

# TRP-uppgifter, lektion 5 – Laplacetransformanalys & Filter

---

1.

- a) Ett instabilt LTI-system med systemfunktion  $H_1(s) = \frac{1}{s-2}$  återkopplas med ett LTI-system med systemfunktion  $H_2(s) = K$  ( $K \in \mathbb{R}$ ).
- Beräkna det återkopplade systemets systemfunktion  $H(s)$ , inklusive konvergensområde.
  - För vilka värden på konstanten  $K$  blir det totala återkopplade systemet
    - stabilt?
    - marginellt stabilt?

- b) Rita *principiella* pol-nollställediagram för nedanstående kausala och stabila LTI-system. *Nivåkonstant och konvergensområde behöver inte anges, men poler och nollställen ska motiveras tydligt (muntligen) vid redovisningen.*

Skissera även amplitudkaraktäristiken  $|H(\omega)|$  för respektive filter.

Vid redovisningen behöver *inga beräkningar* tas med – du ska främst *muntligen* motivera polernas och nollställenas lägen och antal samt amplitudkaraktäristikens utseende och värden för olika vinkelfrekvenser.

- Ett *lågpassfilter* av *butterworth*typ, av ordning  $n = 4$  och med 3 dB-gränshfrekvens  $f_{3\text{dB}} = 50$  Hz.
- Ett *lågpassfilter* av *chebyshev*typ, av ordning  $n = 5$  och med 3 dB-gränshfrekvens  $f_{3\text{dB}} = 50$  Hz.
- Ett *högpassfilter* av ordning  $n = 6$ , med 3 dB-gränsvinkelfrekvens  $\omega_{3\text{dB}} = 20$  rad/s.
- Ett valfritt *allpassfilter* av ordning  $n = 7$ .
- Ett *bandpassfilter* av ordning  $n = 8$ , med mittfrekvens  $f_0 = 100$  Hz och en 3 dB-bandbredd på 40 Hz.

2.

a) Vi vill konstruera ett kausalt och stabilt elektriskt filter (ett LTI-system) med följande egenskaper:

- Systemfunktionens nivåkonstant ska vara lika med 20.
- Det ska helt filtrera bort signalkomponenter av typen  $e^{-5t}$  från signalen.
- Det ska helt filtrera bort frekvenssignaler med frekvensen 5 Hz från signalen.
- Systemet ska ha så låg ordning som möjligt.
- Filtrets likspänningsförstärkning ska vara lika med  $10\pi^2$ .
- Du får placera nödvändiga poler hos systemfunktionen på valfri plats i  $s$ -planet, så ovanstående krav uppfylls.

i. Ange systemfunktionen  $H(s)$  för ett filter som uppfyller dessa krav.

ii. Rita systemfunktionens fullständiga pol-nollställediagram.

iii. Skissera systemets amplitudkaraktäristik  $|H(\omega)|$  utgående från pol-nollställediagrammet och givna filterkrav.  
(Du ska alltså inte utgå från  $H(\omega)$ .)

b) Ett amplitudnormerat butterworthfilter av lågpasstyp har 3 dB-gränsvinkelfrekvens  $\omega_{3dB} = 9$  rad/s. Vid spärrbandsgränsen  $\omega_s = 13$  rad/s ska filtret ha minst  $A_s = 20$  dB dämpning.

i. Rita dämpningskraven för butterworthfiltrets amplitudkaraktäristik i dB-skala på samma sätt som är gjort i powerpointbild 6, föreläsning 12 (inklusive de grönmarkerade områdena).

Skissera även det principiella utseendet för  $|H(\omega)|_{dB}$  i grafen.

ii. Skissera filtrets önskade amplitudkaraktäristik  $|H(\omega)|$  i linjär skala.

iii. Bestäm filtrets minsta ordning  $n_{min}$ .

iv. Hur många dB dämpning har butterworthfiltret med ordning  $n_{min}$  vid spärrbandsgränsen  $\omega_s$ ?