

# Försättsblad till skriftlig tentamen vid Linköpings Universitet

<b>Datum för tentamen</b>	2014-01-10
<b>Sal</b>	TER2
<b>Tid</b>	14-18
<b>Kurskod</b>	TSBB31
<b>Provkod</b>	TEN1
<b>Kursnamn/ Benämning</b>	Medicinska Bilder
<b>Institution</b>	ISY
<b>Antal uppgifter som ingår i tentamen</b>	23
<b>Antal sidor på tentamen (inkl. försättsblad)</b>	11 dubbelsidiga sidor => 6 papper
<b>Jour/Kursansvarig</b>	Maria Magnusson, Maria.Magnusson@liu.se
<b>Telefon under skrivtid</b>	177786, 281336 073-804 38 67
<b>Besöker salen ca kl.</b>	15.00 och 16.50
<b>Kursadministratör</b>	Carina Lindström, 284423 Carina.E.Lindstrom@liu.se
<b>Tillåtna hjälpmedel</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Miniräknare</li><li>• Blank OH-film</li><li>• Medskickad formelsamling</li><li>• Physics Handbook</li></ul> <p><i>Endast markeringar (under- och överstrykningar) är tillåtna. Även små sidflikar (med något enstaka tecken på) är tillåtna.</i></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Transformteori sammanfattning formler &amp; lexikon (blå färg)</li><li>• Lexikon, engelskt-svenskt</li></ul>

# Anvisningar

Tentamen består av 6 delar om totalt 50p:

- Del 1: Grundläggande 2D signalbehandling (14p)
- Del 2: Röntgen och CT (11p)
- Del 3: Gamma-kamera, SPECT och PET (11p)
- Del 4: Viktiga mätvärden och dess beräkning (4p)
- Del 5: Ultraljud (4p)
- Del 6: MRI (6p)

Notera att Del 1-6 har mycket gemensamt. Ibland kan en fråga passa in på flera ställen.

Tentamen innehåller frågor av olika typ:

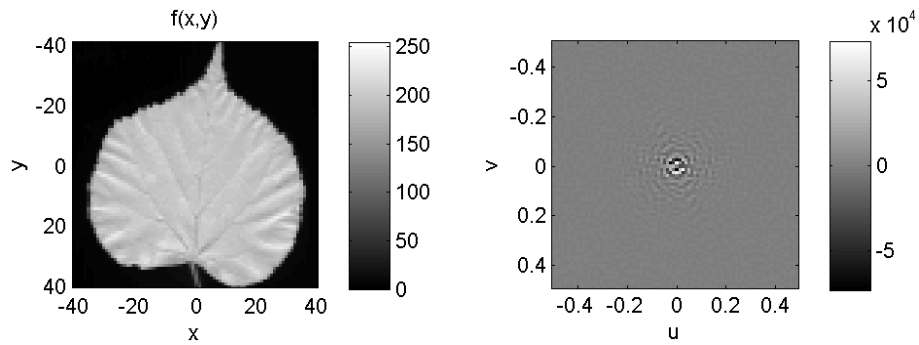
- Kortare frågor som innebär att kunna beskriva begrepp, fenomen. Svaren skrivs direkt under frågan i tentamen.
- Längre fråga som innebär att kunna visa lite djupare förståelse, t ex redogörelser och räkneuppgifter. Svaren behöver ofta ges på lösa blad som bifogas tentamen.

Betygsgränser:

- 3:a 21-30p
- 4:a 31-40p
- 3:a 41-50p

## DEL 1: Grundläggande 2D signalbehandling

**Uppgift 1** (2p) Se bilden av lövet  $f(x, y)$  nedan till vänster.



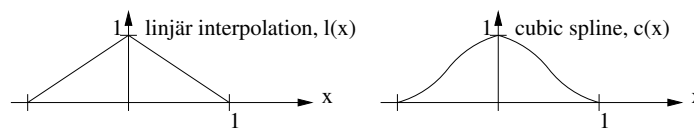
Bilden till höger visar antingen  $|F(u, v)|$ ,  $\arg[F(u, v)]$ ,  $\text{Re}[F(u, v)]$  eller  $\text{Im}[F(u, v)]$ . Vilken? Motivera ditt svar.

**Uppgift 2** (2p) Vid interpolationsuppgifterna nedan ska vi använda oss av två olika interpolationsfunktioner, linjär interpolation  $l(x)$  och cubic spline interpolation  $c(x)$ , där

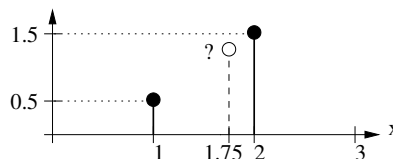
$$l(x) = \begin{cases} 1 - |x|, & \text{för } -1 \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{för övrigt,} \end{cases}$$

$$c(x) = \begin{cases} 2|x|^3 - 3|x|^2 + 1, & \text{för } -1 \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{för övrigt.} \end{cases}$$

De olika funktionerna är också illustrerade nedan.



Nedan syns en liten 1D figur med två kända sampelvärden och ett okänt, märkt med ?, som ska interpoleras fram, dels med linjär interpolation och dels med cubic spline interpolation.



LÖS UPPGIFTEN PÅ SEPARAT BLAD

AID nummer: \_\_\_\_\_

**Uppgift 3** (3p) Den negativa Laplace-operatorn definieras

$$-\Delta = -\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} = -\frac{\partial}{\partial x} * \frac{\partial}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial y} * \frac{\partial}{\partial y}$$

och filtret  $D_x$  är ett approximativt derivata-filter i x-led.

$$D_x = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \approx \frac{\partial}{\partial x}.$$

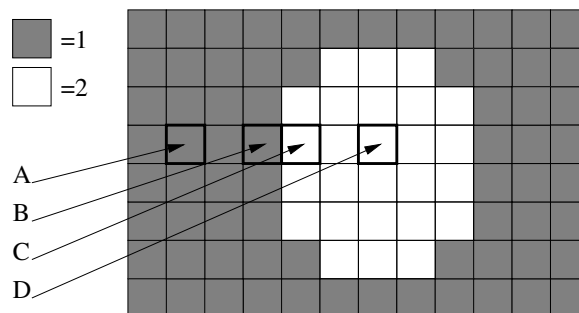
Konstruera ett approximativt negativt Laplace-filter från  $D_x$  and det korresponderande filtret  $D_y$  för derivering i y-led.

**Uppgift 4** (3p) Du ska nu applicera ditt Laplace-filter från förra uppgiften på bilden nedan till vänster. (Om du inte klarade förra uppgiften kan du använda detta filter

istället:

-1	-1	-1
-1	8	-1
-1	-1	-1

Räkna ut värdena i pixlarna markerade A, B, C och D. Är detta filter ett hög-pass (HP) eller låg-pass (LP) filter? Motivera ditt svar genom att hänvisa till värdena i A, B, C och D.



AID nummer:

---

**Uppgift 5** (2p) Beräkna den kontinuerliga fouriertransformen  $F(u, v)$  av  $f(x, y)$  nedan. Notera att  $f(x, y)$  är *separabel*.

$$f(x, y) = \begin{cases} 30, & \text{om } -20 < x < 20, -10 < y < 10, \\ 0, & \text{annars.} \end{cases}$$

LÖS UPPGIFTEN PÅ SEPARAT BLAD

**Uppgift 6** (2p) Beräkna den kontinuerliga fouriertransformen  $F(u, v)$  av  $f(x, y)$  nedan. Notera att  $f(x, y)$  är *icke-separabel*.

$$f(x, y) = e^{-7|x-y|}$$

LÖS UPPGIFTEN PÅ SEPARAT BLAD

## DEL 2: Röntgen och CT

**Uppgift 7** (2p) I CT talar man om 2 olika fenomenen, *beam hardening* och *scattering*, som kan ge upphov till liknande artefakter i de rekonstruerade bilderna, dvs skuggor, oönskade intensitetsförändringar och "streaks".

- Vad är den bakomliggande fysikaliska orsaken till *beam hardening*?
- Vad är den bakomliggande fysikaliska orsaken till *scattering*?

**Uppgift 8** (1p) En annan artefact som kan uppkomma i dåligt kalibrerade CT-scannern är kallas *ringartefakter*, dvs (delar av) runda ringar i de rekonstruerade bilderna. Vad är orsaken till dessa ringar?

**Uppgift 9** (4p)

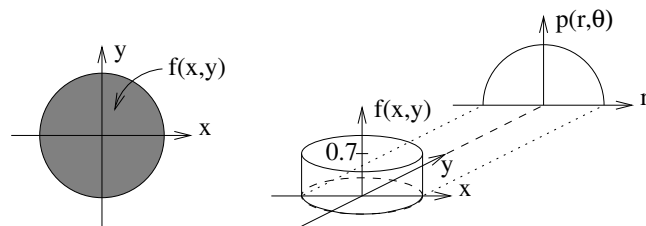
a) Betrakta funktionen  $f(x, y)$  som ges av

$$f(x, y) = \begin{cases} 0.7, & x^2 + y^2 \leq 1, \\ 0, & \text{otherwise,} \end{cases}$$

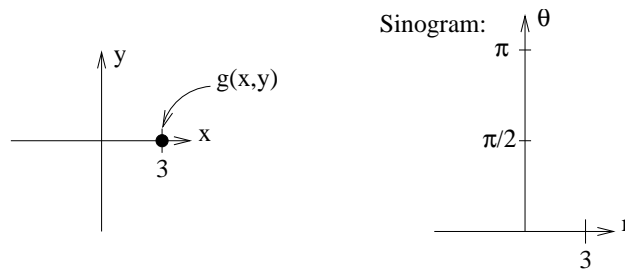
och är illustrerad dels som bild och dels som 3D skiss nedan. Beräkna först projektionen för  $\theta = 0$ ,

$$p(r, 0) = p(x, 0) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dy.$$

Beräkna därefter fullständiga projektionsdata  $p(r, \theta)$ , dvs sinogrammet.



b) Betrakta funktionen  $g(x, y)$  som är illustrerad som bild nedan. Rita dess sinogram som en bild i  $(r, \theta)$ -planet till höger.



LÖS UPPGIFTEN PÅ SEPARAT BLAD

**Uppgift 10** (2p) Betrakta en modern CT-scanner med helix-formad käll-bana. WFBP (weighted filtered backprojection) är då möjlig att använda som rekonstruktionsmethod. Den använder *semi-parallel rebinning* som ett första steg. Beskriv hur projektionsgeometrin förändras genom denna operation.

**Uppgift 11** (2p) Antag CT projektionsdata  $p(r, \theta)$  av storleken  $[128, 200]$ , dvs 128 detektorelement och 200 projektionsvinklar. Vilken är den minsta möjliga storleken på rampfiltret  $h(r)$  om vi vill ha bästa möjliga rekonstruktion?

## DEL 3: Gamma-kamera, SPECT och PET

**Uppgift 12** (1p) Inom nuklearmedicinen “distribueras en radionuklid” till patienten. Hur kan man göra detta? Vi har nämnt 3 olika sätt i kursen. Nämn minst 2 av dessa.

**Uppgift 13** (2p) När en gammafoton avger sin energi i scintillator-kristallen emitterar denna ljusfotoner som registreras av fotomultiplikatorer. Antalet fotomultiplikatorer kan t ex vara 76st och dessa avger signalerna  $a_k$ ,  $k = 1, 2, \dots, 76$ . Antag att mätvärdet

$$Z = \sum_{k=1}^{76} a_k$$

normalt blir ca 180. Vad har troligen hänt om värdet bara är 90 och vad bör man göra då?

**Uppgift 14** (2p) På SPECT-laboration använde vi bilder från en CT-SPECT. Utgående från SPECT-bilderna kunde man se stor skillnad på lungor från friska och patienter med sjukdomen KOL. Men vad hade vi för nytta av CT-bilderna?

**Uppgift 15** (2p) Iterativ rekonstruktion med ML-EM algoritmen (eller hellre OS-EM) ger bättre bildkvalitet än filtrerad återprojektion. Det gäller att

$$f_i^{k+1} = \frac{f_i^k}{\sum_{j=1}^m A_{ji}} \sum_{j=1}^m A_{ji} \frac{p_j}{\sum_{j=1}^m A_{ji} \cdot f_i^k},$$

där  $f_i$  är en pixel i bilden,  $A_{ji}$  är en stor  $m \times n$ -matris, som bestämmer vilka pixlar  $f_i$ , som korresponderar mot ett visst uppmätt projektionsvärde  $p_j$ .

ML-EM algoritmen har numera nästan helt ersatt filtrerad återprojektion för SPECT. En orsak är att tre olika typer av störningar kan inkluderas i (och kompenseras för i) ML-EM algoritmen. Nämn minst två av dessa störningar. OBS: Svaret Poissonbrus efterfrågas inte här.

**Uppgift 16** (2p) OS-EM är en variant av ML-EM som ger uppsnabbning. Vad betyder OS och vad är huvudtanken med metoden?

**Uppgift 17** (2p) PET har högre sensitivitet än SPECT. Varför då? Svara också på varför det är bra med hög sensitivitet.



## DEL 4: Viktiga mätvärden och dess beräkning

**Uppgift 18** (2p) Enligt matematisk statistik ges medelvärdet  $m$  och standardavvikelsen  $s$  av ett stickprov av

$$m = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N f_n, \quad s = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^N (f_n - m)^2}.$$

Visa att  $s$  ovan kan skrivas om till

$$s = \sqrt{\frac{N}{N-1} \left( \left[ \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N f_n^2 \right] - m^2 \right)}.$$

*Ledning:* Börja så här.

$$s^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^N (f_n - m)^2 = \{\text{utveckla kvadraten...}\} = \dots$$

**Uppgift 19** (1p) Inom bildbehandlingen/bildanalysen kan vi använda formlerna i förra uppgiften för beräkning av medelvärde och standardavvikelse i lokala omgivningar av bilden (eller bildvolymen).

Nedan visas MATLAB-kod för beräkning av medelvärdet  $m$  i  $9 \times 9 \times 9$ -omgivningar av volymen SPECTvol.

```
kernel = ones(9,9,9);  
kernelsize = 729;  
SPECTm = convn(SPECTvol, kernel, 'same') / kernelsize;
```

Skriv nu MATLAB-kod för beräkning av standardavvikelsen  $s$  i  $9 \times 9 \times 9$ -omgivningar av volymen SPECTvol.

**Uppgift 20** (1p) Vilket samband gäller mellan väntevärde  $\mu$  och varians  $\sigma^2$  för "photon noise" (benämns också "quantum noise" eller "Poisson noise")?



## DEL 6: MRI

**Uppgift 22** (2p) Avgör om följande påståenden är sanna eller falska. Tre rätt ger 1p, 4 rätt ger 2p.

	<b>True</b>	<b>False</b>
1. Larmorfrekvensen bestämmer hur långt ut i k-space det är meningsfullt att sampla.	_____	_____
2. Om vi ökar field of view (FOV) så måste vi samtidigt öka antalet sampel i k-space för att bibehålla samma detaljätergivning i den nya bilden.	_____	_____
3. Storleken på $G_z$ och RF-signalens frekvens bestämmer hur tunn xy-slice vi kan exitera.	_____	_____
4. Spatiell vikning uppkommer om man samplar för glesst i k-space.	_____	_____

**Uppgift 23** (4p)

a) Nedan finns två fundamentala steg inom MRI uppräknade. Beskriv för vart och ett av stegen vad som händer med väteatomernas spinnvektorer inuti objektet. (2p)

- Objektet placeras i ett stationärt magnetfält,  $B_0 = 3$  Tesla.
- En stark elektromagnetisk puls med frekvensen 127.7 MHz träffar objektet.

b) Beskriv med utgångspunkt från svaret i a) vad som händer om vi initialt adderar en gradient,  $G_z$ , i samma riktning som det stationära magnetfältet. (2p)