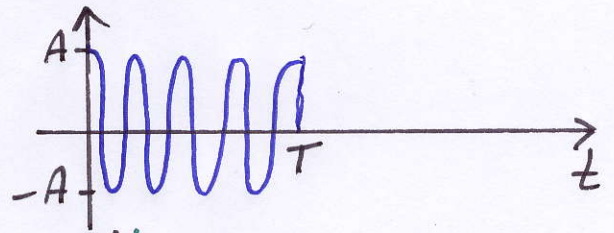


# BFSK (Binary Frequency Shift Keying) $\begin{cases} \omega_0 = 2\pi f_0 \\ \omega_1 = 2\pi f_1 \end{cases}$

$$s_0(t) = \begin{cases} A \cdot \cos(\omega_0 t); & 0 \leq t < T \\ 0; & \text{f.ö.} \end{cases}$$



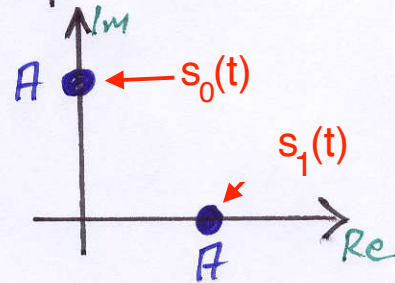
$$s_1(t) = \begin{cases} A \cdot \cos(\omega_1 t); & 0 \leq t < T \\ 0; & \text{f.ö.} \end{cases}$$



## Konstellationsdiagram

### Signaluppsättningsdiagram:

OBS: Ett sådant signaluppsättningsdiagram erhålls också för två bärvågor som har samma frekvens, men där fasskillnaden mellan dem är  $\frac{\pi}{2}$  rad.



$s_0(t)$  &  $s_1(t)$  är ortogonala över tidsintervallet  $0 \leq t < T$  om  $f_0$  och  $f_1$  väljs så att  $2f_0T$  &  $2f_1T$  är olika heltal!

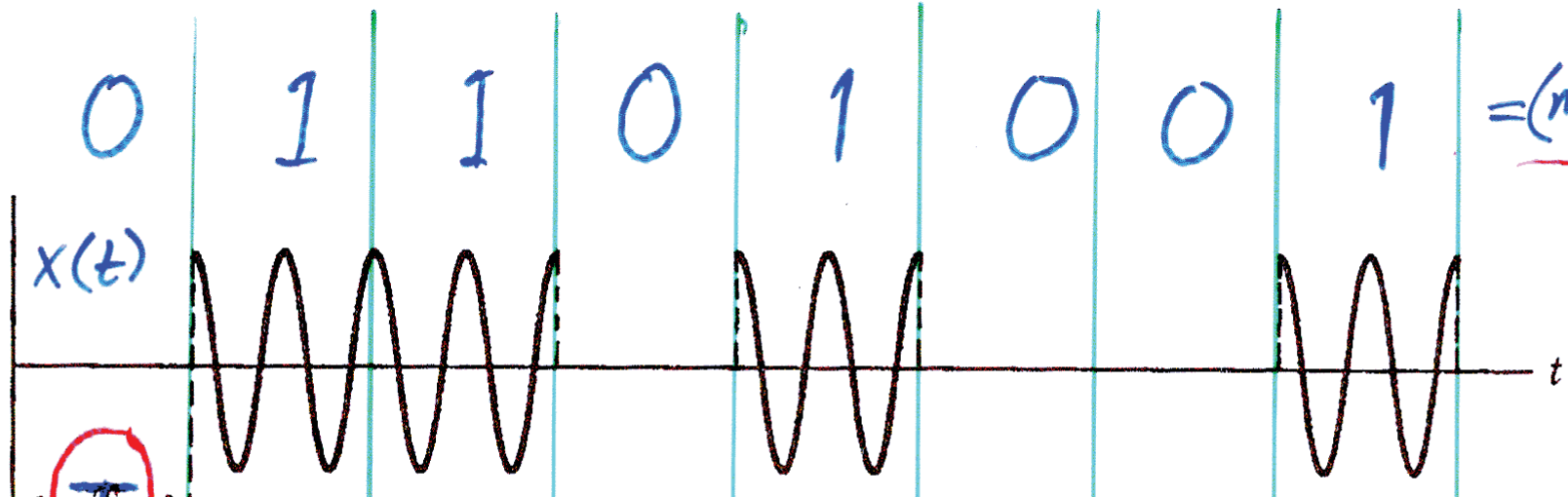
(Motiveras utgående från signalpulsernas frekvenssegenskap 3 sidor längre fram)

Ortogonaliteten innebär att  $\int_0^T s_0(t) s_1(t) dt = 0$

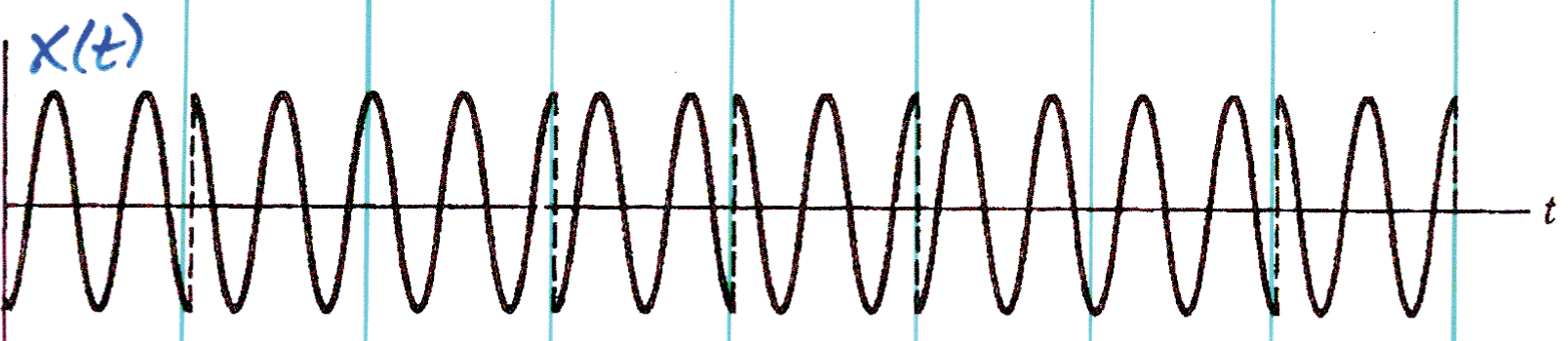
m: 0 1 1 0 1 0 0 1

$= (m_1, m_2, m_3, \dots)$

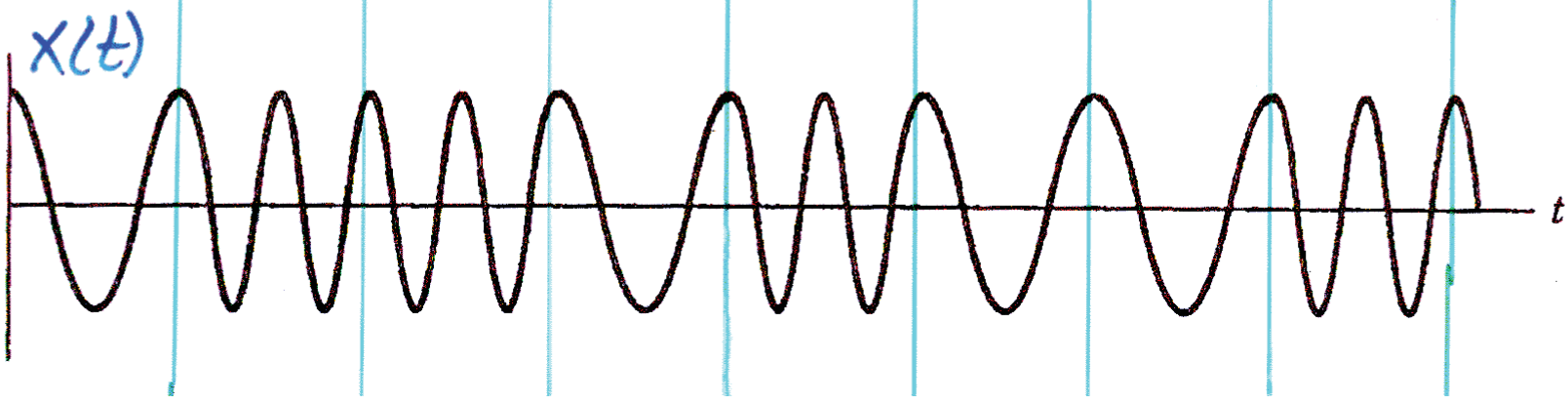
**OOK**  
**2-ASK**



**BPSK**

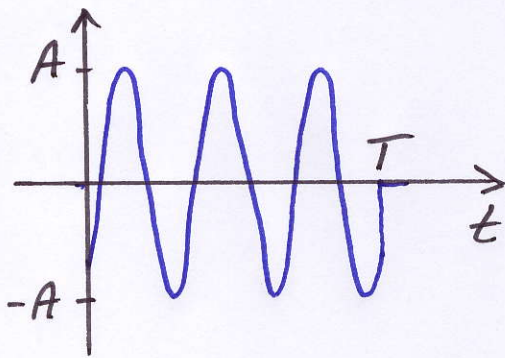


**BFSK**



BINÄRE Modulationsformen

# Frekvensgenskap för ASK & (B)PSK

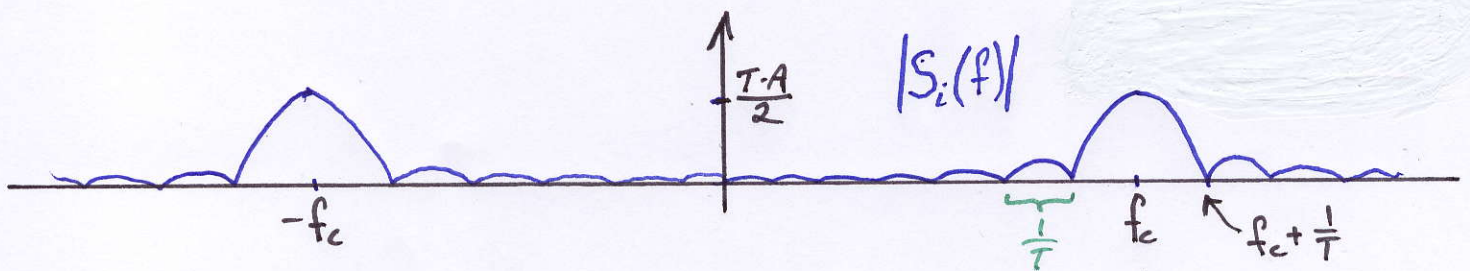
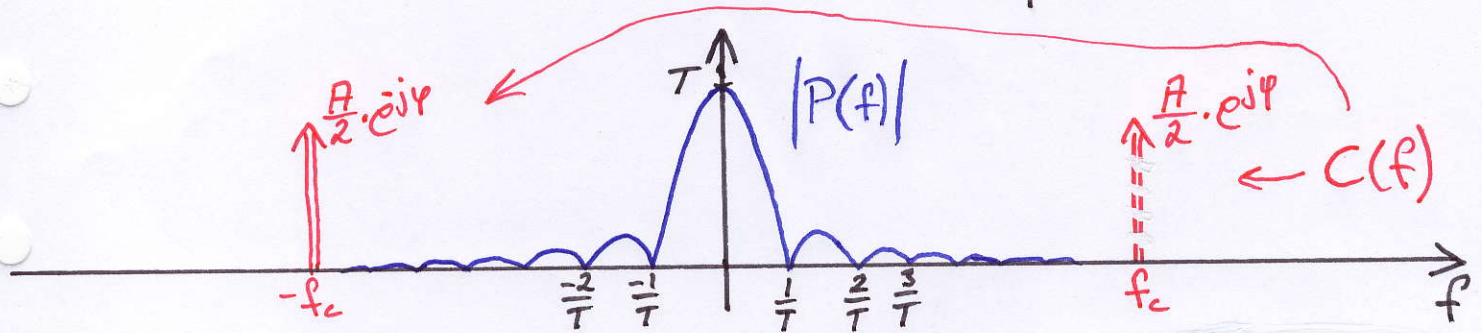
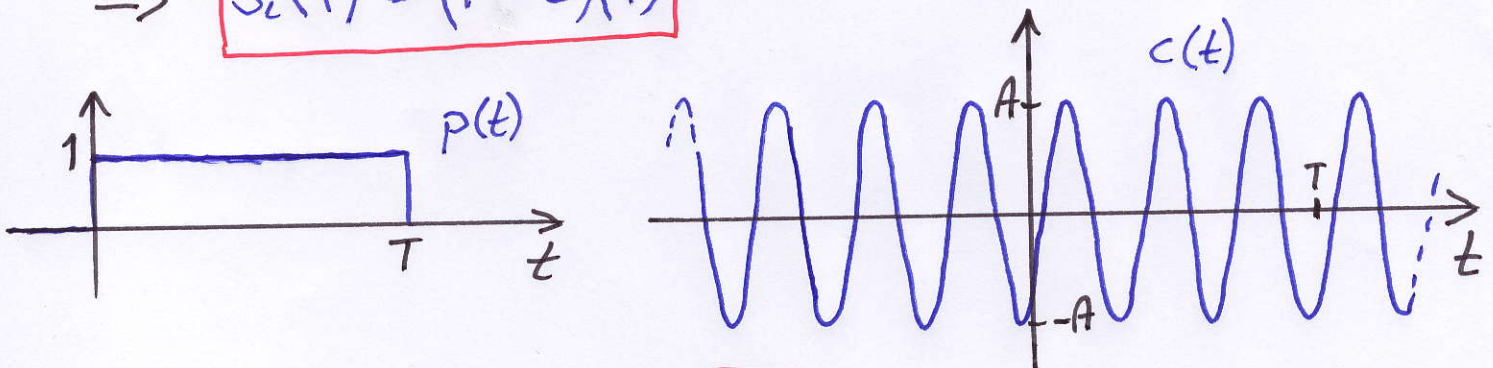


$$s_i(t) = \begin{cases} A \cdot \cos(2\pi f_c t + \varphi); & 0 \leq t < T \\ 0; & \text{f.ö.} \end{cases}$$

Signalpulsen motsvaras av punkten  $A \cdot e^{j\varphi}$  i ett konstellationsdiagram signaluppsättningsdiagram.

Uttryck signalpulsen som  $s_i(t) = p(t) \cdot c(t)$ , där  $p(t) = u(t) - u(t-T)$  och  $c(t) = A \cdot \cos(2\pi f_c t + \varphi)$

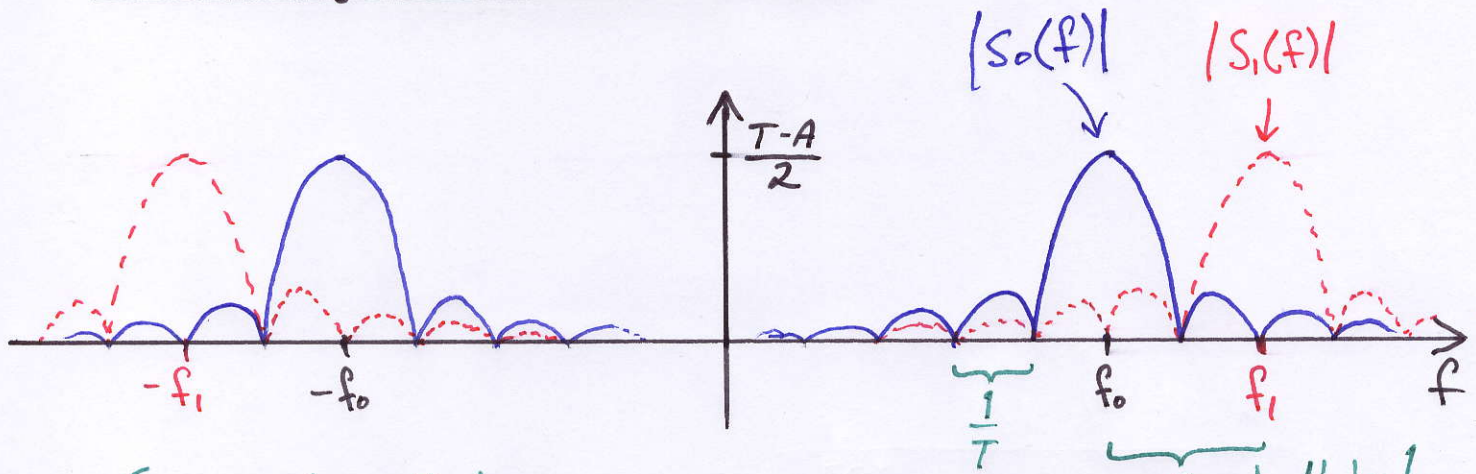
$$\Rightarrow S_i(f) = (P * C)(f)$$



Krav:  $2f_c = \frac{1}{T} \cdot \text{heltal} \Rightarrow \underline{2f_c T = \text{heltal}}$

A erhålls från  $|S_i(f)|$ ,  $\varphi$  erhålls från  $\arg S_i(f)$

# Frekvensenshet för BFSK



$$\begin{cases} 2 \cdot f_0 = \frac{1}{T} \cdot \text{heltal} \\ 2 \cdot f_1 = \frac{1}{T} \cdot \text{heltal} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} f_1 - f_2 &= \text{heltal} \cdot \frac{1}{T} \\ \underline{(f_1 - f_2)_{\min} = \frac{1}{T} \quad \nabla} \end{aligned}$$

BFSK har högre bandbredd än BPSK.

⇒ kanalen måste ha högre bandbredd för att inte distordera signalpulserna.

För varje tidsintervall skickas antingen  $s_0(t)$  eller  $s_1(t)$  ⇒ spektrum för skickad signalpuls är antingen  $S_0(f)$  eller  $S_1(f)$ .

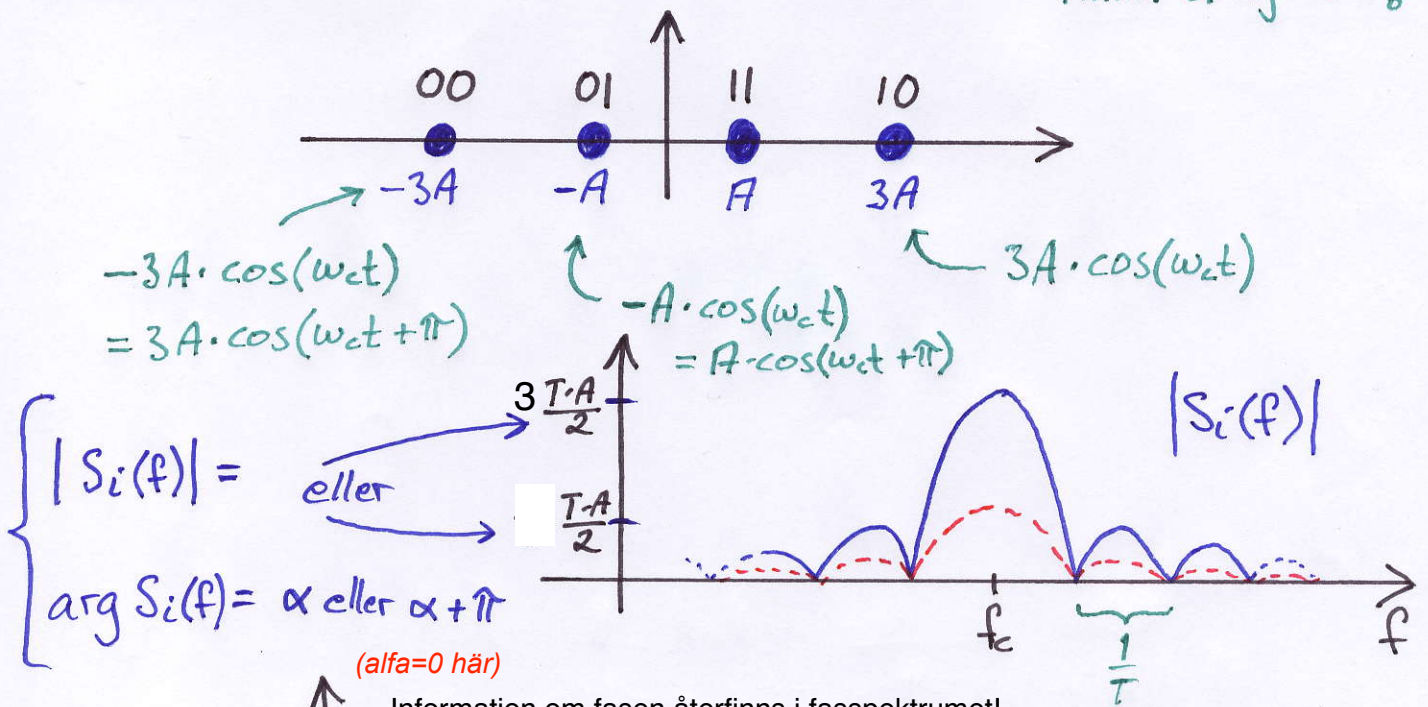
# ICKE-BINÄR MODULATION

Om varje signalpuls  $s_i(t)$  genereras av flera bitar, så erhålls högre dataakt.

(se det inledande exemplet, i samband med def. av ~~signaluppsättningsdiagram~~, med 3 bitar per signalpuls)  
konstellationsdiagram

Ex, 4-ASK:

Anm: Gray-kod!



$$\begin{cases} |S_i(f)| = & \text{eller} \\ \arg S_i(f) = \alpha & \text{eller } \alpha + \pi \end{cases}$$

(alfa=0 här)

Information om fasen återfinns i fasspektrumet!

De 4 kombinationerna av amplitud & fas motsvarar de 4 olika signalpulserna, som motsvarar de 4 olika binära orden (00), (01), (11) & (10)

Generell ASK (M-ASK):

$M = 2^b$  signalpulser/amplitudnivåer som representerar  $b$ -bitars ord.



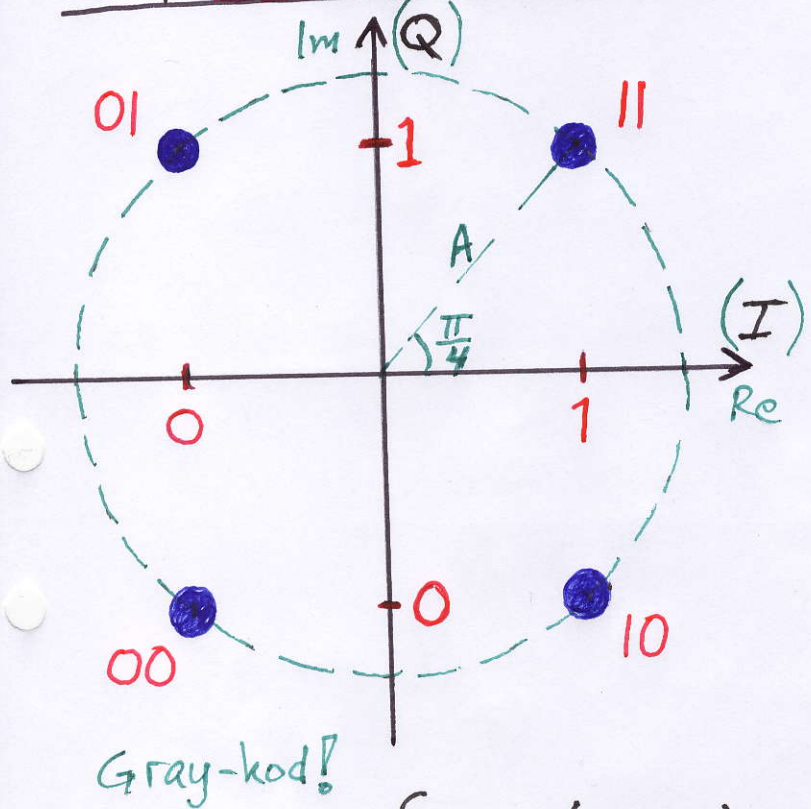
# M-PSK

(M faslägen)

$$s_i(t) = A \cdot \cos(\omega_c t + \varphi_i); 0 \leq t < M$$

$i = 1, 2, 3, \dots, M$

Ex, 4-PSK = QPSK



- Konstant bärvågsamplitud  $A$  och 4 olika faslägen  $\varphi_i = \pm \frac{\pi}{4}, \pm \frac{3\pi}{4}$

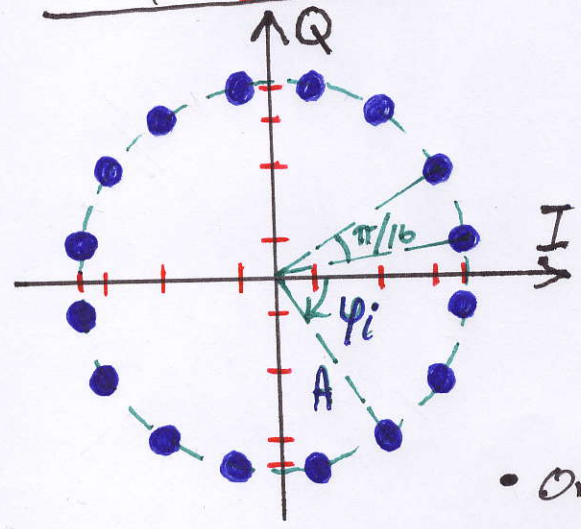
$\Rightarrow$  Punkterna  $A \cdot e^{j\varphi_i}$   
 $i = 1, 2, 3, 4$

- Demodulera genom att detektera/bestämma I-komponenten och Q-komponenten separat, (motsvarar BPSK i varje dimension)

- I (In-Phase) component:  
AM-demodulera genom multiplikation med  $\cos(\omega_c t)$
- Q (Quadrature) component:  
AM-demodulera genom multiplikation med  $\sin(\omega_c t)$

$\Rightarrow$  det binära ordet (IQ), 2 bitar

Ex, 16-PSK

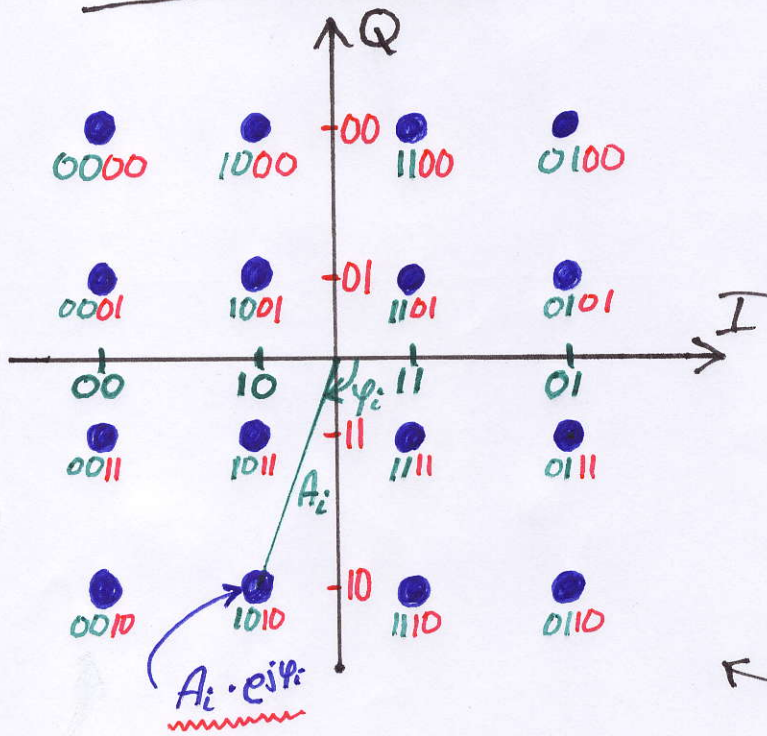


- 4 bitar/signalpuls  $\Rightarrow M = 2^4 = 16$  olika faslägen hos signalpulserna  $A \cdot \cos(\omega_c t + \varphi_i); 0 \leq t < T$   
 $\Rightarrow$  16 punkter  $A \cdot e^{j\varphi_i}, i = 1, 2, 3, \dots, 16$
- Ojämn fördelning av möjliga I-komponenter och Q-komponenter  $\Rightarrow$  ej lika "lätta" att detektera som för t.ex. 4-PSK
- Om  $M$  ökar  $\Rightarrow$  sannolikheten för fel-detektering ökar (för samma  $A$ )

# QAM (Quadrature Amplitude Modulation)

⇒ Ändra både amplitud & fas hos bärvågen / signalpulsen

Ex, 16-QAM :

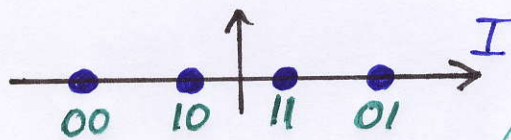


Enkelt att detektera varje signalpunkt, dvs. amplitud  $A_i$  och fas  $\psi_i$  hos resp. signalpuls

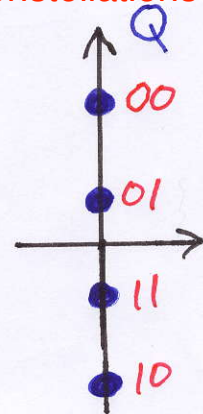
$$s_i(t) = A_i \cdot \cos(\omega_c t + \psi_i) \quad i=0 \text{ till } M-1$$

genom att ta fram I- & Q-komponenterna separat och sedan kombinera dessa enligt principen som visas i signaluppsättningsdiagrammet

konstellationsdiagrammet



(Gray-kod igen?)



M-QAM har högre störktålighet (mot t.ex. brus) och är enklare att detektera/demodulera än M-PSK.

Se Fig. 4.8, 4.9 & 4.10 i Michaels kompendium

⇒ Signaluppsättningsdiagram för olika modemstandarder, t.ex. 32-QAM & 128-QAM.

# FSK / M-FSK (Frequency Shift Keying)

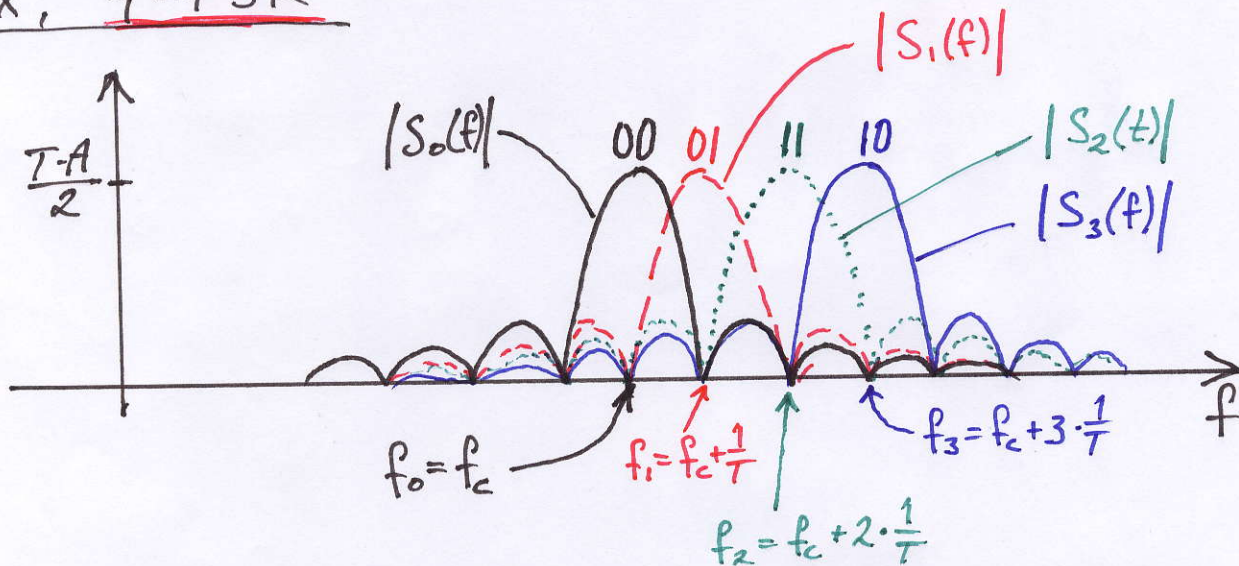
$$s_i(t) = \begin{cases} A \cdot \cos(\omega_i t) & ; 0 \leq t < T \\ 0 & \text{f.ö.} \end{cases}$$

$$\omega_i = 2\pi f_i \text{ där}$$

$$f_i = f_c + \frac{i}{T}$$

$$i = 0, 1, 2, \dots, M-1$$

## Ex, 4-FSK



- $M$  ortogonala signaler  $s_i(t)$ ,  $i = 0, 1, 2, 3, \dots, M-1$ .
- I varje tidsintervall skickas en av dessa  $s_i(t)$ , med amplitudspektrum enligt ovan.
- Mer störstøilig än PSK & QAM, men kräver att kanalen har högre bandbredd.

---

## OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing)

- En utvidgning av FSK, där man använder flera frekvenser/bårvågor samtidigt.
- Eftersom man för varje bårvåg kan variera både amplitud och fas, så kan OFDM även/hellre ses som en utvidgning av QAM.
- Beroende på hur mycket störningar kanalen genererar vid olika frekvenser, så kan man låta de olika bårvågorna representera olika mängder biter  $\Rightarrow$  stor flexibilitet
- Används i många digitala kommunikationssystem, som Digital-TV, digital radio, xDSL-modem, WLAN (trådløsa nätverk), 4G-mobiltelefonsystem m.fl.