LINKÖPINGS UNIVERSITET Institutionen för Systemteknik

Tentamen i
TSKS06 Linjära system för Kommunikation

Tid: 2019-08-21 kl. 14.00-18.00

Provkod: TEN1

Lokal: TER3

Lärare: Lasse Alfredsson, tel. 013-28 2645 (nås på detta nummer under tentan)
Jag besöker tentasalen *en gång*, efter ca. 1,5–2 timmar, och nås f.ö. per telefon.

Hjälpmedel:
- Miniräknare
- ”Formler & Tabeller” av Sune Söderkvist
- Det bifogade formelbladet om modulation
- Andra motsvarande förlagsutgivna matematiska tabeller och formelsamlingar

Bedömning: Varje helt rätt och *väl motiverad* uppgift ger 5 poäng. För godkänd tentamen krävs 11 poäng. För betyg 4 krävs 16 poäng och för betyg 5 krävs 21 poäng.

OBS!
- Bristande motivering medför poängavdrag.
- Numeriska lösningar, dvs. om signifikanta delar av uppgiften löses m.h.a. räknare, accepteras ej.

Rättning: Tentorna rättas normalt inom *10 arbetsdagar* efter tentatillfället.
Efter registrering av resultaten i Ladok skickas, inom *ytterligare* några dagar, ett automatiskt Ladok-utskick med tentamensresultat via e-post till alla som är **registrerade** på kursen.

Lösningsförslag finns normalt tillgängligt på kursens tenta-webbsida *inom 5 arbetsdagar*: **www.cvl.isy.liu.se/education/undergraduate/TSKS06/tentor**

Uthämtning: Rättade tentor kan hämtas ut på **ISY:s expedition** från och med **2019-09-11**.
Expeditionen finns bredvid Café Java i B-huset –
öppettider: *måndag, onsdag & torsdag kl. 12:30−13:15*.

Eventuella synpunkter på rättningen skall formuleras *skriftligen* och lämnas via ISY:s expedition *inom en månad* från datumet ovan, då tentorna kan hämtas ut från expeditionen.
Synpunkter om *uppenbara felbedömningar* kan dock lämnas senare.

Lycka till!

ALLMÄNNA TENTALÖSNINGSTIPS:

Motivera varje steg i dina lösningar noga! Vi fokuserar relativt mycket på detta vid tentarättningen, så se till att du *tydligt* visar *vad* du gör – och *varför*.
Hur du kommer fram till svaret är vid examinationen ofta viktigare än själva svaret…

Tänk på följande, som står på tentans försättsblad: ”*Bristande motivering medför poängavdrag*”!

---

1. Nedan finns fem påståenden om tidskontinuerliga system. Ange för vart och ett av påståendena om det är **SANT** eller **FALSKT**! *Lämna ingen motivering.*
   Korrekt svar på en delfråga ger +1 poäng, felaktigt svar ger –1 poäng, medan utelämnat svar ger 0 poäng. Totalt ger dock uppgiften aldrig mindre än 0 poäng.
   Om du tvärtemot anvisningen ovan lämnar motivering till ett korrekt svar, men där motiveringen är felaktig, så ges också –1 poäng för den deluppgiften.

   a) Ett icke-kausalt LTI-system, som beskrivs av differentialekvationen
   $\frac{d^2y(t)}{dt^2}+4\frac{dy(t)}{dt}+3y(t)=x(t)$, är stabilt.

   b) Ett LTI-system med insignal $x(t)$ och utsignal $y(t)=x(-t)$ är kausalt om $x(t)=0$ för $t>0$ och antikausalt om $x(t)=0$ för $t<0$.

   c) Stegsvaret till ett kausalt stabilt LTI-system måste vara absolutintegrerbart.

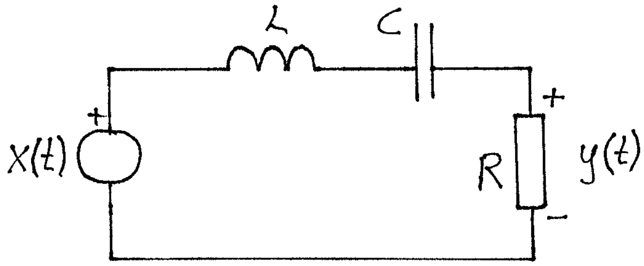
   d) Om ett system med insignalen $x(t)=2\cos\left(5t+\frac{\pi}{3}\right)$ genererar utsignalen
   $y(t)=6\cos\left(5t+\frac{\pi}{2}\right)$, så är systemet linjärt och tidsinvariant.

   e) För ett tidskontinuerligt system med insignal $x(t)$, impulssvar $h(t)$ och utsignal $y(t)$, så gäller bara sambandet $Y(s)=X(s)H(s)$ endast om systemet är både linjärt och tidsinvariant.
   (*Anm: Här är* $Y(s)=\mathcal{L}\{y(t)\}$, $X(s)=\mathcal{L}\{x(t)\}$ *och* $H(s)=\mathcal{L}\{h(t)\}$)

2. Systemfunktionen $H_1(s)$ till ett tidskontinuerligt stabilt LTI-system H_1 har nivåkonstant 0.5, en dubbelpol i $s=-3$ och ett komplexkonjugerat nollställepar i $s=-3\pm j3$.
   Systemet H_1 kaskadkopplas med ett lågpassfilter H_2 som är ett amplitudnormerat Butterworthfilter av ordning 2, med 3 dB-gränsvinkelfrekvens $\omega_{3\text{dB}}=3\sqrt{2}$ rad/s.

   Bestäm den systembeskrivande differentialekvationen (med insignal $x(t)$ och utsignal $y(t)$) för det totala kaskadkopplade systemet.

3. Det elektriska filtret nedan utgör ett stabilt tidskontinuerligt LTI-system med spänningskällan $x(t)$ som insignal och spänningen $y(t)$ över resistansen som utsignal.



$L = 0.5$ H
$C = 0.2$ F
$R = 1\,\Omega$

a) Rita ett fullständigt pol-nollställediagrammet till systemets systemfunktion $H(s)$.
Även nivåkonstant och konvergensområde skall anges. (ca. 50% av 5 p)

b) Skissera LTI-systemets amplitudkaraktäristik $|H(\omega)|$ utgående från pol-nollställe-vektorer i systemfunktionens pol-nollställediagram. (ca. 50% av 5 p)

Anm 1: *Som en del av din lösningsmotivering skall du rita av pol-nollställe-diagrammet som du erhöll i deluppgift a) och införa pol- och nollställevektorer för något lämpligt val av* ω.

Anm 2: $|H(\omega)|$ *beräknas (utgående från pol-nollställediagrammet) vid/nära lokala max och min, men får skisseras för övriga* ω.

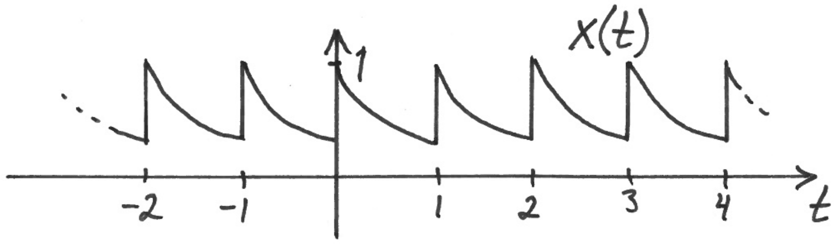
Anm 3: *Om du inte beräknat* $H(s)$ *i a), men vill lösa b), så kan du i stället utgå från* $H(s) = \dfrac{6s+6}{s^2+4s+8}$.

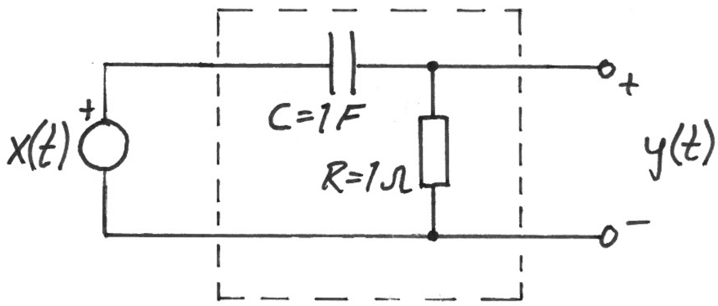
4. Den periodiska signalen $x(t) = \begin{cases} e^{-t}; & 0 \le t < 1 \\ x(t+1); & \forall\ t \end{cases}$ i grafen nedan är en spänning

som utgör insignal till det elektriska systemet.

Beräkna den komplexa fourierserien till det elektriska systemets utsignal $y(t)$,

dvs. utsignalen ska anges på formen $y(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} D_k e^{jk\omega_1 t}$, där du behöver beräkna D_k och ω_1.





5.

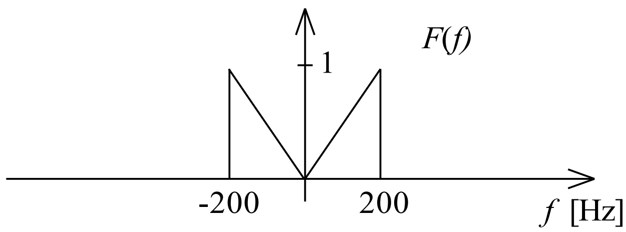
a) Det digitala meddelandet $\overline{m} = \{010110101100\}$ skall skickas från en avsändare till en mottagare över en analog kanal. Man kan använda sig av 8-PSK eller 16-QAM som modulationsform.

Beskriv kortfattat och förtydliga grafiskt, för de två modulationsformerna,

- o hur den digitala informationen representeras som analoga pulsformer i tidsdomänen.
- o de analoga pulsformernas amplitudspektrum.
- o deras konstellationsdiagram (signaluppsättningsdiagram).

(3 p, *ungefär* 1 p per punkt)

b) Nedan visas spektrum $F(f) = \mathcal{F}\{f(t)\}$ för en viss meddelandesignal $f(t)$.
Denna signal amplitudmodulerar en bärvåg $c(t) = \cos(2\pi f_0 t)$, där $f_0 = 1$ kHz,
varvid signalen $s(t) = f(t)c(t)$ erhålls.
Vid en direkt efterföljande demodulering med samma bärvåg $c(t)$ erhålls signalen $r(t) = s(t)c(t)$.



Beräkna spektrumen $S(f)$ och $R(f)$ som funktion av $F(f)$ samt rita de två spektrumen. *Redovisa och motivera tydligt!* (2 p)

BILAGA – ANALOGA & DIGITALA MODULATIONSFORMER

- **Analog modulation**
  - AM-DSB-SC: $x(t) = A \cdot m(t) \cdot \cos(\omega_c t)$, AM-DSB: $x(t) = A \cdot (C + m(t)) \cdot \cos(\omega_c t)$
  - Vinkelmodulering: $x(t) = A \cdot \cos(\omega_c t + \phi\{m(t)\})$
    - PM: $\phi\{m(t)\} = a \cdot m(t)$
    - FM: $\frac{d\phi\{m(t)\}}{dt} = a \cdot m(t) \Leftrightarrow \phi\{m(t)\} = a \cdot \int_{t_0}^{t} m(\tau)\,d\tau$

- **Digital modulation**
  - **Grundläggande samband:**

$$x(t) = \begin{cases} A \cdot \cos(\omega_c t + \varphi); & 0 \le t < T \\ 0; & \text{f.ö.} \end{cases} = \begin{cases} a \cdot \phi_0(t) + b \cdot \phi_1(t); & 0 \le t < T \\ 0; & \text{f.ö.} \end{cases},$$

där $\phi_0(t)$ och $\phi_1(t)$ är ortogonala basfunktioner, dvs. $\int_T \phi_0(t)\phi_1^*(t)\,dt = 0$:

$$\begin{cases} a = A\sqrt{\frac{T}{2}} \cdot \cos(\varphi) \\ b = A\sqrt{\frac{T}{2}} \cdot \sin(\varphi) \end{cases} \quad \& \quad \begin{cases} \phi_0(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \cdot \cos(\omega_c t) \\ \phi_1(t) = -\sqrt{\frac{2}{T}} \cdot \sin(\omega_c t) \end{cases}$$

Vektorrepresentation av $x(t)$:

$$\bar{x} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

Utgående från en vektorrepresentation enligt ovanstående, kan man för olika modulationsformer nedan rita motsvarande *konstellationsdiagram* (Eng: ”signal space diagram”).

  - **Binära modulationsformer**, där de binära symbolerna 0 och 1 representeras av $s_0(t)$ resp. $s_1(t)$ i intervallet $0 \le t < T$:
    - 2-ASK: $s_0(t) = A \cdot \cos(\omega_c t)$ $s_1(t) = B \cdot \cos(\omega_c t)$ (specialfall: OOK)
    - BPSK: $s_0(t) = A \cdot \cos(\omega_c t + \pi)$ $s_1(t) = A \cdot \cos(\omega_c t)$
    - BFSK: $s_0(t) = A \cdot \cos(\omega_0 t)$ $s_1(t) = A \cdot \cos(\omega_1 t)$

  - **Icke-binär modulation**, där varje *k*-bitars symbol (totalt $M = 2^k$ symboler) representeras av $s_i(t)$ i intervallet $0 \le t < T$:
    - ASK: $s_i(t) = A_i \cdot \cos(\omega_c t)$, $i = 1,2,3\ldots, M$
    - *M*-PSK: $s_i(t) = A \cdot \cos\left(\omega_c t + (2i-1)\frac{\pi}{M}\right)$, $i = 1,2,3,\ldots, M$
    - QPSK: QPSK är ett specialfall av *M*-PSK, för $M = 4$, dvs. då $k = 2$.
    - QAM: $s_i(t) = A_i \cdot \cos(\omega_c t + \varphi_i)$, $i = 1,2,3,\ldots, M$
    - FSK: $s_i(t) = A \cdot \cos\left(2\pi\left(f_c + \frac{i}{T}\right)t\right)$, $i = 0,1,2,\ldots, M-1$