

① a) FALSKT: $\mathcal{L}_{II}\{\text{diff.ekv.}\} \Rightarrow (s^2+4s+3)Y_{II}(s) = X_{II}(s)$

$\Rightarrow H_{II}(s) = \frac{Y_{II}(s)}{X_{II}(s)} = \frac{1}{(s+1)(s+3)}$. Icke-kausalt system \Rightarrow Konv.omr.

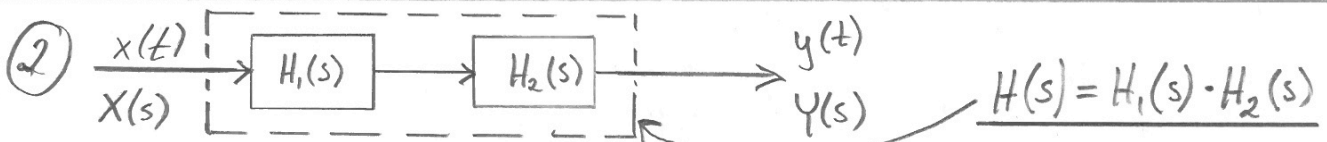
för $H_{II}(s)$ är $\text{Re}\{s\} < -3$ eller $-3 < \text{Re}\{s\} < -1$. I båda fallen ingår inte imag. axeln i konv.området \Rightarrow Systemet är instabilt

b) FALSKT: Kausalitetssegenskapen beror inte alls på insignalen!

c) FALSKT: Detta gäller impulssvaret, inte stegsvaret.

d) FALSKT: Implikationen går åt andra hållet - för ett stabilt LTI-system gäller att "sinus in ger sinus ut".

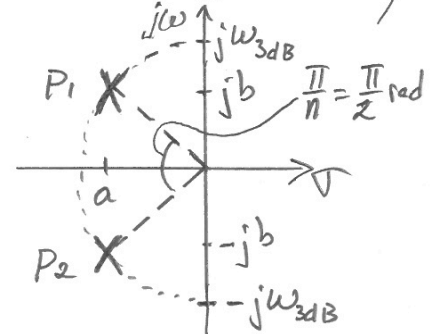
e) SANT



Enligt uppgift: $H_1(s) = 0,5 \frac{(s+3)^2 + 3^2}{(s+3)^2}$

H_2 är ampl. normerat Butterworthfilter, ordning $n=2$ & $\omega_{3dB} = 3\sqrt{2}$ rad/s
Formels. sid. 24 $\Rightarrow H_2(s) = \frac{1}{1 + a_1 \frac{s}{\omega_{3dB}} + \left(\frac{s}{\omega_{3dB}}\right)^2}$ $\left(= \frac{\omega_{3dB}^2}{s^2 + a_1 \omega_{3dB} s + \omega_{3dB}^2} \right)$

$= \frac{\omega_{3dB}^2}{(s-p_1)(s-p_2)}$ där p_1 & p_2 är placerade enligt:



Dvs. $p_1 = a + jb$, $p_2 = a - jb$, där

$\begin{cases} a = -\omega_{3dB} \cdot \cos \frac{\pi}{4} = -3\sqrt{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = -3 \\ b = \omega_{3dB} \cdot \sin \frac{\pi}{4} = 3\sqrt{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 3 \end{cases}$

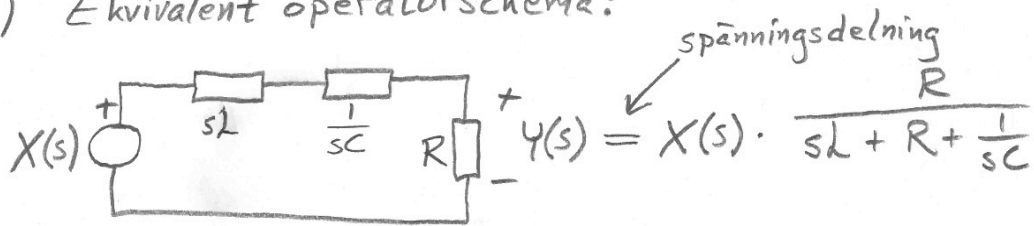
$\Rightarrow H_2(s) = \frac{\omega_{3dB}^2}{(s-a)^2 + b^2} = \frac{(3\sqrt{2})^2}{(s+3)^2 + 3^2}$

Dvs. $H(s) = H_1(s) \cdot H_2(s) = 0,5 \frac{(s+3)^2 + 3^2}{(s+3)^2} \cdot \frac{18}{(s+3)^2 + 3^2} = \frac{9}{s^2 + 6s + 9}$

$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{9}{s^2 + 6s + 9} \Rightarrow s^2 Y(s) + 6s Y(s) + 9 Y(s) = 9 X(s)$

Formels. Tab. 18:7 $\Rightarrow \underline{\underline{\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 6 \frac{dy(t)}{dt} + 9 y(t) = 9 x(t)}}$

③ a) Ekvivalent operatorschema:

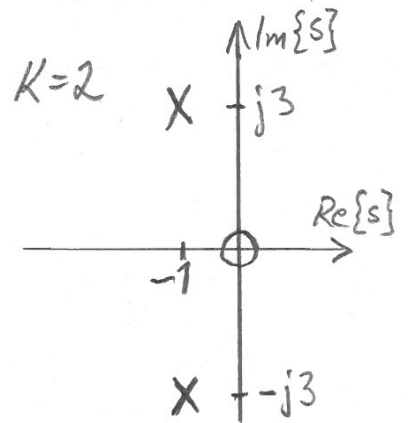


$$\Rightarrow H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{\frac{R}{L} \cdot s}{s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC}} = \left/ L=0,5H, C=0,2F, R=1\Omega \right/$$

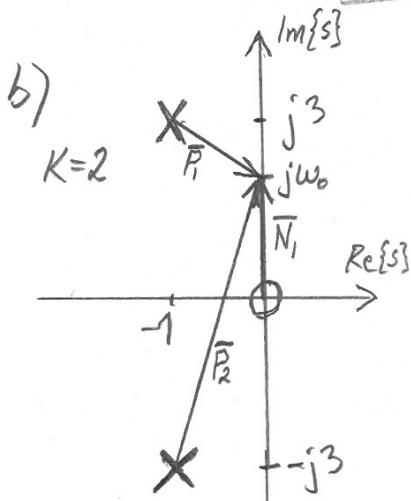
$$= \frac{2s}{s^2 + 2s + 10} = \frac{2 \cdot s}{(s+1)^2 + 3^2}$$

\Rightarrow Ett nollställe i $s=0$, nivåkonstant $K=2$,
två poler i $s = -1 \pm j3$

Pol-nollställediagram till $H(s)$:



Fysikaliskt/realiserbart filter \Rightarrow
 \Rightarrow kausalt system \Rightarrow Konv. omr. för $H(s)$
 ligger till höger om de "högraste polerna",
 dvs. $Re\{s\} > -1$



$$\Rightarrow |H(\omega_0)| = |K| \cdot \frac{|N_1|}{|P_1| \cdot |P_2|}$$

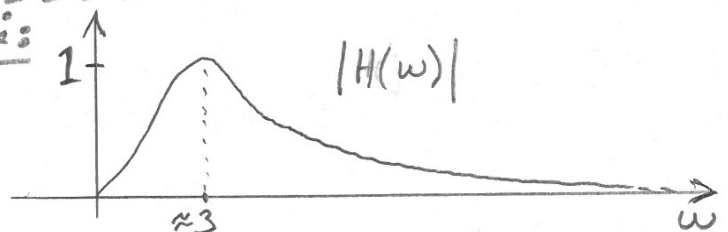
- $|H(0)| = 0$ ty nollställe i origo hos $H(s)$
- $\lim_{\omega \rightarrow \infty} |H(\omega)| = 0$ ty $H(s)$ har fler poler än nollställen.
- Lokalt max A hos $|H(\omega)|$ nära $\omega = 3$, p.g.a. polen i $s = -1 + j3$ hos $H(s)$.

$$\omega = 3 \Rightarrow |N_1| = 3, |P_1| = 1,$$

$$|P_2| = \sqrt{1^2 + 6^2} \approx 6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A \approx 2 \cdot \frac{3}{1 \cdot 6} = 1$$

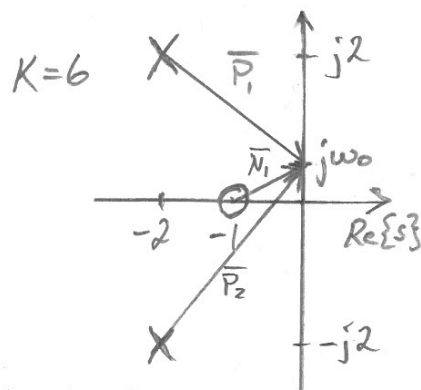
Alltså:



③ forts.

$$\text{För } H(s) = \frac{6s+6}{s^2+4s+8} = \frac{6(s+1)}{(s+2)^2+2^2} \text{ erhålls}$$

i stället följande pol-nollställediagram:



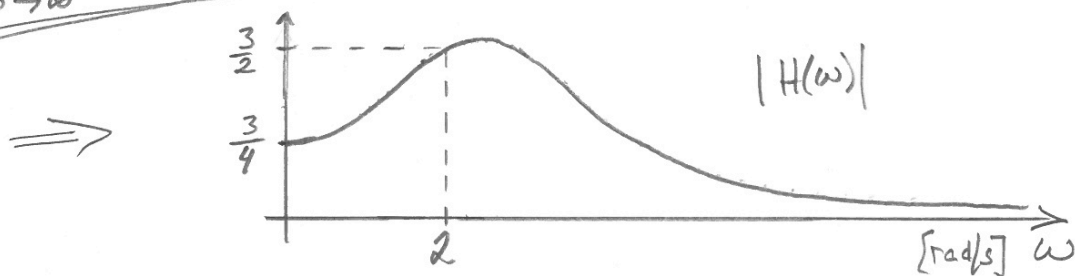
$$\Rightarrow |H(\omega)| = |K| \cdot \frac{|N|}{|P_1| \cdot |P_2|}$$

$$\bullet \underline{|H(0)|} = 6 \cdot \frac{1}{\sqrt{2^2+2^2} \cdot \sqrt{2^2+2^2}} = \frac{6}{8} = \underline{\underline{\frac{3}{4}}}$$

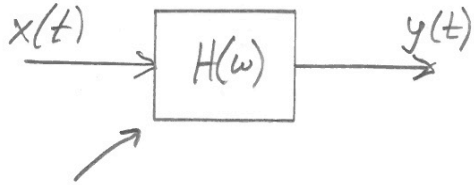
- Lohalt max A hos $|H(\omega)|$ nära $\omega=2$, p.g.a. polen i $s=-2+j2$ hos $H(s)$. "Maxet" blir för $\omega > 2$, ty nollstället i $s=-1$ gör att $|H(\omega)| < |H(2)|$ för $0 \leq \omega < 2$ rad/s. (Man kan visa att $|H(\omega)|_{\max}$ inträffar vid $\omega \approx 2,6 - 2,7$ rad/s)

$$\underline{|H(2)|} = 6 \cdot \frac{\sqrt{1^2+2^2}}{2 \cdot \sqrt{2^2+4^2}} = \frac{6}{2} \sqrt{\frac{5}{20}} = \frac{6}{4} = \underline{\underline{\frac{3}{2}}}$$

- $\lim_{\omega \rightarrow \infty} |H(\omega)| = 0$ ty $H(s)$ har fler poler än nollställen



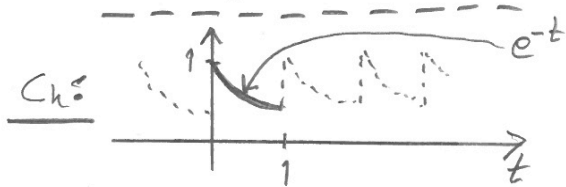
④



$x(t)$ är T -periodisk; $T=1$ sek, dvs.
 $x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k \cdot e^{jk\omega_1 t}$, $\omega_1 = \frac{2\pi}{T} = 2\pi$ rad/s

RC-nät \Rightarrow stabilt LTI-system \Rightarrow

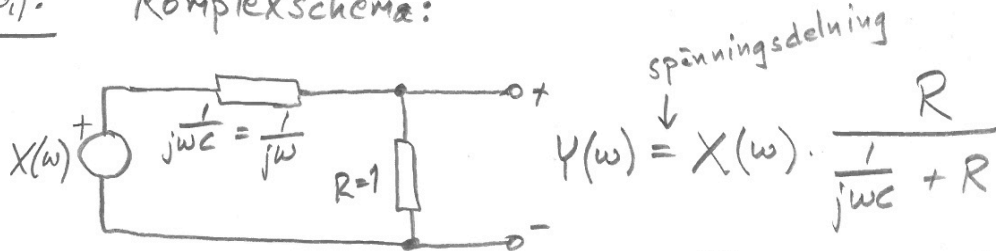
$\Rightarrow y(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} D_k \cdot e^{jk\omega_1 t}$, där $D_k = C_k \cdot H(k\omega_1)$



$C_k = \frac{1}{T} \int_T x(t) e^{-jk\omega_1 t} dt$
 $= \frac{1}{1} \int_0^1 e^{-t} \cdot e^{-jk \cdot 2\pi t} dt =$

$= \left[\frac{e^{-(1+jk2\pi)t}}{-(1+jk2\pi)} \right]_0^1 = \frac{e^{-1} \cdot e^{-jk2\pi} - e^0}{-(1+jk2\pi)} = \frac{e^{-1} \cdot 1 - 1}{-(1+jk2\pi)} = \frac{1 - e^{-1}}{1 + jk2\pi}$

$H(k\omega_1)$: Komplexschema:



spänningsdelning

$Y(w) = X(w) \cdot \frac{R}{\frac{1}{jwC} + R}$

$\Rightarrow H(w) = \frac{Y(w)}{X(w)} = \frac{jw}{1+jw} \Rightarrow H(k\omega_1) = \frac{jk2\pi}{1+jk \cdot 2\pi}$

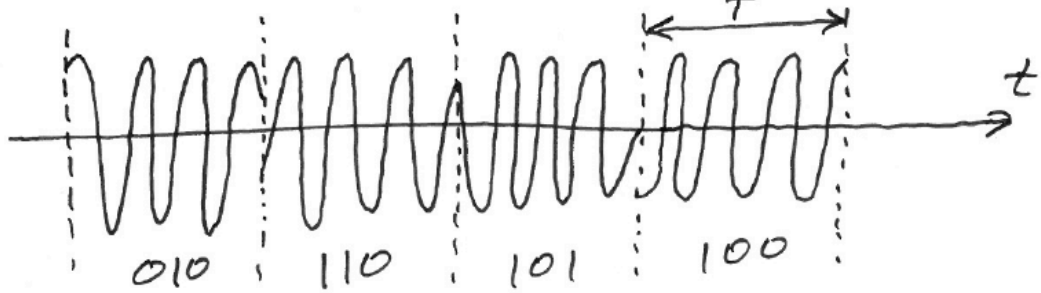
Svar: $y(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} D_k e^{jk2\pi t}$, där

$D_k = \frac{1 - e^{-1}}{1 + jk \cdot 2\pi} \cdot \frac{jk2\pi}{1 + jk2\pi} = \frac{jk2\pi(1 - e^{-1})}{(1 + jk2\pi)^2}$

5 a) 8-PSK: $8 = 2^3 \Rightarrow$ Grupper om 3 bitar i \bar{m} bestämmer fasen hos en (co-)sinusformad bärvåg (8 olika fäställen); tidsintervall av längd T .

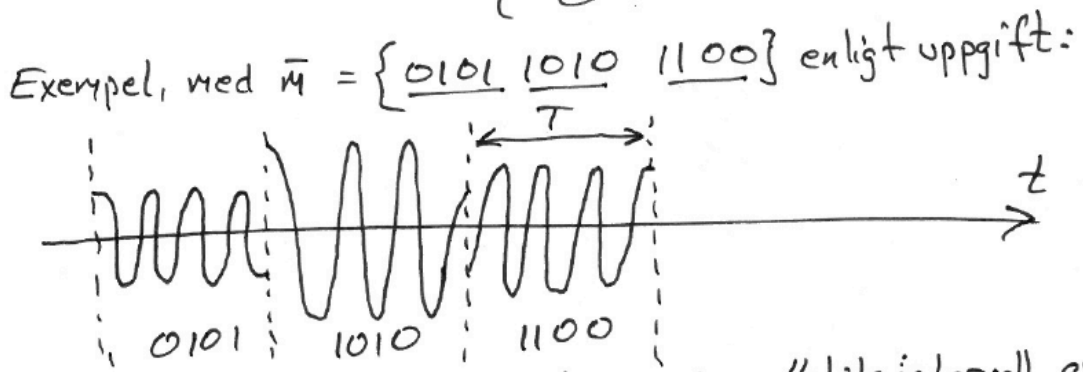
Formelbladet:
$$s_i(t) = \begin{cases} A \cdot \cos(\omega_c t + (2i-1)\frac{\pi}{8}) & ; 0 \leq t < T \\ 0 & ; \text{f.ö. } i=1,2,\dots,8 \end{cases}$$

Exempel, med $\bar{m} = \{010 \ 110 \ 101 \ 100\}$ enligt uppgift:



16-QAM: $16 = 2^4 \Rightarrow$ Grupper om 4 bitar i \bar{m} bestämmer amplitud & fas hos en (co-)sinusformad bärvåg (16 kombinationer) tidsintervall av längd T

Formelbladet:
$$s_i(t) = \begin{cases} A_i \cdot \cos(\omega_c t + \varphi_i) & ; 0 \leq t < T \\ 0 & ; \text{f.ö. } i=1,2,\dots,16 \end{cases}$$

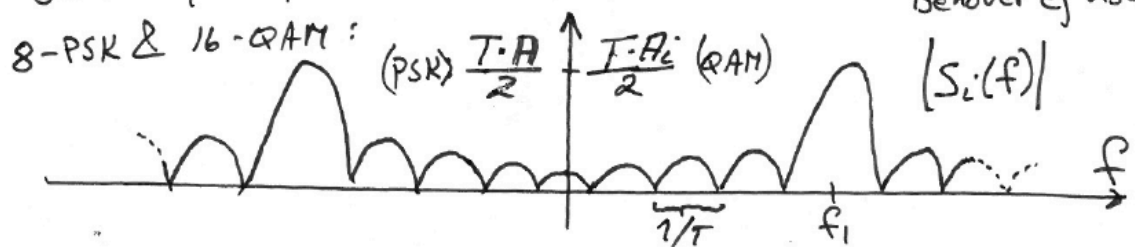


Dvs. de 12 bitarna i \bar{m} skickas under ett tidsintervall av längd $4T$ i 8-PSK och av längd $3T$ i 16-QAM.

(Det är inte nödvändigt med denna detaljnivå, när det gäller principen för hur informationen/meddelandet representeras i 8-PSK & 16-QAM, men de principiella grunderna behöver redovisas någorlunda tydligt)

$S_i(f) = \mathcal{F}\{s_i(t)\}$ består, för både 8-PSK & 16-QAM, av sinc-funktioner som är centrerade runt $f = \pm f_c$ ($\omega_c = 2\pi f_c$) där sidolöbsbredden är $\frac{1}{T}$ Hz, och amplituden vid $f = \pm f_c$ är $\frac{T \cdot A}{2}$ för 8-PSK och $\frac{T \cdot A_i}{2}$ för 16-QAM. (Kommer från AM & Formelsaml. Tab. 17:1 & 17:16)

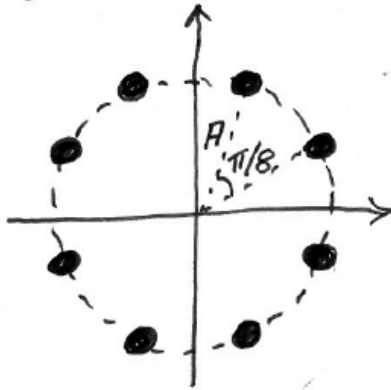
\Rightarrow Samma principutseende hos $|S_i(f)|$ för Behöver ej visas!



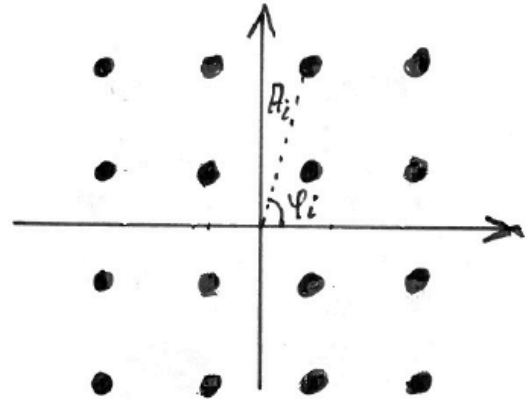
Konstellationsdiagram (signaluppsättningsdiagram):

Signalpunkternas avstånd från origo och deras vinkel från den horisontella axeln är ekvivalent med amplituden resp. fäsen hos motsvarande (co-)sinusformade signelpuls.

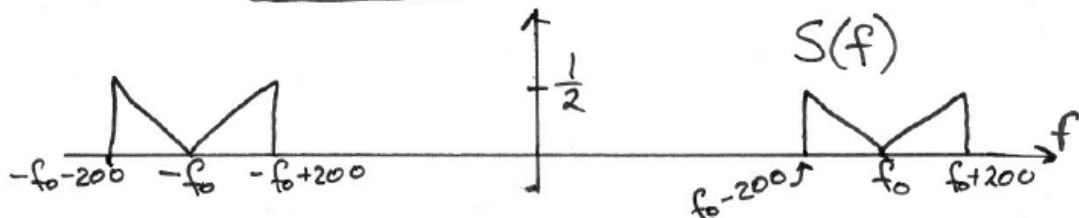
8-PSK:



16-QAM:



$$\begin{aligned}
 b) \quad s(t) = f(t) \cdot c(t) &\Rightarrow \underline{S(f)} = (F * C)(f) = \left/ \begin{aligned} &C(f) = \frac{1}{2} (\delta(f+f_0) \\ &+ \delta(f-f_0)) = D_1(f) \\ &= D_2(f) \end{aligned} \right/ \\
 &= \frac{1}{2} (F * D_1)(f) + \frac{1}{2} (F * D_2)(f) \\
 &= \underline{\underline{\frac{1}{2} F(f+f_0) + \frac{1}{2} F(f-f_0)}}
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 r(t) = s(t) \cdot c(t) &\Rightarrow \underline{R(f)} = (S * C)(f) = \text{/ på samma sätt som ovan /} \\
 &= \frac{1}{2} S(f+f_0) + \frac{1}{2} S(f-f_0) = \underline{\underline{\frac{1}{4} F(f+2f_0) + \frac{1}{2} F(f) + \frac{1}{4} F(f-2f_0)}}
 \end{aligned}$$

