

Lösning till tentamen i Medicinska Bilder, TSBB31, 2014-01-10

Maria Magnusson (maria.magnusson@liu.se),
Hans Knutsson, Mats Andersson, Gustaf Johansson

DEL 1: Grundläggande 2D signalbehandling

Uppgift 1 (2p)

- Bilden till höger har starka positiva och negativa värden i mitten av bilden, dvs *de låga frekvenserna dominerar*. Argumentet till en bild $\arg[F(u, v)]$ ser inte ut så, utan mer som en väldigt brusig bild “myrornas krig”.
- Bilden till höger är udda. Man kan visa att om $f(x, y)$ är en vanlig reell bild så gäller att $|F(u, v)|$ och $\text{Re}[F(u, v)]$ är jämna medan $\arg[F(u, v)]$ och $\text{Im}[F(u, v)]$ är udda.

Följdaktligen visar bilden till höger $\text{Im}[F(u, v)]$.

Uppgift 2 (2p)

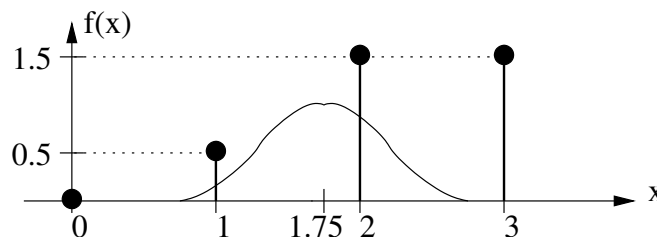
Se figur nedan. Den aktuella interpolationsfunktionen är $c(x)$ i figuren, men principen är densamma för den andra interpolationsfunktionen. Interpolationsfunktionen förflyttas till det okända värdets position, $x = 1.75$. Där multipliceras samplen med interpolationsfunktionens höjd.

$$\begin{aligned} ? &= 0.5 \cdot c(0.75) + 1.5 \cdot c(0.25) \\ &= 0.5 \cdot 0.15625 + 1.5 \cdot 0.84375 = 1.34375 \approx 1.34 \end{aligned}$$

För linjär interpolation gäller på liknande sätt:

$$\begin{aligned} ? &= 0.5 \cdot l(0.75) + 1.5 \cdot l(0.25) \\ &= 0.5 \cdot 0.25 + 1.5 \cdot 0.75 = 1.25 \end{aligned}$$

Notera att linjär interpolation också kan erhållas grafiskt genom att dra en rät linje mellan $f(1) = 0.5$ och $f(2) = 1.5$. Då ser man att $f(1.75) = 1.25$.



Svar: Värdet märkt med ? blir 1.25 om linjär interpolation används och 1.34 om cubic spline interpolation används.

Uppgift 3 (3p)

$$-\Delta \approx -D_x * D_x - D_y * D_y =$$

$$-\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 2 & -1 \\ -2 & 4 & -2 \\ -1 & 2 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 2 & 4 & 2 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 0 & -2 \\ 0 & 8 & 0 \\ -2 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

Uppgift 4 (3p)

Om filtret från förra uppgiften används erhålles $A = 0$, $B = -4$, $C = 4$, $D = 0$.

Om filtret här används erhålles $A = 0$, $B = -3$, $C = 3$, $D = 0$.

Det negativa laplacefiltret är ett hög-pass (HP) filter. Runt pixlarna A och D är grannarnas pixelvärden samma, där finns inga förändringar. Följdaktigen svarar HP-filtret med värde 0. Pixlarna B och C är nära en kant, med snabb förändring i pixelvärde. Följdaktligen svarar HP-filtret med positiva och negativa värden.

Uppgift 5 (2p)

$$f(x, y) = 30 \cdot \Pi(x/40, y/20) = 30 \cdot \Pi(x/40) \cdot \Pi(y/20).$$

2D-teorem för separabel funktion, 1D-teoremen för linjäritet och skalning, samt att $\mathcal{F}[\Pi(t)] = \text{sinc}(f)$ ger

$$F(u, v) = 30 \cdot 40 \text{sinc}(40u) \cdot 20 \text{sinc}(20v) = 24000 \cdot \text{sinc}(40u) \text{sinc}(20v).$$

Uppgift 6 (2p)

$$F_u(u, y) = \mathcal{F}_x[f(x, y)] = \mathcal{F}_x[e^{-7|x-y|}] = \frac{2 \cdot 7}{7^2 + (2\pi u)^2} e^{-j2\pi y u} = \frac{14}{49 + (2\pi u)^2} e^{-j2\pi y u}$$

$$F(u, v) = \mathcal{F}_y[F_u(u, y)] = \mathcal{F}_y \left[\frac{14}{49 + (2\pi u)^2} e^{-j2\pi y u} \right] = \frac{14}{49 + (2\pi u)^2} \delta(v + u)$$

DEL 2: Röntgen och CT

Uppgift 7 (2p)

- Dämpningen av röntgenfotoner beror på μ -värdet i den aktuella vävnaden och μ -värdet beror på röntgenfotonernas energi. Röntgenfotoner med låg energi dämpas mer än de med hög energi.
- Då röntgenfotonen interagerar med vävnad kan det ske koherent eller inkoherent spridning. (Den senare kallas Comptonscattering på engelska.) Ofta kan dessa fotoner stoppas i kollimatoren, men ibland går inte detta och de ger då upphov till oönskade "scattering artefakter".

Uppgift 8 (1p)

Ett dåligt kalibrerat detektorelement. (Antag att ett detektorelement i detektorn ger ett felaktigt värde, på t ex 1%. Detta fel kommer att ge upphov till en ring i den rekonstruerade bilden.)

Uppgift 9 (4p)

a) Betrakta $-1 < x < 1$. Där gäller

$$p(x, 0) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dy = \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} 0.7 dy = 0.7 \cdot 2\sqrt{1-x^2} = 1.4 \cdot \sqrt{1-x^2}.$$

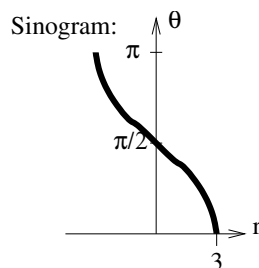
Földaktligen gäller

$$p(r, 0) = \begin{cases} 1.4\sqrt{1-r^2}, & |r| \leq 1, \\ 0, & \text{annars.} \end{cases}$$

Eftersom objekt-funktionen har radiell symmetri, så kommer projektionsfunktionen att bli lika för alla vinklar, dvs

$$p(r, \theta) = \begin{cases} 1.4\sqrt{1-r^2}, & |r| \leq 1, \\ 0, & \text{annars.} \end{cases}$$

b)



Uppgift 10 (2p) Betraka en projektion efter *semi-parallel rebinning*. Då är röntgenstrålarna parallella om man tittar på dem längs helixens mittaxel. Sett från sidan är de dock inte parallella.

Uppgift 11 (2p)

Låt storleken på projektionerna i r -riktningen vara N . Då ska storleken på ramp-filtret $h(r)$ vara minst $2N - 1$. Földaktligen ska storleken på ramp-filtret $h(r)$ här vara minst 255.

DEL 3: Gamma-kamera, SPECT och PET

Uppgift 12 (1p)

Radionukliden kan *injiceras* i ett blodkärl på patienten. Alternativt kan patienten *inandas* eller *äta* radionukliden.

Uppgift 13 (2p)

Detta är troligen en Compton-foton, dvs original-fotonen har utsatts för Compton-spridning, fått ändrad riktning och lägre energi. En sådan foton bör förkastas.

Uppgift 14 (2p)

Med hjälp av CT-volymer kan man bestämma exakt var lungvävnaden är belägen eftersom CT-bilderna ger information om patientens *anatomy*. Lungvävnad har lägre attenuering och därmed lägre intensitet än omgivande vävnad. Den segmenteras (urskiljs) därför enkelt från omgivande vävnad med hjälp av tröskelsättning.

Uppgift 15 (2p) Nämn 2 av nedanstående störningar:

- Attenuering. (Fotoner attenueras i patientens kropp på väg mot detektorn.)
- Scatter. (Man klarar inte att sortera bort allt scatter enligt förförda uppgiften.)
- Kon-formigt upptag. (SPECT-detektorn har egentligen ett konformigt upptag, dvs inte rörformigt.)

Uppgift 16 (2p)

OS = ordered subset. Endast en delmängd av projektionerna används för uppdatering i varje sub-iterationssteg. Grupperingen av projektioner i varje sub-iterationssteg sker symmetriskt. (De projektioner som grupperas ihop ska skilja sig mycket åt. T ex är det bra att gruppera ihop $[0^\circ, 60^\circ, 120^\circ]$, men inte bra att gruppera ihop $[0^\circ, 1^\circ, 2^\circ]$.)

Uppgift 17 (2p)

I PET kan kollimatorerna/blysepta reduceras väsentligt. Då ökar sensitiviteten, dvs fler fotoner registras. Detta ger mindre brusiga bilder (bättre SNR).

DEL 4: Viktiga mätvärden och dess beräkning**Uppgift 18 (2p)**

$$\begin{aligned} s^2 &= \frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^N (f_n - m)^2 = \frac{1}{N-1} \left(\sum_{n=1}^N f_n^2 - 2m \sum_{n=1}^N f_n + \sum_{n=1}^N m^2 \right) \\ &= \frac{1}{N-1} \left(\sum_{n=1}^N f_n^2 - 2mN \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N f_n + Nm^2 \right) = \frac{1}{N-1} \left(\sum_{n=1}^N f_n^2 - 2mNm + Nm^2 \right) \\ &= \frac{1}{N-1} \left(\sum_{n=1}^N f_n^2 - Nm^2 \right) = \frac{N}{N-1} \left(\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N f_n^2 - m^2 \right) \end{aligned}$$

Uppgift 19 (1p)

```
kernel = ones(9,9,9);
kernelsize = 729;
SPECTm = convn(SPECTvol, kernel, 'same') / kernelsize;
temp = convn(SPECTvol.^2, kernel, 'same') / kernelsize;
SPECTs2 = kernelsize/(kernelsize-1)*(temp-SPECTm.^2);
SPECTs = sqrt(SPECTs2);
```

Uppgift 20 (1p)

$$\mu = \sigma^2$$

DEL 5: Ultraljud

Uppgift 21 (4p)

- a) Vi använder sambandet $v/f = \lambda$, vilket ger $f = v/\lambda$. För att återge 1 mm:s detaljer bör $\lambda = 2 \cdot 10^{-3}[m]$, minst.
 $f = 1500/(2 \cdot 10^{-3}) = 750 \cdot 10^3[\text{Hz}] = 0.75[\text{MHz}]$.
- b) Linnea har rätt att vi kan få λ att bli godtyckligt litet och därmed få godtyckligt bra upplösning om vi kan öka f obegränsat. Men när frekvensen på en våg ökar så ökar även energiförlusterna på grund av (den akustiska) impedansen i materialet. Konsekvensen blir då att vi får betala ökad upplösning med att vi inte kan se objekt lika långt in i kroppen då vågen absorberas och omvandlas till termisk energi.
- c) Den gamla formeln för konstant hastighet $s = vt$ ger oss: $t = \frac{s}{v}$ och alltså $\frac{2 \cdot 0.5}{1.5} \cdot 10^{-3} = \frac{2}{3} \cdot 10^{-6}$. Så vi ska få plats med 6 perioder på $\frac{2}{3} \cdot 10^{-6}$ sekunder. Detta kräver alltså att varje svängning får ta max $\frac{2}{18} \cdot 10^{-6}$ s och vår frekvens blir då $f = 1/t = 9 \cdot 10^6 \text{Hz} = 9 \text{MHz}$.
- d) I vågrörelseläran fick vi lära oss att frekvensen för en våg är konstant, medan utbredningshastigheten är beroende av materialet. Då måste alltså våglängden kunna ändras för att ekvationen $v/f = \lambda$ ska kunna vara uppfylld i det nya materialet.

DEL 6: MRI

Uppgift 22 (2p)

	True	False
1. Larmorfrekvensen bestämmer hur långt ut i k-space det är meningsfullt att sampla.	_____	<u> X </u>
2. Om vi ökar field of view (FOV) så måste vi samtidigt öka antalet sampel i k-space för att bibehålla samma detaljätergivning i den nya bilden.	<u> X </u>	_____
3. Storleken på G_z och RF-signalens frekvens bestämmer hur tunn xy-slice vi kan exitera.	_____	<u> X </u>
4. Spatiell vikning uppkommer om man samplar för glest i k-space.	<u> X </u>	_____

Uppgift 23 (4p)

- a) – Spinnvektorerna orienteras antingen parallellt eller anti-parallellt med det stationära magnetfältet och precesserar runt magnetfältets riktning med Larmorfrekvensen $\omega = \gamma B_0$ där $\gamma = 42.58 \text{ MHz/T}$.
- För en RF-puls med samma frekvens som Larmor frekvensen, $127.7 = 42.58 B_0$, kommer spinnvektorn att röra sig bort från z-axeln och rotera i en spiral ner mot xy-planet.
- b) Med en gradient G_z kommer endast spinnen för den xy-slice inom objektet som motsvarar $z = 0$ att aktiveras av en elektromagnetisk puls med frekvensen 127.7 MHz. Tjockleken på det aktiverade området beror på magnituden på G_z samt bandbredden på RF-signalen.