

Försättsblad till skriftlig tentamen vid Linköpings Universitet

| | |
|---|---|
| Datum för tentamen | 2013-11-01 |
| Sal | TER4 |
| Tid | 8-12 |
| Kurskod | TSBB31 |
| Provkod | TEN1 |
| Kursnamn/ Benämning | Medicinska Bilder |
| Institution | ISY |
| Antal uppgifter som ingår i tentamen | 19 |
| Antal sidor på tentamen (inkl. försättsblad) | 11 dubbelsidiga sidor => 6 papper |
| Jour/Kursansvarig | Maria Magnusson, Maria.Magnusson@liu.se |
| Telefon under skrivtid | 177786, 281336 073-804 38 67 |
| Besöker salen ca kl. | 9.00 och 10.50 |
| Kursadministratör | Carina Lindström, 284423 Carina.E.Lindstrom@liu.se |
| Tillåtna hjälpmedel | <ul style="list-style-type: none">• Miniräknare• Blank OH-film• Medskickad formelsamling• Physics Handbook <p><i>Endast markeringar (under- och överstrykningar) är tillåtna. Även små sidflikar (med något enstaka tecken på) är tillåtna.</i></p> <ul style="list-style-type: none">• Transformteori sammanfattning formler & lexikon (blå färg)• Lexikon, engelskt-svenskt |

Anvisningar

Tentamen består av 6 delar om totalt 50p:

- Del 1: Grundläggande 2D signalbehandling (14p)
- Del 2: Röntgen och CT (10p)
- Del 3: Gamma-kamera, SPECT och PET (10p)
- Del 4: Viktiga begrepp/mätvärden (4p)
- Del 5: Ultraljud (4p)
- Del 6: MRI (8p)

Notera att Del 1-6 har mycket gemensamt. Ibland kan en fråga passa in på flera ställen.

Tentamen innehåller frågor av olika typ:

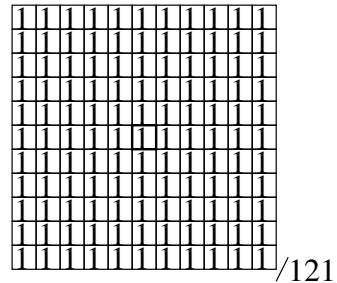
- Kortare frågor som innebär att kunna beskriva begrepp, fenomen. Svaren skrivs direkt under frågan i tentamen.
- Längre fråga som innebär att kunna visa lite djupare förståelse, t ex redogörelser och räkneuppgifter. Svaren behöver ofta ges på lösa blad som bifogas tentamen.

Betygsgränser:

- 3:a 21-30p
- 4:a 31-40p
- 3:a 41-50p

DEL 1: Grundläggande 2D signalbehandling

Uppgift 1 (2p) Se bilden av Foppa och en faltningskärna nedan.



- Beskriv vad som händer med bilden om den faltas med faltningskärnan.
- Vad som händer om normaliseringsfaktorn är 61 istället för 121?

Uppgift 2 (2p) Detta är en fortsättning på föregående uppgift.

I kursen har vi talat om två typer av faltning, linjär faltning och cirkulär faltning. Beskriv hur kanten runt bilden ser ut efter **linjär** respektive **cirkulär** faltning.

Uppgift 3 (2p) Detta är en fortsättning på föregående uppgifter.

Cirkulär faltning kan alternativt beräknas genom att gå över till DFT-domänen. Beskriv hur resultatet av cirkulär faltning mellan Foppa och faltningskärnan kan erhållas med hjälp av bl a DFT.

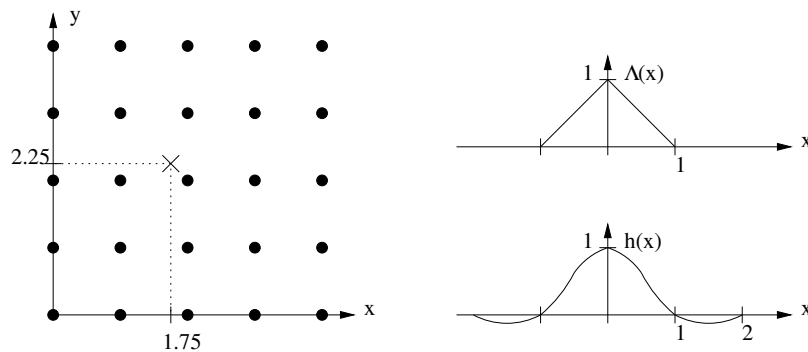
Uppgift 4 (5p) Nedan visas en variant av Laplace-filtret. (Mittpunkten på filtret är utmärkt med **fet stil**.)

| | | |
|---|-----------|---|
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | -4 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |

- Beräkna filtrets DFT. (1p)
- Beräkna filtrets kontinuerliga fouriertransform.
Ledning: Detta går bra om man tänker sig att det sitter en dirac-impuls $\delta()$ på varje sampelpunkt. Sätt för enkelhetens skull sampelavståndet till 1. (1p)
- Med hjälp av resultaten från a) och b) skriv upp ett uttryck hur $F_{DFT}[k, l]$ förhåller sig till $F(u, v)$ i diskreta punkter (k, l) . (0.5p)
- Vad är Fouriertransformen $L(u, v)$ av den ideala laplace-funktionen $l(x, y) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ och finns det någon likhet mellan $L(u, v)$ och $F(u, v)$? (1p)
- Skissa ungefärligt hur $|F(u, 0)|$ och $|F(0, v)|$ ser ut i intervallen $-0.5 \leq u \leq 0.5$ och $-0.5 \leq v \leq 0.5$. Är detta ett högpass- eller lågpasfilter? Motivera ditt svar genom att hänvisa till figuren! Varför behöver man inte skissa filtren utanför ovan nämnda intervall? (1.5p)

LÖS UPPGIFTEN PÅ SEPARAT BLAD

Uppgift 5 (3p) Se figuren nedan som visar sampelpunkternas position i en bild $f(x, y)$. Antag att $f(1, 2) = 1$, $f(1, 3) = 2$, $f(2, 2) = 3$, $f(2, 3) = 4$ och att alla övriga funktionsvärden är 0.



- Interpolera fram värdet $f(1.75, 2.25)$. Använd närmsta granne interpolation. (1p)
- Interpolera fram värdet $f(1.75, 2.25)$. Använd bilinjär interpolation, dvs använd interpolationskärnan $\Lambda(x) \cdot \Lambda(y)$. (1p)
- Använd bicubisk interpolation, dvs interpolationskärnan $h(x) \cdot h(y)$ där

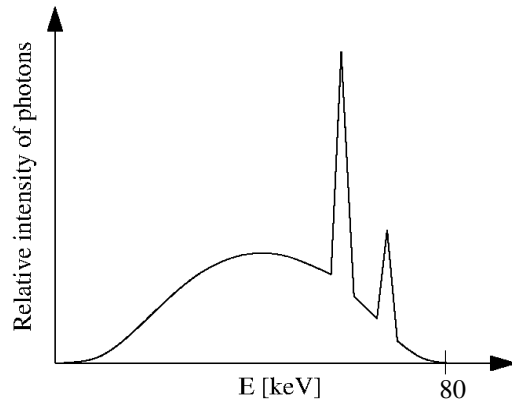
$$h(x) = \begin{cases} (a+2)|x|^3 - (a+3)x^2 + 1, & |x| \leq 1, \\ a|x|^3 - 5ax^2 + 8a|x| - 4a, & 1 \leq |x| \leq 2, \\ 0, & \text{elsewhere,} \end{cases}$$

för att interpolera fram värdet $f(1.75, 2.25)$. Sätt $a = -0.5$. (1p)

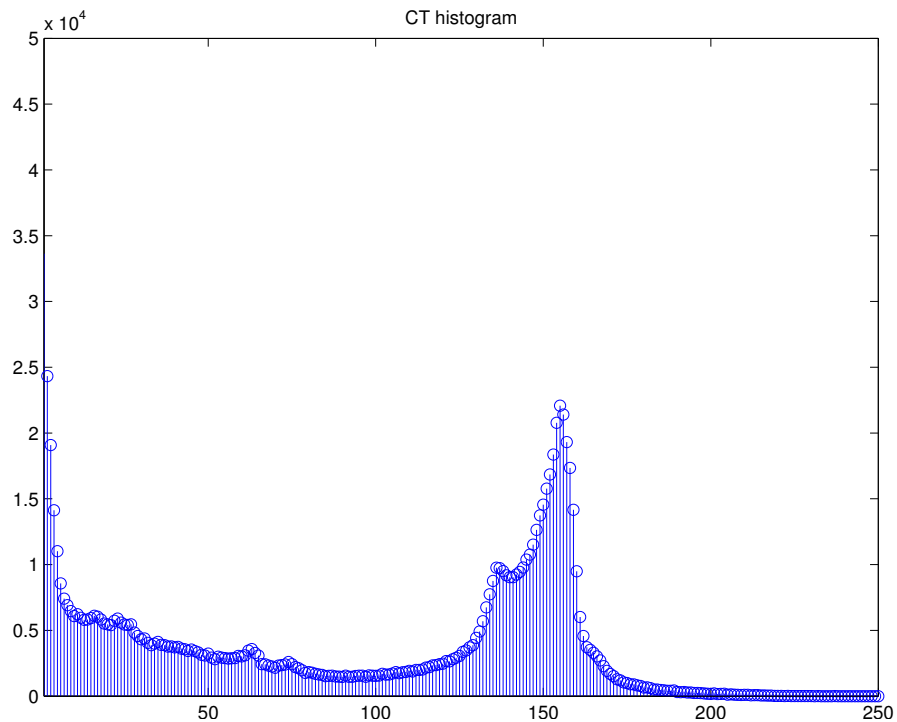
LÖS UPPGIFTEN PÅ SEPARAT BLAD

DEL 2: Röntgen och CT

Uppgift 6 (2p) Ett 80kV röntgenrör ger nedanstående spektrum. Hur förändras formen på spektrum när röntgenstålarna har passerat ett objekt, t ex en människokropp? Och vad kallas fenomenet? Skissa gärna i figuren!



Uppgift 7 (2p) I SPECT-labben beräknade vi histogrammet av CT-volymen, se figur nedan. Markera i historammmet var ben, luft, lungvävnad och mjukdelar hamnar. Markera också ett bra ställe för tröskelsättning då man vill ha en volym där luft och lungor har ett värde och ben och mjukdelar har ett annat värde.

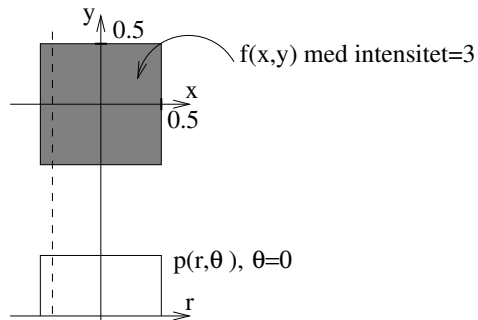


Uppgift 8 (2p) Vad är rebinning? Inkludera tre av de fyra orden *interpolation*, *ramp-filter*, *sinogram*, *fan-beam* i ditt svar.

Uppgift 9 (4p) Betrakta den rektangulära boxen given av

$$f(x, y) = \begin{cases} 3, & |x| \leq 0.5, |y| \leq 0.5, \\ 0, & \text{annars,} \end{cases}$$

och illustrerad i figuren nedan.



- Bestäm 2D fouriertransformen $F(u, v)$ av $f(x, y)$.
- Beräkna projektionerna $p(r, \theta)$ för $\theta = 0$ och $\theta = \pi/4$.
Ledning: Fallet $\theta = 0$ är illustrerat i figuren. En grafisk lösning är enklast.
- Beräkna 1D fouriertransformerna $P(R, 0)$ och $P(R, \pi/4)$ för $p(r, 0)$ och $p(r, \pi/4)$.
- Visa att projektionsteoremet

$$P(R, \theta) = F(R \cos \theta, R \sin \theta) = F(u, v)$$

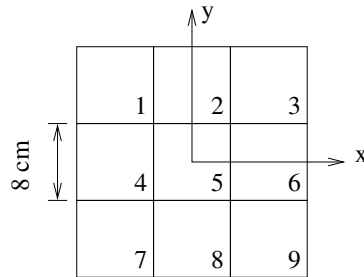
gäller för både $\theta = 0$ och $\theta = \pi/4$.

LÖS UPPGIFTEN PÅ SEPARAT BLAD

DEL 3: Gamma-kamera, SPECT och PET

Uppgift 10 (2p) När en gammafoton avger sin energi i scintillator-kristallen emitterar denna ljusfotoner som registreras av fotomultiplikatorer.

Betrakta nedanstående mycket förenklade gammakamera med 9 st numrerade fotomultiplikatorer i ett kartesiskt mönster. Antag att de registrerade intensiteterna är: $a_1 = 0$, $a_2 = 5$, $a_3 = 2$, $a_4 = 0$, $a_5 = 10$, $a_6 = 5$, $a_7 = 0$, $a_8 = 0$, $a_9 = 0$.



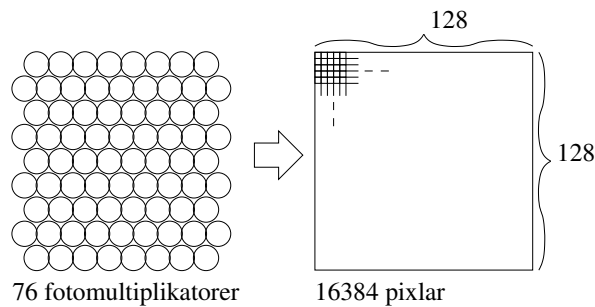
Följande ekvationer behövs

$$Z = \sum_{k=1}^K a_k, \quad X = \sum_{k=1}^K x_k a_k, \quad Y = \sum_{k=1}^K y_k a_k.$$

Bestäm gammafotonens position (x_{pos}, y_{pos}) i cm!

LÖS UPPGIFTEN PÅ SEPARAT BLAD

Uppgift 11 (1p) Gammakameror innehåller fotomultiplikatorer som ofta är ordnade i ett hexagonalt mönster. 76 fotomultiplikatorer som i figuren är realistiskt. En gammakamerabild kan dock mycket väl ha upplösningen $128 \times 128 = 16384$ pixlar. Förklara hur detta kan vara meningsfullt och ta hjälp av föregående uppgift.



Uppgift 12 (3p) Redogör för den innersta principen för SPECT och PET och red ut skillnaden mellan dem. Följande nyckelord ska ingå och förklaras i din beskrivning: a) 511 keV, b) tidsfönster, c) radioaktivt material, d) positron, e) kollimator f) elektron, g) foton.

Uppgift 13 (3p) Red ut det här med röntgenbilder, CT-bilder, gammakamera-bilder och SPECT-bilder.

Vilka är projektionsbilder och vilka är rekonstruerade bilder?
Vad visar de? Ge en beskrivning eller en enhet.

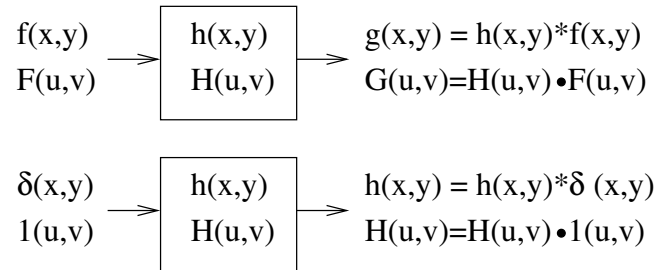
Uppgift 14 (1p) För SPECT gäller att iterativ rekonstruktion med ML-EM algoritmen (eller hellre OS-EM) ger bättre bildkvalitet än filtrerad återprojektion. Det gäller att

$$f_i^{k+1} = \frac{f_i^k}{\sum_{j=1}^m A_{ji}} \sum_{j=1}^m A_{ji} \frac{p_j}{\sum_{j=1}^m A_{ji} \cdot f_i^k},$$

där f_i är en pixel i bilden, A_{ji} är en stor $m \times n$ -matris, som bestämmer vilka pixlar f_i , som korresponderar mot ett visst uppmätt projektionsvärde p_j . Vad är $\sum_{j=1}^m A_{ji} \cdot f_i^k$?

DEL 4: Viktiga begrepp/mätvärden

Uppgift 15 (2p)

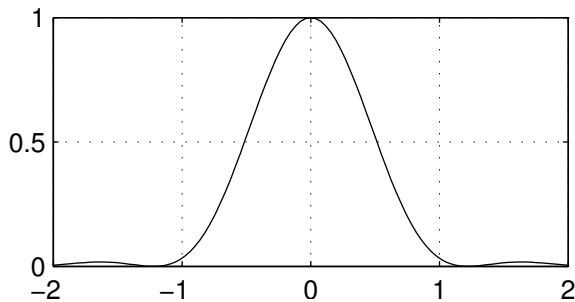


Figuren ovan visar ett 2D linjärt system med insignaler och utsignaler i spatial- och fourierdomän. (Som ni vet är ett 2D linjärt system en förenklad modell av verkligheten, t ex en CT-scanner eller ett mikroskop. Ett 1D linjärt system kan vara en elektisk krets.)

MTF:en (Modulation Transfer Function) är nästan givet av en av funktionerna som står i figuren, men en liten modifikation behöver göras. Vilken är dess formel? Vilken information ger oss MTF:en?

Uppgift 16 (2p) Punktspridningsfunktionen är given av en av funktionerna som står i figuren i föregående uppgift. Vilken är den? Figuren nedan visar punktspridningsfunktionen för ett mikroskop. (Den är egentligen tvådimensionell, radiellt symmetrisk.)

Markera mätvärdet FWHM (Full Width Half Maximum) i figuren. FWHM är ett bra mått på upplösningen. Varför? Gör gärna en liten skiss för att förklara.



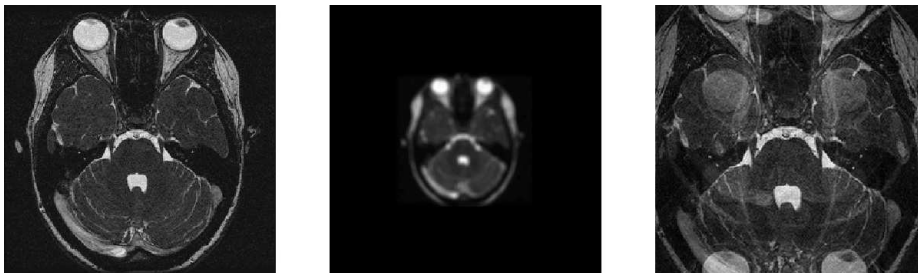
DEL 5: Ultraljud

Uppgift 17 (4p) Kalle vill demodulera en ultraljuds-signal som han har tagit emot. Han känner till bärfrekvensen för den cosinusvåg som signalen modulerats med före sändning.

- Kalle försöker först multiplicera den mottagna signalen med en cosinus. Ge en förklaring till varför Kalle inte kan räkna med att få den bästa möjliga envelopp-detektionen om han börjar på detta sätt. (1p)
- Om Kalle multiplicerar sin mottagna signal med en komplex exponentialfunktion så har han bättre chans att få fram en bra envelopp. Förklara varför det är en bättre angreppssätt jämfört med det i a). (1p)
- Nu har Kalle äntligen lyckats få till en hyfsad envelopp-detektion. Förklara hur man med hjälp av fouriertransform kan räkna ut hur många gånger hans signal kan nedsamplas utan att information går förlorad eller signalen förvanskas. (2p)

DEL 6: MRI

Uppgift 18 (2p) Linnea håller på att skapa några fina MR-bilder men hon har lite problem och behöver din hjälp. Hon försöker få fram bilden längst till vänster.

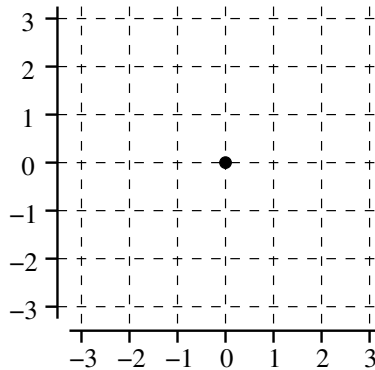


- Vad är det för fel på mittenbilden och hur ska samplingen ändras?
- Vad är det för fel med den högra bilden och hur ska Linnea ändra samplingen?

Uppgift 19 (6p) I en MR-undersökning exciteras ett 2D snitt, och en avsökning av k-rummet görs med följande sekvens av gradienter (g_x, g_y) . Avsökningen startar i origo.

$$G = \begin{pmatrix} g_x^T \\ g_y^T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1 & \dots \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

a) Rita in koordinaterna för avsökningen av k-rummet i figuren nedan. (2p)



b) Låt $\mathbf{f}^T = (f_0, f_1, f_2, \dots, f_{24})$ beteckna de komplexvärda sampel som samlas in med hjälp av gradienterna i a)-uppgiften. Vi vill nu använda invers FFT av storlek 7×7 för att rekonstruera bilden och därför måste hela k-rummet bestämmas. Detta är faktiskt möjligt med hjälp av informationen i \mathbf{f}^T ! Se figuren nedan. Ange korrekta värden i varje punkt i k-rummet. Notera att det första värdet f_0 redan är ifyllt. Eftersom vi vet att k-rummet är hermitiskt räcker det att fylla i den övre delen av k-rummet. (4p)

