

Lösning till tentamen i Medicinska Bilder, TSBB31, 2021-01-05

Maria Magnusson (maria.magnusson@liu.se)

DEL 1: Grundläggande 2D signalbehandling

Uppgift 1 (5p)

a) Utför nedanstående faltning mellan sobel_x och sobel_x .

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 0 & -1 \\ \hline 2 & \mathbf{0} & -2 \\ \hline 1 & 0 & -1 \\ \hline \end{array} /8 * \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 0 & -1 \\ \hline 2 & \mathbf{0} & -2 \\ \hline 1 & 0 & -1 \\ \hline \end{array} /8 = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 1 & 0 & -2 & 0 & 1 \\ \hline 4 & 0 & -8 & 0 & 4 \\ \hline 6 & 0 & \mathbf{-12} & 0 & 6 \\ \hline 4 & 0 & -8 & 0 & 4 \\ \hline 1 & 0 & -2 & 0 & 1 \\ \hline \end{array} /64$$

b) andraderivatan i x-led

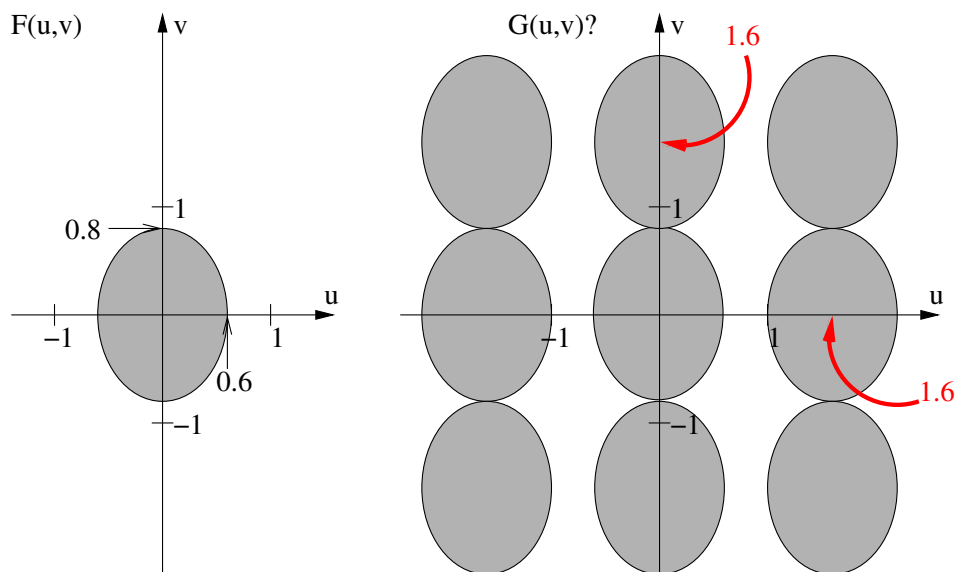
$$\text{c) } \frac{\partial}{\partial x} * \frac{\partial}{\partial y} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 0 & -1 \\ \hline 2 & \mathbf{0} & -2 \\ \hline 1 & 0 & -1 \\ \hline \end{array} /8 * \begin{array}{|c|c|c|} \hline -1 & -2 & -1 \\ \hline 0 & \mathbf{0} & 0 \\ \hline 1 & 2 & 1 \\ \hline \end{array} /8 = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline -1 & -2 & 0 & 2 & 1 \\ \hline -2 & -4 & 0 & 4 & 2 \\ \hline 0 & 0 & \mathbf{0} & 0 & 0 \\ \hline 2 & 4 & 0 & -4 & -2 \\ \hline 1 & 2 & 0 & -2 & -1 \\ \hline \end{array} /64$$

Uppgift 2 (3p)

Formelsamlingen ger att

$$\begin{aligned} G(u, v) &= F(u, v) * \left(\frac{8}{5} \sum_n \delta(u - n \frac{8}{5}) \right) \left(\frac{8}{5} \sum_m \delta(v - m \frac{8}{5}) \right) \\ &= \frac{64}{25} \sum_n \sum_m F \left(u - n \frac{8}{5}, v - m \frac{8}{5} \right). \end{aligned}$$

Se skiss nedan. För $1/\Delta_x > 6/5$ och $1/\Delta_y > 8/5$ undviker man vinkningsdistorsion. Detta ger att för $\Delta_x < 5/6$ och $\Delta_y < 5/8$ undviker man vinkningsdistorsion.



Uppgift 3 (7p)

Bild1: Troligtvis har absolutbeloppet av gradienten beräknats, dvs $\sqrt{\text{bild6}^2 + \text{bild7}^2}$.

Bild2: B, denna mycket suddiga bild är faltad med ett starkt lågpass-filter.

Bild3: A, denna ganska suddiga bild är faltad med ett lågpass-filter.

Bild4: C, denna bild har dubbel-linjer i svart (negativt) och vitt (positivt) vid kanter i Bild0, vilket är resultatet av ett högpas-filter.

Bild5: D, denna bild är Bild0 multiplicerad med -1. Vitt har blivit svart och vice versa. T ex i Bild0 motsvarar vitt 250 och i Bild5 motsvarar svart -250.

Bild6: H, denna bild visar derivatan i y-led. Horizontella kanter syns i svart (negativt) och vitt (positivt).

Bild7: E, denna bild visar derivatan i x-led. Vertikala kanter syns i svart (negativt) och vitt (positivt).

DEL 2: Röntgen och CT

Uppgift 4 (2p)

En CT-scanner ser ut som en stor ring. Inuti ringen sitter röntgenkällan. Detektorn sitter mittemot. Båda roterar runt. Patienten ligger på en patientbord. Under det att röntgenkälla-detektor roterar, rör sig bordet med patienten linjärt genom ringen. Sett från patientens koordinatsystem rör sig då röntgenkällan (och detektorn) i en helix-formad bana.

Uppgift 5 (2p)

- 2D parallell filtrerad återprojektion går att bevisa matematiskt. (Detta nämns på föreläsning CT1.) Därför är den **exakt**.
- 2D fanbeam filtrerad återprojektion går att bevisa matematiskt. (Detta nämns på föreläsning CT1.) Därför är den **exakt**.
- Katsevich's metod är **exakt**. (Detta nämns på föreläsning CT2.)
- weighted FBP är **inte exakt** (Detta nämns på föreläsning CT2.)

Uppgift 6 (4p)

a) $f(x, y) = 3 (\Pi(x - 1) + \Pi(x + 1)) \cdot \Pi(y)$ ger att
 $F(u, v) = 3 (e^{-j2\pi u} + e^{+j2\pi u}) \text{sinc}(u) \cdot \text{sinc}(v)$.

b) $p(r, 0) = 3 (\Pi(r - 1) + \Pi(r + 1))$ och
 $p(r, \pi/2) = 6\Pi(r)$.

c) $P(R, 0) = 3 (e^{-j2\pi R} + e^{+j2\pi R}) \text{sinc}(R)$ och
 $P(R, \pi/2) = 6\text{sinc}(R)$.

d) $\theta = 0$:

$$\begin{aligned} \text{HL} &= F(R \cos 0, R \sin 0) = F(R, 0) = \\ &3 (e^{-j2\pi R} + e^{+j2\pi R}) \text{sinc}(R) \cdot \text{sinc}(0) = 3 (e^{-j2\pi R} + e^{+j2\pi R}) \text{sinc}(R) \\ \text{VL} &= P(R, 0) = 3 (e^{-j2\pi R} + e^{+j2\pi R}) \text{sinc}(R) \end{aligned}$$

Det gäller alltså att HL=VL, dvs $F(R \cos 0, R \sin 0) = P(R, 0)$, V.S.V.

$\theta = \pi/2$:

$$\begin{aligned} \text{HL} &= F(R \cos \pi/2, R \sin \pi/2) = F(0, R) = 3 (e^0 + e^0) \text{sinc}(0) \cdot \text{sinc}(R) = \\ &6\text{sinc}(R) \\ \text{VL} &= P(R, \pi/2) = 6\text{sinc}(R) \end{aligned}$$

Det gäller alltså att HL=VL, dvs $F(R \cos \pi/2, R \sin \pi/2) = P(R, \pi/2)$, V.S.V.

DEL 3: Gamma-kamera, SPECT och PET

Uppgift 7 (2p)

$$Z = 10 + 30 + 40 + 5 = 85,$$

$$X_{pos} = X/Z = (1 \cdot 10 + 0 \cdot 30 + 2 \cdot 40 + 1 \cdot 5)/85 = 95/85 \approx 1.1176,$$

$$Y_{pos} = Y/Z = (\sqrt{3} \cdot 10 + 0 \cdot 30 + 0 \cdot 40 - \sqrt{3} \cdot 5)/85 = 5\sqrt{3}/85 \approx 0.1019$$

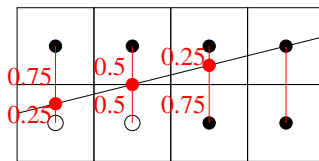
Svar: Gammafotonens position $(X_{pos}, Y_{pos}) = (1.1176 \text{ mm}, 0.1019 \text{ mm})$.

Uppgift 8 (2p)

Näm 2 av nedanstående störningar:

- Attenuering. (Fotoner attenueras i patientens kropp på väg mot detektorn.)
- Scatter. (Man klarar inte att sortera bort allt scatter med kollimatoren.)
- Kon-formigt upptag. (SPECT-detektorn har egentligen ett konformigt upptag, dvs inte rörformigt.)

Uppgift 9 (2p)



Se figur. Den sneda strålens längd är $\sqrt{1^2 + 4^2} = \sqrt{17}$, vilket ska jämföras med motsvarande horisontella strålens längd som är 4.

Linjär interpolering ger:

$$(1 - 0.75) \cdot 4 + (1 - 0.25) \cdot 1 = 1.75,$$

$$(1 - 0.5) \cdot 4 + (1 - 0.5) \cdot 1 = 2.5,$$

$$(1 - 0.75) \cdot 4 + (1 - 0.25) \cdot 4 = 4,$$

$$(1 - 0) \cdot 4 + (1 - 1) \cdot 4 = 4.$$

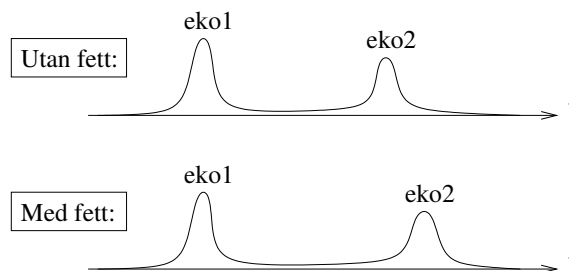
Summering och kompensation för sned stråle ger:

$$(1.75 + 2.5 + 4 + 4) \cdot \sqrt{17}/4 \approx 12.63.$$

DEL 4: Ultraljud

Uppgift 10 (2p)

Transducern fungerar först som sändare och skickar iväg en ultraljudspuls vid tiden 0. Pulsen reflekteras först i leverns övre gräns, därefter fortsätter den dämpad in i levern varefter den reflekteras i leverns undre gräns. De reflekterade pulserna detekteras sedan av transducern som ställts om till mottagare. Tiden t kan direkt översättas till sträckan s genom formeln $s = v_0 \cdot t/2$, där division med 2 behövs eftersom ultraljudspulsen både går fram och tillbaka.



Se figur. Överst visas den mottagna signalen om fettområdet saknas och underst visas den mottagna signalen med fettområdet som finns i uppgiften. Notera att pulsen som reflekteras i leverns undre gräns får en tidsförskjutning. Orsaken är att den har passerat fettområdet 2 gånger och hastigheten i fett v_f är lägre än hastigheten i mjuk vävnad v_0 . Tidsförskjutningen ger sedan direkt upphov till förskjutningen av sträckan.

Uppgift 11 (5p)

- a) En ultraljuds-puls har en dominerande frekvens, **RF-frekvensen**. Den skickas ut av en transducer som fungerar som **sändare**. Pulsen reflekteras på olika djup i människokroppen.
- b) Därefter ställer transducern om till **mottagare** och tar emot de reflekterade ekona från olika djup. Den mottagna signalen kallas **RF-signal** eller RF-data.
- c) Punkt a) och b) beskriver hur en **skann-stråle** skapas. Proceduren upprepas, man skickar ut många ultraljudspulser i en solfjädersform, så man erhåller många skann-strålar i en **solfjädersform**.
- d) Skann-strålarnas **envelopp** ger information om gränssytor mellan vävnaderna inne i kroppen. För varje skann-ståle görs en avancerad enveloppsdetektion med hjälp av ett **kvadraturfilter**.
- e) Efter enveloppsdetektionen är RF-frekvensen borta och den höga samplingstabiliteten vi hade från början behövs inte längre. Då kan vi göra en **nedsampling** utan att förlora i signal/bild-kvalitet.
- e) Skann-strålarna ligger arrangerade i en rektangulär bild eller matris. Rektangeln kan **omsamplas** till en solfjädersform, som motsvarar den verkliga geometrin i människokroppen. (Kom ihåg att skann-strålarna skickades in i kroppen i solfjädersform, se c)).

DEL 5: Viktiga mätvärden och dess beräkning

Uppgift 12 (4p)

- Medelvärde = standardavvikelse² för Poissonbrus. För Gaussiskt brus finns inget sådant beroende.
- Poissonbrus dominerar för röntgenbilder.
- Poissonbrus dominerar för gammakamerabilder.
- I grunden gäller modellen med Poissonbrus för röntgenstrålar, men logaritmeringen och rekonstruktionen påverkar bruset. I den rekonstruerade bilden blir bruset större i mitten av objektet.

DEL 6: MRI

Uppgift 13 (2p)

Larmorfrekvensen varierar i z-led enligt

$$f_z = \frac{\gamma}{2\pi} \cdot (B_0 + G_z \cdot z),$$

vilket ger

$$z = \frac{\frac{2\pi}{\gamma} f_z - B_0}{G_z}.$$

Där frekvensen på RF-pulsen överensstämmer med Larmorfrekvensen, kommer spinnen att öka sin precessionsvinkel. Detta sker för

$$z = \frac{\frac{64}{42.58} - 1.5}{0.001} = 3.0531 \text{ cm}.$$

(Tjockleken på z-skivan beror på magnituden på G_z samt bandbredden på RF-pulsen.)

För övriga z-positioner kommer spinnen fortsätta att vara orienterade i B_0 -fältets riktning och de kommer inte att öka sin precessionsvinkel.

Uppgift 14 (3p)

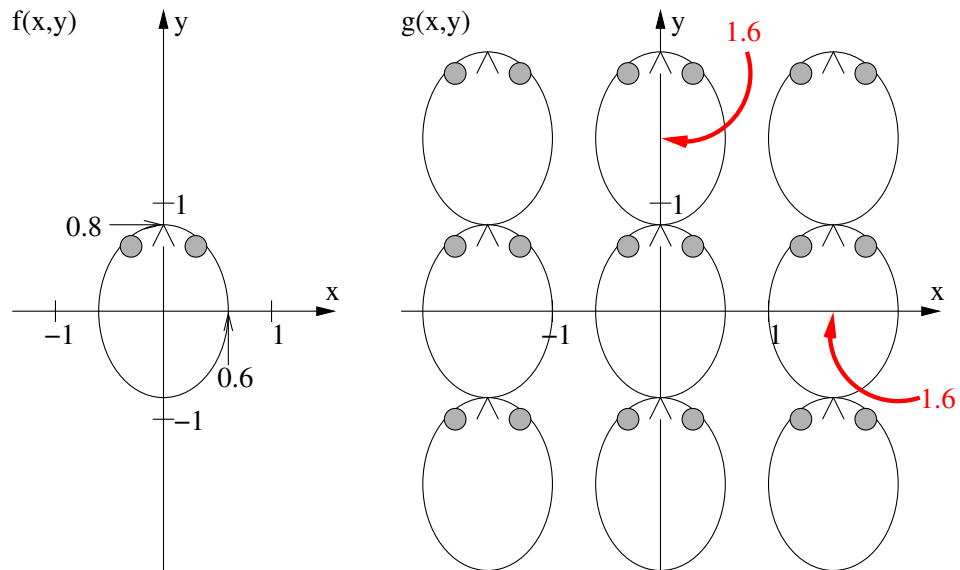
T1: ett mått på den tid det tar för spinnen att återgå till z-riktningen (originalriktningen).

T2: ett mått på den tid det tar för spinnen att komma ur fas i x-y planet.

Enhet: tid, t ex sekund.

Uppgift 15 (4p)

- a) Då vi samplar k-rummet $F(u, v)$ med sampelavståndet $\Delta = 5/8$ i båda riktningarna, sker en upprepning på $n \cdot 8/5$, där n är ett heltal, i båda riktningarna i bild-rummet, se figur nedan.



- b) Figuren ger att för $1/\Delta_u > 6/5$ och $1/\Delta_v > 8/5$ undviker man vinkningsdistorstion. Detta ger att för $\Delta_u < 5/6$ och $\Delta_v < 5/8$ undviker man vinkningsdistorstion.
- c) Eftersom det stora huvudet är längre i y -led är samplingsavståndet mest kritiskt i v -led. För $1/\Delta > 2$ undviker man vinkningsdistorstion. Följdaktigen måste samplingsavståndet i k -rummet $\Delta < 0.5$ för att man ska undvika vinkningsdistorstion.

Uppgift 16 (1p)

Man mäter fMRI på hjärnan.