

Lektionsuppgifter – DIGITALMODULATION

*Uppgifterna relateras till kurskompendiet
Analog och Digital Kommunikation av Mikael Olofsson*

1. Vad är digital modulation? Ge ett binärt och ett icke-binärt exempel på detta samt beskriv dessa exempel närmare.
2. Beskriv M-FSK.
3. Beskriv 16-QAM.
4. Beskriv ASK.
5. Beskriv 8-PSK.
6. *Extrauppgift – Viktigt begrepp, men examineras inte i kursen:*
Definiera och förklara begreppet “linjär distorsion”! Hur uppkommer sådan distorsion och vilken inverkan har den på digitala informationsbärande signaler?
7. Vilken betydelse har graykodning vid M-PSK respektive M-FSK?
8. *Lite svårare extrauppgift:*
En vanlig kvalitetsparameter för en signaluppsättning i ett datatransmissionssystem är det euklidiska minimiavståndet d_{\min} mellan signalerna. Ibland talar man om normerat minimiavstånd δ , definierat som kvoten $\delta = d_{\min}/\sqrt{E}$, där E är antingen maximal energi eller medelenergi hos signalerna.
Beräkna det normerade minimiavståndet för 16-PSK och 16-QAM när systemen har
 - a) samma maxenergi E.
 - b) samma medelenergi E.
9. Beräkna bandbredden för en 16-QAM-signal med bittakten (bit rate) 18 Mbit/s och bärvågsfrekvens 120 MHz. Här definieras bandbredden som huvudlobens bredd hos den modulerade signalens spektrum.
10. Rita typutseendet hos amplitudspektrumen till signalpulserna för några olika 16-FSK-symboler. Bestäm själv lämpliga bärvågsfrekvenser

Svar till lektionsuppgifter – DIGITAL MODULATION

*Uppgifterna & svaren relateras till kurskompendiet
Analog och Digital Kommunikation av Mikael Olofsson
Nedanstående är författarens uppgifter och lösningsförslag.*

1. Se boken.

2.

FSK is frequency shift keying, and M -FSK is FSK with M signals. Each signal uses its own frequency, and the signals are given by

$$s_i(t) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos \left[2\pi \left(f_c + \frac{i}{2T} \right) t \right], \quad i = 1, 2, \dots, \mu,$$

for $0 \leq t < T$, where $2f_c T$ is a positive integer. Those signals are mutually orthogonal.

3. Se boken.

4.

ASK is a digital modulation technique and it is short for Amplitude Shift Keying. Let A be a positive real number, and consider 4-ASK. Then the signals can be described as

$$\begin{aligned} s_1(t) &= -3A \cos(2\pi f_0 t), \\ s_2(t) &= -A \cos(2\pi f_0 t), \\ s_3(t) &= A \cos(2\pi f_0 t), \\ s_4(t) &= 3A \cos(2\pi f_0 t), \end{aligned}$$

in the interval $0 \leq t < T$, and zero elsewhere.

5.

8-PSK consists of 8 sine shaped signals that differ only in the phase. The signals are

$$s_i(t) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos(2\pi f_c t + (2i - 1)\frac{\pi}{8}), & 0 \leq t < T, \\ 0, & \text{elsewhere,} \end{cases}$$

for $i = 1, 2, \dots, 8$, where E is the signal energy, T is the signal duration, and $2f_c T$ is an integer. A description based on vectors and basis functions is also OK.

6. Linjär distorsion uppkommer i varje kanal som utsätter den transmitterade signalen för frekvensberoende dämpning eller fördröjning eller båda. Bandbegränsade trådförbindelser och radiokanaler med flervägsutbredning är typiska exempel. Fenomenet kan matematiskt

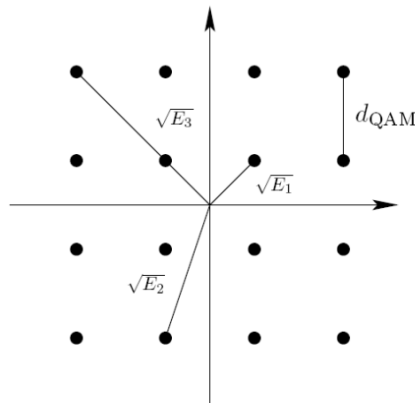
beskrivas som filtrering i ett linjärt filter. I trådförbindelser är filtret vanligen tidsinvariant medan radiokanaler oftast måste beskrivas med hjälp av ett stokastiskt tidsvariabelt filter. I båda fallen innebär distorsionen att den transmitterade signalen förvrängs. Vanligen sprids den också ut i tiden, med resultat att successiva symboler interfererar—så kallad *intersymbolinterferens*.

7. I förekommande fall används graykodning för att minimera bitfelssannolikheten vid en given symbolfelssannolikhet.

I **M-PSK** ligger signalerna jämnt fördelade på en cirkel. Med graykodning skiljer närmsta grannars bitmönster sig åt i endast en position. De mest sannolika felen orsakar därför endast ett bitfel, och därmed minimeras bitfelssannolikheten.

I **M-FSK** har alla signaler samma energi och de är parvis ortogonala, varför alla avstånd mellan signaler är lika. Därmed är alla fel lika sannolika, och graykodning har ingen som helst verkan på bitfelssannolikheten.

8. Betrakta först QAM:



Här förekommer tre olika signalenergin, indikerade i figuren ovan. De fyra punkterna mitten har alla energin

$$E_1 = d_{\text{QAM}}^2/2.$$

De fyra hörnpunkterna har alla energin

$$E_3 = 9d_{\text{QAM}}^2/2.$$

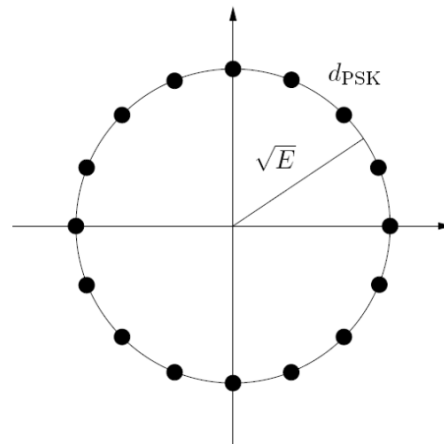
Övriga åtta punkter har alla energin

$$E_2 = 5d_{\text{QAM}}^2/2.$$

Max- och medelenergierna ges då av

$$\begin{aligned} E_{\text{max,QAM}} &= E_3 = 9d_{\text{QAM}}^2/2, \\ E_{\text{medel,QAM}} &= \frac{1}{16}(4E_1 + 8E_2 + 4E_3) = 5d_{\text{QAM}}^2/2, \end{aligned}$$

Betrakta sedan PSK:



Här har alla signaler samma energi, E . Alltså har vi max- och medelenergierna

$$E_{\text{max,PSK}} = E_{\text{medel,PSK}} = E,$$

och vi har sambandet

$$d = 2\sqrt{E} \sin(\pi/16).$$

- a. Om E är signaluppsättningarnas maxenergi, så får vi för QAM

$$\delta = d_{\text{QAM}} / \sqrt{E_{\text{max,QAM}}} = \sqrt{2/9} \approx 0.47,$$

och för PSK

$$\delta = d_{\text{PSK}} / \sqrt{E_{\text{max,PSK}}} = 2 \sin(\pi/16) \approx 0.39,$$

- b. Om E istället är signaluppsättningarnas medelenergi, så får vi för QAM

$$\delta = d_{\text{QAM}} / \sqrt{E_{\text{medel,QAM}}} = \sqrt{2/5} \approx 0.63,$$

och för PSK

$$\delta = d_{\text{PSK}} / \sqrt{E_{\text{medel,PSK}}} = 2 \sin(\pi/16) \approx 0.39,$$

9. I 16-QAM används $b = \log_2 16 = 4$ bitar per symbol. Symbolintervallet är T sek, dvs. man använder T sek. per symbol. Med bittakten $f_b = b/T = 18$ Mbit/s erhålls därför symbolintervallet $T = 4/18 \mu\text{s}$.
QAM-signalens minsta bandbredd är $B = 1/T = 18/4$ MHz = 4.5 MHz.

10. Se kurslitteraturen.