LINKÖPINGS UNIVERSITET Institutionen för Systemteknik

Tentamen i
TSKS06 Linjära system för Kommunikation

Tid: 2019-10-31 kl. 8.00–12.00

Provkod: TEN1

Lokal: G34

Lärare: Lasse Alfredsson, tel. 013-28 2645 (nås på detta nummer under tentan)
Jag besöker tentasalen *en gång*, efter ca. 60–90 minuter, och nås f.ö. per telefon.

Hjälpmedel:
- Miniräknare
- ”Formler & Tabeller” av Sune Söderkvist
- Det bifogade formelbladet om modulation
- Andra motsvarande förlagsutgivna matematiska tabeller och formelsamlingar .

Bedömning: Varje helt rätt och *väl motiverad* uppgift ger 5 poäng. För godkänd tentamen krävs 11 poäng. För betyg 4 krävs 16 poäng och för betyg 5 krävs 21 poäng.

OBS!
- Bristande motivering medför poängavdrag.
- Numeriska lösningar, dvs. om signifikanta delar av uppgiften löses m.h.a. räknare, accepteras ej.

Rättning: Tentorna rättas normalt och resultatrapporteras i Ladok inom *15 arbetsdagar* efter tentatillfället. Efter ladokrapporteringen skickas, inom *ytterligare* några dagar, ett automatiskt Ladok-utskick med tentamensresultat via e-post till alla som är **registrerade** på kursen.

Lösningsförslag finns normalt tillgängligt på kursens tenta-webbsida *inom 5 arbetsdagar*: **www.cvl.isy.liu.se/education/undergraduate/TSKS06/tentor**

Uthämtning: Rättade tentor kan hämtas ut på **ISY:s expedition** från och med **2019-11-20**.
Expeditionen finns bredvid Café Java i B-huset –
öppettider: *måndag, onsdag & torsdag kl. 12:30−13:15*.

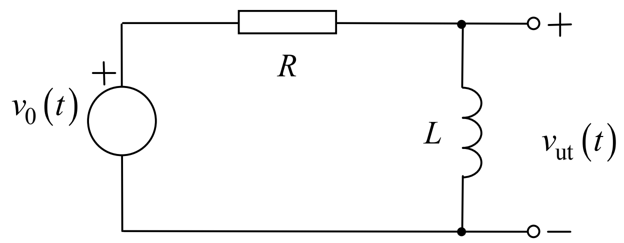
Eventuella synpunkter på rättningen skall formuleras *skriftligen* och lämnas via ISY:s expedition *inom en månad* från datumet ovan, då tentorna kan hämtas ut från expeditionen.
Synpunkter om *uppenbara felbedömningar* kan dock lämnas senare.

Lycka till!

1. Nedan finns fem påståenden om tidskontinuerliga system. Ange för vart och ett av påståendena om det är **SANT** eller **FALSKT**! *Lämna ingen motivering.*
Korrekt svar på en delfråga ger +1 poäng, felaktigt svar ger –1 poäng, medan utelämnat svar ger 0 poäng. Totalt ger dock uppgiften aldrig mindre än 0 poäng.
Om du tvärtemot anvisningen ovan lämnar motivering till ett korrekt svar, men där motiveringen är felaktig, så ges också –1 poäng för den deluppgiften.

a) Ett system med insignal $x(t)$ och utsignal $y(t)=\int_{-\infty}^{2t} x(\tau)\,d\tau$ är linjärt och kausalt.

b) Följande system, där $v_0(t)$ är insignal och $v_{\text{ut}}(t)$ är utsignal, utgör ett högpassfilter:



c) Stegsvaret till ett kausalt och stabilt LTI-system måste vara absolutintegrerbart.

d) Det filter av ordning 4 som erhålls genom att kaskadkoppla två butterwortfilter av ordning 2, har *sämre* dämpning i spärrbandet än dämpningen i spärrbandet hos ett motsvarande butterworthfilter av ordning 4.
Anm. 1: Det kaskadkopplade filtret har samma 3 dB-gränsfrekvens som butterworth-filtret av ordning 4.
Anm. 2: Kaskadkopplingen innebär att utsignalen från det första filret utgör insignal till det efterföljande filret.

e) Ett kausalt tidskontinuerligt LTI-system som har fler poler än nollställen är alltid stabilt.

2. Förhållandet mellan insignal $x(t)$ och utsignal $y(t)$ för ett visst kausalt LTI-system kan beskrivas med differentialekvationen

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2}+4\frac{dy(t)}{dt}+13y(t)=4\frac{d^2x(t)}{dt^2}+11\frac{dx(t)}{dt}+26x(t)$$

a) Vilket konvergensområde har systemets systemfunktion $H(s)$? (2 p)

b) Beräkna systemets stegsvar $g(t)$, dvs. utsignalen då $x(t)=u(t)$. (3 p)

3. En viss periodisk signal $x(t)$ definieras som $x(t)=\begin{cases} e^{0.4t}; & 0 \le t < 5 \\ x(t+5); & \text{för alla } t \end{cases}$,

dvs. den kan uttryckas som $x(t)=e^{0.4t}$ i intervallet $0 \le t < 5$ och har periodtid $T=5$ sek.

a) Beräkna det analytiska uttrycket för signalens dubbelsidiga amplitudspektrum $|C_k|$, där C_k är de komplexa fourierseriekoefficienterna till $x(t)$. (3 p)

b) Signalen $x(t)$ ovan är insignal till ett stabilt LTI-system med systemfunktion $H(s)=\dfrac{s}{s+1}$. Utsignalen $y(t)$ är då periodisk och har de komplexa fourierserie-koefficienterna D_k.
Beräkna det analytiska uttrycket för utsignalens amplitudspektrum $|D_k|$. (2 p)

4. Ett energifritt LTI-system har impulssvaret $h(t)=2e^{-3t}u(t)$.
Beräkna systemets utsignal $y(t)$, då insignalen är

a) $x(t)=4\cos(2t)$ (2 p)

b) $x(t)=e^{2t}u_0(2-t)$ (3 p)

5.

a) Signalen $f(t)=2\text{rect}\left(\dfrac{t}{2}\right)=2\big(u(t+1)-u(t-1)\big)$ är insignal till ett idealt amplitud-normerat lågpassfilter med gränsvinkelfrekvens $\omega_0=\pi$ rad/s. Filtrets utsignal $m(t)$ amplitudmodulerar sedan en bärvåg $c(t)=\cos(8\pi t)$, vilket resulterar i AM-DSB-SC-signalen $x(t)$. Efter en traditionell amplituddemodulering med $c(t)$ erhålls signalen $y(t)$.
Rita frekvensspektrumen $M(\omega)$, $X(\omega)$ och $Y(\omega)$. (3 p)

b) Bärvågsfrekvensen f_c hos en BPSK-signal av längd T väljs så att $2f_cT$ är ett heltal.
Förklara varför detta gäller, genom att relatera till BPSK-signalens amplitudspektrum.
Skissera samtidigt principutseendet för det dubbelsidiga amplitudspektrumet för en BPSK-signal med $f_c=11$ Hz och $T=0.5$ sek.
Relatera till detta spektrum i din förklaring! (2 p)

BILAGA – ANALOGA & DIGITALA MODULATIONSFORMER

- **Analog modulation**
  - AM-DSB-SC: $x(t) = A \cdot m(t) \cdot \cos(\omega_c t)$, AM-DSB: $x(t) = A \cdot (C + m(t)) \cdot \cos(\omega_c t)$
  - Vinkelmodulering: $x(t) = A \cdot \cos(\omega_c t + \phi\{m(t)\})$
    - PM: $\phi\{m(t)\} = a \cdot m(t)$
    - FM: $\dfrac{d\phi\{m(t)\}}{dt} = a \cdot m(t) \;\Leftrightarrow\; \phi\{m(t)\} = a \cdot \int_{t_0}^{t} m(\tau)\,d\tau$

- **Digital modulation**
  - **Grundläggande samband:**

$$x(t) = \begin{cases} A \cdot \cos(\omega_c t + \varphi); & 0 \le t < T \\ 0; & \text{f.ö.} \end{cases} = \begin{cases} a \cdot \phi_0(t) + b \cdot \phi_1(t); & 0 \le t < T \\ 0; & \text{f.ö.} \end{cases},$$

där $\phi_0(t)$ och $\phi_1(t)$ är ortogonala basfunktioner, dvs. $\int_T \phi_0(t)\phi_1^*(t)\,dt = 0$:

$$\begin{cases} a = A\sqrt{\dfrac{T}{2}} \cdot \cos(\varphi) \\ b = A\sqrt{\dfrac{T}{2}} \cdot \sin(\varphi) \end{cases} \quad \& \quad \begin{cases} \phi_0(t) = \sqrt{\dfrac{2}{T}} \cdot \cos(\omega_c t) \\ \phi_1(t) = -\sqrt{\dfrac{2}{T}} \cdot \sin(\omega_c t) \end{cases}$$

Vektorrepresentation av $x(t)$:

$$\bar{x} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

Utgående från en vektorrepresentation enligt ovanstående, kan man för olika modulationsformer nedan rita motsvarande *signaluppsättningsdiagram* (Eng: ”signal space diagram”).

  - **Binära modulationsformer**, där de binära symbolerna 0 och 1 representeras av $s_0(t)$ resp. $s_1(t)$ i intervallet $0 \le t < T$:
    - 2-ASK: $s_0(t) = A \cdot \cos(\omega_c t)$ $s_1(t) = B \cdot \cos(\omega_c t)$ (specialfall: OOK)
    - BPSK: $s_0(t) = A \cdot \cos(\omega_c t + \pi)$ $s_1(t) = A \cdot \cos(\omega_c t)$
    - BFSK: $s_0(t) = A \cdot \cos(\omega_0 t)$ $s_1(t) = A \cdot \cos(\omega_1 t)$
  - **Icke-binär modulation**, där varje *k*-bitars symbol (totalt $M = 2^k$ symboler) representeras av $s_i(t)$ i intervallet $0 \le t < T$:
    - ASK: $s_i(t) = A_i \cdot \cos(\omega_c t)$, $i = 1,2,3\ldots,M$
    - *M*-PSK: $s_i(t) = A \cdot \cos\left(\omega_c t + (2i-1)\dfrac{\pi}{M}\right)$, $i = 1,2,3,\ldots,M$
    - QPSK: QPSK är ett specialfall av *M*-PSK, för $M = 4$, dvs. då $k = 2$.
    - QAM: $s_i(t) = A_i \cdot \cos(\omega_c t + \varphi_i)$, $i = 1,2,3,\ldots,M$
    - FSK: $s_i(t) = A \cdot \cos\left(2\pi\left(f_c + \dfrac{i}{T}\right)t\right)$, $i = 0,1,2,\ldots,M-1$