Lösning till tentamen i Medicinska Bilder, TSBB31, 2016-10-28

Maria Magnusson (maria.magnusson@liu.se),
Anders Eklund

DEL 1: Grundläggande 2D signalbehandling

Uppgift 1 (3p)
Translationsteoremet säger att absolutvärdet av fouriertransform inte ändras vid translation. Speciellt blir det ingen translation i fourierdomänen. Detta gäller för a), b), d) och e).
Rotationsteoremet säger att om ett objekt roteras en vinkel så kommer dess fouriertransform att roteras samma vinkel. Detta gäller för alla bilderna.
Skalningsteoremet säger att om ett objekt blir bredare, så kommer dess fouriertransform att bli smalare. Detta gäller för d) och f).
Följdaktligen är det rätta svaret d).

Uppgift 2 (4p)
Detta är en separabel funktion Då gäller att

$$H(u, v) = \mathcal{F}_2[h(x, y) = h_1(x) \cdot h_2(y)] = \mathcal{F}_1[h_1(x)] \cdot \mathcal{F}_1[h_2(y)] = H_1(u) \cdot H_2(v).$$

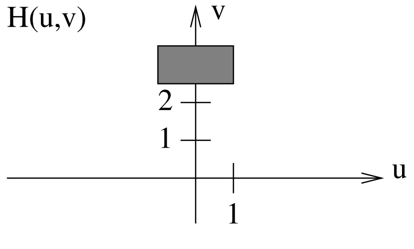
Formelsamlingen ger att

$$\mathcal{F}_1\left[\mathrm{sinc}(2x)\right] = \Pi(u/2)/2,$$
$$\mathcal{F}_1\left[e^{j2\pi 3y}\mathrm{sinc}(y)\right] = \Pi(v-3),$$

vilket ger svaret

$$H(u, v) = \mathcal{F}_2\left[\mathrm{sinc}(2x) \cdot e^{j2\pi 3y}\mathrm{sinc}(y)\right] = \Pi(u/2) \cdot \Pi(v-3)/2,$$

som är skissad som en bild nedan.



Uppgift 3 (5p)

a)

$$-1 \bullet \left(\begin{array}{|c|c|}\hline 1 & -1 \\ \hline\end{array} \ast \begin{array}{|c|c|}\hline 1 & -1 \\ \hline\end{array} + \begin{array}{|c|}\hline -1 \\ \hline 1 \\ \hline\end{array} \ast \begin{array}{|c|}\hline -1 \\ \hline 1 \\ \hline\end{array} \right) = -1 \bullet \left(\begin{array}{|c|c|c|}\hline 1 & \boxed{-2} & 1 \\ \hline\end{array} + \begin{array}{|c|}\hline 1 \\ \hline \boxed{-2} \\ \hline 1 \\ \hline\end{array} \right) =$$

$$-1 \bullet \left(\begin{array}{|c|c|c|}\hline 0 & 1 & 0 \\ \hline 1 & \boxed{-4} & 1 \\ \hline 0 & 1 & 0 \\ \hline\end{array} \right) = \begin{array}{|c|c|c|}\hline 0 & -1 & 0 \\ \hline -1 & \boxed{4} & -1 \\ \hline 0 & -1 & 0 \\ \hline\end{array}$$

b)

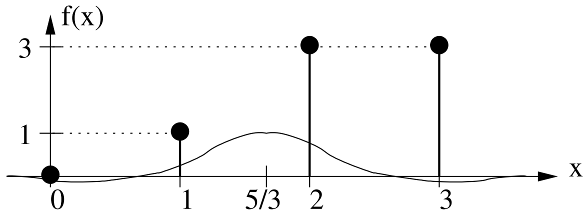
	0	−2	0	0	0	0	0	0	
	−2	**8**	−2	0	−2	0	0	0	
	0	−2	0	−2	**8**	−2	0	0	
	0	0	0	0	−2	0	0	0	
	0	0	0	0	0	0	0	0	

c) Välj t ex tröskeln $T = 4$.

Uppgift 4 (4p)
Se figur. Den aktuella interpolationsfunktionen är $c2(x)$ i figuren, men principen är densamma för de andra tre interpolationsfunktionerna. Interpolationsfunktionen förflyttas till det okända värdets position, $x = 5/3$. Där multipliceras samplen med interpolationsfunktionens höjd. Nedan är A) närmsta granne, B) linjär, C) cubic spline variant 1, och D) cubic spline variant 2.

Närmsta granne interpolation kan också erhållas genom att notera att $f(2) = 3$ är den närmaste grannen och därefter bara ta dess värde 3.

Linjär interpolation kan också erhållas grafiskt genom att dra en rät linje mellan $f(1) = 1$ och $f(2) = 3$. Då ser man att $f(5/3) = 7/3 \approx 2.33$.



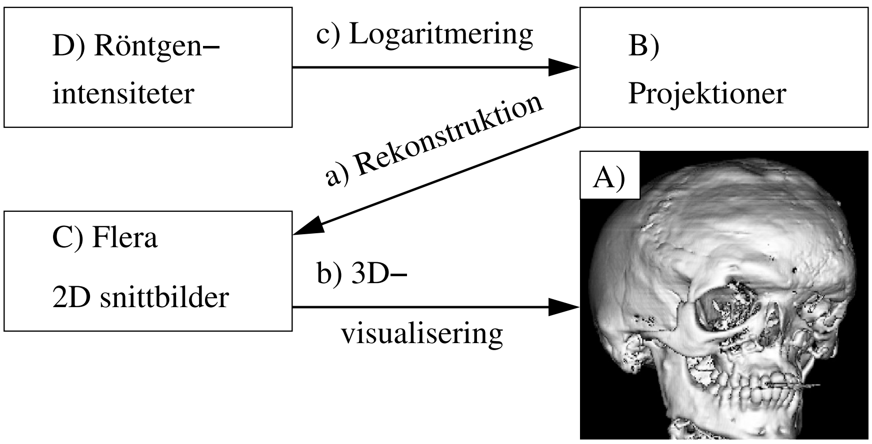
a)

$$
\begin{aligned}
\text{A) } ? &= 1 \cdot n(2/3) + 3 \cdot n(1/3) \\
&= 1 \cdot 0 + 3 \cdot 1 = 3 \\
\text{B) } ? &= 1 \cdot l(2/3) + 3 \cdot l(1/3) \\
&= 1 \cdot 1/3 + 3 \cdot 2/3 = 7/3 \approx 2.33 \\
\text{C) } ? &= 1 \cdot c1(2/3) + 3 \cdot c1(1/3) \\
&\approx 1 \cdot 0.259 + 3 \cdot 0.741 = 2.48 \\
\text{D) } ? &= 0 \cdot c2(5/3) + 1 \cdot c2(2/3) + 3 \cdot c2(1/3) + 3 \cdot c2(4/3) \\
&\approx 0 + 1 \cdot 0.333 + 3 \cdot 0.777 + 3 \cdot (-0.074) \approx 2.44
\end{aligned}
$$

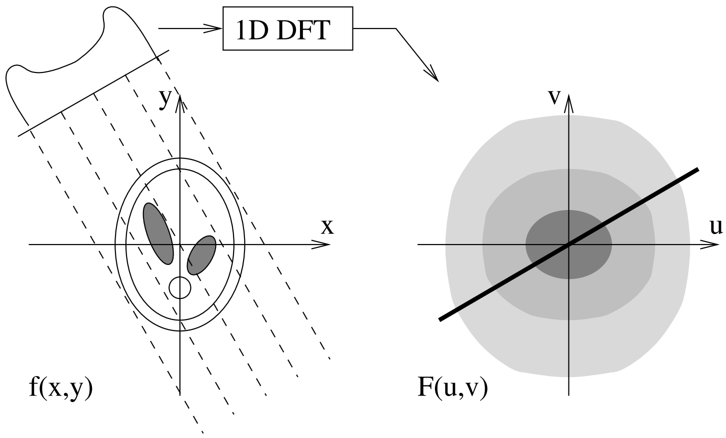
b) Den ger en skarpare bild eftersom den bevarar de höga frekvenserna bättre och den ger också mindre vikningsdistorsion. Detta beror på att den är mer lik den ideala funktionen (sinc) än de andra.

DEL 2: Röntgen och CT

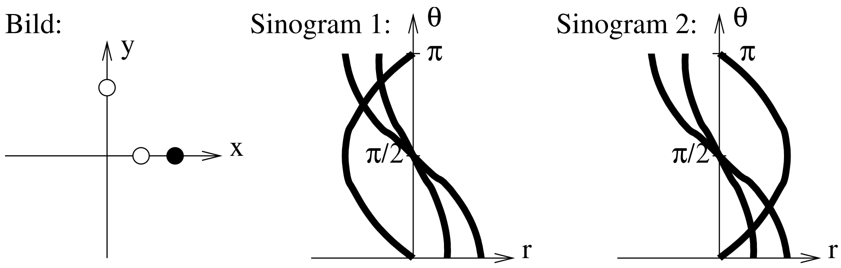
Uppgift 5 (2p)



Uppgift 6 (2p)
Positionen för den aktuella projektionens 1D fouriertransform är markerad med ett tjockt streck i figuren.



Uppgift 7 (2p)
Beroende på vilket håll som definieras som positiv vinkel finns två lösningar, se figur.



Uppgift 8 (2p)
En C-arm tomograf används i operationsrummet. Den är smidig och mobil. Röntgengällan rör sig i en cirkel relativt patienten. Cirkeln är dock inte fullständig, utan har formen av ett C.

Uppgift 9 (1p)
Röntgenattenueringen för luft är $\mu \approx 0$ [1/cm]. Insatt i formeln

$$H = \frac{\mu - \mu_{H_2O}}{\mu_{H_2O}} \cdot 1000$$

ger det att $H = -1000$ [HU] för luft.

DEL 3: Gamma-kamera, SPECT och PET

Uppgift 10 (2p)
• CT-bilder ger information om organens anatomi.
• CT-volymen gav information om var lungorna var lokaliserade, så att vi visste var i SPECT-volymen vi skulle beräkna CV-värden.

Uppgift 11 (2p)
• En cyklotron producerar radionuklider för PET och SPECT.
• Vissa radionnuklider har väldigt kort halveringstid. Det tar för lång tid att transportera dem från en annan stad eller ett annat land.

Uppgift 12 (4p)

a) $f^0(x, y) =$*filtrerade återprojektionslösningen* eller $f^0(x, y) = 1$.

b) Nästa iteration, f_i^1, blir också 0 eftersom den erhålls genom att multiplicera något med $f_i^0 = 0$. Därmed blir alla efterföljande iterationer lika med 0.

c) Då kan formeln förenklas till

$$f_i^{k+1} = f_i^k.$$

Bilden kommer inte att förändras mer, vi har nått konvergens. (Ofta avbryter man den iterativa rekonstruktionen i förtid, bl.a. för att minska beräkningstiden.)

d) För varje foton mäts dess energi. De flesta scatter-fotoner har lägre energi kan därmed förkastas.
För att få $\tilde{p}_j^s$ i formeln mäts antalet fotoner i ett energi-intervall (Compton-fönstret), så s_i erhålls. Sedan kan man uppskatta scatter-bidraget i primära data (peakfönstret) till $(0.31 \cdot s_i)$.

DEL 4: Viktiga mätvärden och dess beräkning

Uppgift 13 (4p)

a)

$$MTF(u) = \frac{|H(u,0)|}{H(0,0)} = \frac{3\ e^{-\pi((5u)^2)}}{3} = e^{-25\pi u^2}$$

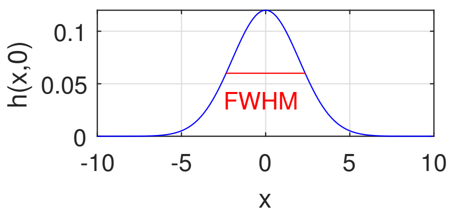
b) Formelsamling ger punktspridningsfunktionen

$$h(x, y) = 3 \cdot \frac{1}{5^2}\ e^{-\pi((x/5)^2+(y/5)^2)} = \frac{3}{25} e^{-\pi((x/5)^2+(y/5)^2)}\ .$$

c)

$$h(x,0) = \frac{3}{25}e^{-\pi(x/5)^2}.$$

FWHM på $h(x,0)$ är markerat i figuren nedan. $h(0,0) = 0.12$.
$h(x,0) = 0.06 \Rightarrow x = \pm 2.3486$. Följdaktligen är FWHM=4.6972.

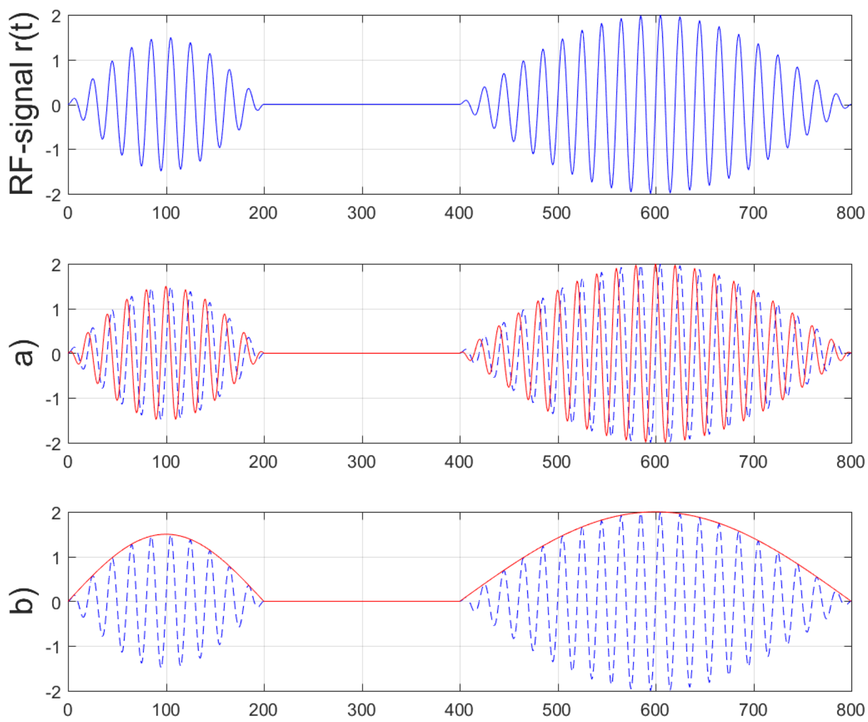


d) FWHM ger det avstånd som två punkter måste vara separerade för att kunna särskiljas.

DEL 5: Ultraljud

Uppgift 14 (3p)
$\text{Imag}[q(t)]$ är fasförskjuten $\pi/2$ i förhållande till $\text{Real}[q(t)]$, se figur a).
Enveloppen $e(t)$ visas i se figur b). Den erhålls som absolutbeloppet av $q(t)$, dvs

$$e(t) = |q(t)| = \sqrt{(\text{Real}[q(t)])^2 + (\text{Imag}[q(t)])^2}.$$



Uppgift 15 (2p)
Givaren både sänder ut ultraljudspulser och tar emot reflekterade RF-signaler. En ultraljudspuls måste hinna sändas ut innan den reflekteras tillbaka för att de piezoelektriska elementen i sändaren ska kunna ställas om till mottagare. Den svarta området ligger för nära. Där hinns inte "utsändning-omställning-mottagning" med.

DEL 6: MRI

Uppgift 16 (2p)

a)

$$G = \begin{pmatrix} g_x^T \\ g_y^T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

b) $5 - 7j$

c) Det finns en begränsning på hur stora gradienter en MR-scanner kan producera.

Uppgift 17 (2p)

a) Samplingsavståndet i k-rummet måste minska för att vi ska kunna avbilda ett större objekt. Samtidigt måste vi sampla lika långt ut i k-rummet för att bibehålla detaljåtergivningen. Dessa två saker sammantaget gör att vi måste öka antalet sampel i k-rummet.

b) Samplingsavståndet i k-rummet ska bevaras för vi vill avbilda samma objekt. Vi måste sampla längre ut i k-rummet för att öka detaljåtergivningen. Dessa två saker sammantaget gör att vi måste öka antalet sampel i k-rummet.

Uppgift 18 (2p)
Diffusionen varierar i olika riktningar. Detta kan illustreras med en ellips med pilar som indikerar diffusionens storlek och riktning, se figur. Alternativt kan enbart en ellips användas.