



# Försättsblad till skriftlig tentamen vid Linköpings Universitet



Datum för tentamen	2014-10-30
Sal (2)	<u>R41</u> U15
Tid	14-18
Kurskod	TSBB31
Provkod	TEN1
Kursnamn/benämning Provnamn/benämning	Medicinska bilder Skriftlig tentamen
Institution	ISY
Antal uppgifter som ingår i tentamen	21
Jour/Kursansvarig Ange vem som besöker salen	Maria Magnusson, Maria.Magnusson@liu.se
Telefon under skrivtiden	177786, 281336 073-804 38 67
Besöker salen ca klockan	15.00 och 16.50
Kursadministratör/kontaktperson (namn + tfnr + mailaddress)	Carina Lindström, 284423 Carina.E.Lindstrom@liu.se
Tillåtna hjälpmedel	<ul style="list-style-type: none"><li>• Miniräknare</li><li>• Blank OH-film</li><li>• Medskickad formelsamling</li><li>• Physics Handbook</li></ul> <p><i>Endast markeringar (under- och överstrykningar) är tillåtna</i></p> <p><i>Även små sidflikar (med något enstaka tecken på) är tillåtna.</i></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Transformteori sammanfattning formler &amp; lexikon (blå färg)</li><li>• Lexikon, engelskt-svenskt</li></ul>
Övrigt	Observera den medskickade formelsamlingen!
Antal exemplar i påsen	17

# Anvisningar

Tentamen består av 6 delar om totalt 50p:

- Del 1: Grundläggande 2D signalbehandling (13p)
- Del 2: Röntgen och CT (11p)
- Del 3: Gamma-kamera, SPECT och PET (10p)
- Del 4: Viktiga mätvärden och dess beräkning (4p)
- Del 5: Ultraljud (6p)
- Del 6: MRI (6p)

Notera att del 1-6 har mycket gemensamt. Ibland kan en fråga passa in på flera ställen.

Tentamen innehåller frågor av olika typ:

- Kortare frågor som innebär att kunna beskriva begrepp, fenomen. Svaren skrivs direkt under frågan i tentamen.
- Längre fråga som innebär att kunna visa lite djupare förståelse, t ex redogörelser och räkneuppgifter. Svaren behöver ofta ges på lösa blad som bifogas tentamen.

Betygsgränser:

- 3:a 21-30p
- 4:a 31-40p
- 3:a 41-50p

## DEL 1: Grundläggande 2D signalbehandling

**Uppgift 1** (2p) En reell signal  $f(x, y)$  har en hermitisk fouriertransform  $F(u, v)$ .

- Vilket samband gäller då mellan  $F(u, v)$  och  $F(-u, -v)$ ?
- Vad gäller för  $\text{Re}[F(u, v)]$  och  $\text{Im}[F(u, v)]$  i termer om jämn och udda?

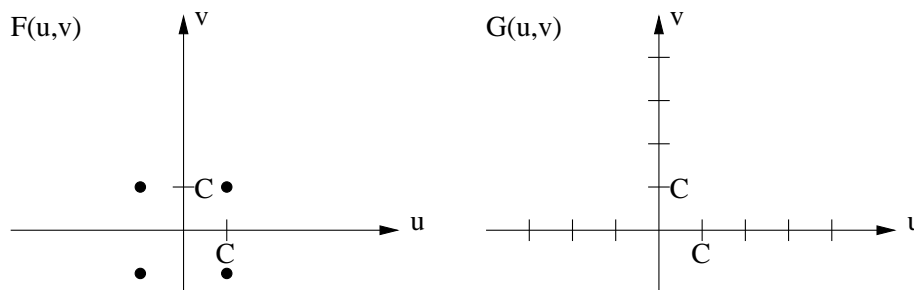
**Uppgift 2** (4p) Funktionen

$$f(x, y) = 2 \sin(2\pi \cdot 10x) \cdot 2 \sin(2\pi \cdot 10y),$$

har en 2D fouriertransform

$$F(u, v) = A\delta(u + C, v + C) + A\delta(u - C, v - C) + B\delta(u + C, v - C) + B\delta(u - C, v + C),$$

som visas som 4 små svarta punkter i figuren nedan till vänster. (Tänk att punkterna är dirac-pulser som pekar "upp från" eller "ner i" pappret.



Funktionen  $f(x, y)$  samplas med ett 2D impuls-tåg till

$$g(x, y) = f(x, y) \cdot \sum_n \delta(x - n/(3C)) \cdot \sum_m \delta(y - m/(3C)),$$

dvs samplingsavståndet är  $\Delta = 1/(3C)$  i båda riktningarna.

- Skissa  $G(u, v)$  i  $(u, v)$ -planet ovan till höger! (1p)
- Bestäm en regel för  $\Delta$  uttryckt som en funktion av  $C$  om vi vill undvika vikningdistorsion. (1p)
- Bestäm  $F(u, v)$ , dvs värdena på  $A$ ,  $B$  och  $C$ . (2p)

LÖS UPPGIFTEN PÅ SEPARAT BLAD

**Uppgift 3** (4p) Se nedanstående faltningskärnor,  $sobel_x$  och  $sobel_y$ , där nollan med fet stil (**0**) noterar kärnans centrum.

$$sobel_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & \mathbf{0} & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} / 8, \quad sobel_y = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & \mathbf{0} & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} / 8,$$

Bilden  $f(x, y)$  nedan består av en liten kvadrat med 8:or. De tomma rutorna har värde 0. Värden utanför bilden har också värde 0.

		8	8	8	8		
		8	8	8	8		
		8	8	8	8		
		8	8	8	8		

$f(x,y)$


$g_x(x,y)$


$g_y(x,y)$


$f_2(x,y)$

- Falta bilden  $f(x, y)$  dels med  $sobel_x$  och dels  $sobel_y$  till  $g_x(x, y)$  och  $g_y(x, y)$ .
- Beräkna också  $f_2(x, y) = \sqrt{g_x^2(x, y) + g_y^2(x, y)}$ .
- Bilderna  $g_x(x, y)$ ,  $g_y(x, y)$ ,  $f_2(x, y)$  visar 3 olika matematiska operationer utförda på bilden  $f(x, y)$ . Vilka?

**Uppgift 4** (3p) På lab 2 hade vi en bild med texten “The MATH WORKS Inc.” som vi kallade **im**.

Denna roterade vi  $\pi/5$  till **rotim**.

Denna tillbakaroterade vi  $-\pi/5$  till **backrotim**.

Vi testade olika interpolationsfilter, närmsta granne, bilinjär interpolation och bicubisk interpolation.

För att kontrollera bildkvaliteten beräknade vi:

```
SpatError = sum(sum((backrotim-im).*(backrotim-im)))
```

Vi beräknade även fouriertransformerna av bilderna och kallade dessa IM och BACKROTIM.

Vi beräknade även ett felmått i fourierdomänen:

```
N = size(im)
```

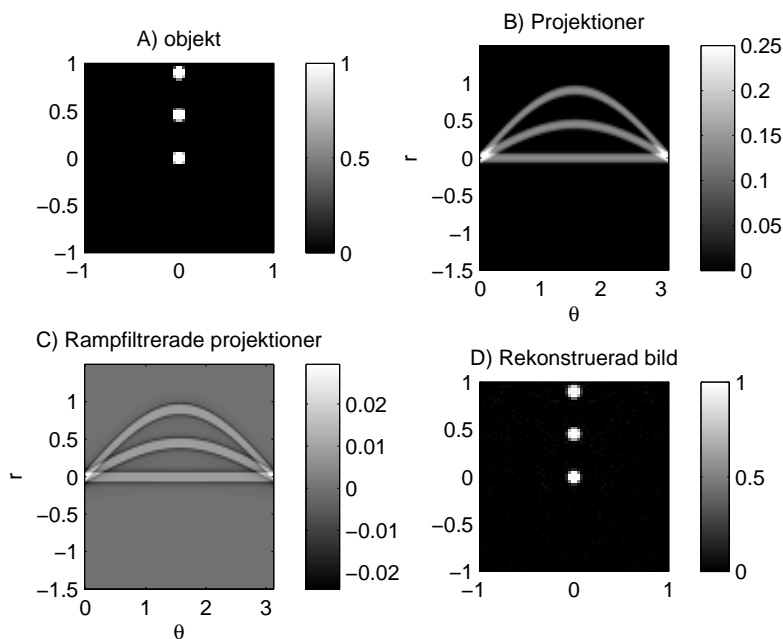
```
FouError=sum(sum((BACKROTIM-IM).*conj(BACKROTIM-IM)))/(N(1)*N(2))
```

- Vilket samband gäller mellan `SpatError` och `FouError` och vad heter teoremet som vi behöver stödja oss på?
- Vilka spatiella frekvenser får lägst fel - de höga eller de låga? Motivera ditt svar!
- Vilken interpolationsmetod ger lägst fel - närmsta granne, bilinjär interpolation eller bicubisk interpolation?

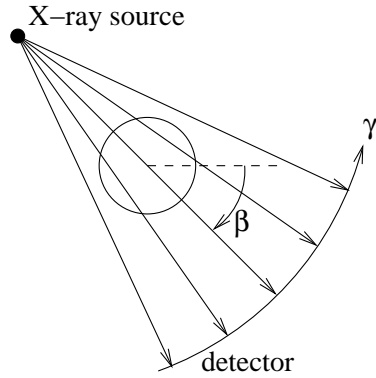
## DEL 2: Röntgen och CT

**Uppgift 5** (2p) Figur A) visar ett objekt med 3 punkter, B) visar dess parallella projektioner, C) visar ramp-filtrerade projektioner, och D) visar den rekonstruerade bilden efter filtrerad återprojektion.

- Kalla punkterna P1, P2, P3 där P1 är den översta, P2 mittemellan och P3 underst i bildens origo. Vad korresponderar dessa tre punkter mot i projektionsbilderna B) och C)?
- Anta att vi tar bort ramp-filtret. Vad kommer då att hända med rekonstruktionsresultatet i D)?



**Uppgift 6** (2p) Figuren visar geometrin för fanbeam-projektioner. Vid rekonstruktion sker viktning, rampfiltrering, samt återprojektion. Indikera i figuren hur denna återprojektion sker.



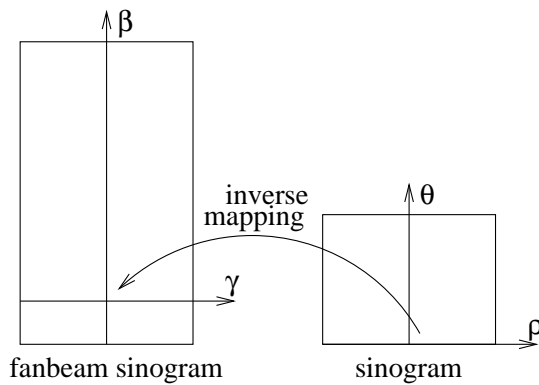
**Uppgift 7** (2p) Figuren visar ett fanbeam-sinogram  $f(\gamma, \beta)$  som kan rebinnas till ett parallell-sinogram  $p(\rho, \theta)$ . De ekvationer som beskriver sambandet mellan dessa är

$$\begin{aligned}\theta &= \beta + \gamma, \\ \rho &= D \sin \gamma,\end{aligned}$$

där avståndet röntgenkälla-objektcentrum är  $D = 600\text{mm}$ . Fanbeam-sinogrammet är samplat med sampelavstånden  $\Delta_\gamma = 0.002\text{rad}$  och  $\Delta_\beta = 0.01\text{rad}$ . Antag att

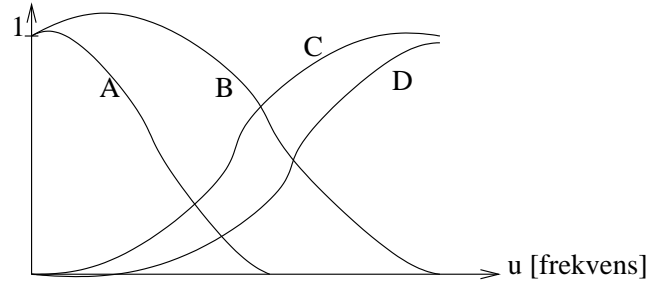
$$\begin{aligned}f(0.167, 0.61) &= 2, \\ f(0.167 + \Delta_\gamma, 0.61) &= 3, \\ f(0.167, 0.61 + \Delta_\beta) &= 4, \\ f(0.167 + \Delta_\gamma, 0.61 + \Delta_\beta) &= 5.\end{aligned}$$

Vilket värde erhåller  $p(\rho, \theta) = p(100, \pi/4)$  vid rebinningen? Använd närmsta granne interpolation!



LÖS UPPGIFTEN PÅ SEPARAT BLAD

**Uppgift 8** (2p) På en datortomograf kan man välja bland många olika "kernels", med olika MTF-funktioner. Figuren visar 4 olika kurvor A, B, C, D, som skulle kunna visa sådana MTF:er.



- Antag att vi vill studera fina detaljer i en ryggekota. Antag också att bilden inte blir speciellt brusig med någon av kurvorna. Vilken MTF-kurva väljer du? Motivera ditt svar!
- Antag att vi vill studera levern och annan mjukvävnad, Bilden blir ganska brusig för flera av kurvorna (eftersom dosen var låg). Vilken MTF-kurva väljer du? Motivera ditt svar!

**Uppgift 9** (3p) Betrakta funktionen

$$f(x, y) = e^{-\pi((3x)^2 + (3y)^2)}.$$

Det gäller att projektionerna  $p(r, \theta)$  är lika för alla vinklar  $\theta$ , dvs

$$p(r, \theta) = \frac{1}{3} e^{-\pi(3r)^2}.$$

- Bestäm 2D fouriertransformen  $F(u, v)$  av  $f(x, y)$ .
- Bestäm 1D fouriertransformerna  $P(R, 0)$  och  $P(R, \pi/4)$  för  $p(r, 0)$  och  $p(r, \pi/4)$ . (De är lika.)
- Visa att projektionsteoremet

$$P(R, \theta) = F(R \cos \theta, R \sin \theta) = F(u, v)$$

gäller för både  $\theta = 0$  och  $\theta = \pi/4$ .

LÖS UPPGIFTEN PÅ SEPARAT BLAD

## DEL 3: Gamma-kamera, SPECT och PET

**Uppgift 10** (2p) Vad är det för skillnad/likhet mellan en gamma-kamera och en SPECT-kamera? Svara kort - ta bara upp det absolut väsentligaste!

**Uppgift 11** (2p) På SPECT-laborationen krympte vi bort ett voxel-lager på lungorna för att undvika kanteffekter. Ni ska nu krympa bort ett pixellager på bilden  $a(x, y)$ , se nedan till vänster. De tomma rutorna har värde 0. Värden utanför bilden har också värde 0. Använd struktur-elementet (filtret),

$$s(x, y) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \mathbf{1} & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix},$$

där ettan med fet stil (**1**) noterar kärnans centrum.

- Utför faltning  $b(x, y) = a(x, y) * s(x, y)$ ;
- Utför tröskelsättning med MATLAB-kommandot `c = b==9`; och visa resultatet i figuren markerad med  $c(x, y)$ .

	1	1	1			
	1	1	1			
	1	1	1			
	1	1	1	1	1	
	1	1	1	1	1	
	1	1	1	1	1	

a(x,y)


b(x,y)


c(x,y)

**Uppgift 12** (2p) På SPECT-laboration använde vi bilder från en CT-SPECT. Utgående från SPECT-bilderna kunde man se stor skillnad på *funktionen* hos lungor från friska och patienter med sjukdomen KOL, medan CT-bilderna gav information om patientens *anatom*. Men CT-data är även användbart vid skapandet av SPECT-bilder. På vilket sätt?



**Uppgift 13** (2p) Varför måste man använda kollimatorer/blysepta i SPECT? Och varför kan man avsevärt reducera kollimatorer/blysepta i PET jämfört med SPECT?

**Uppgift 14** (2p) Iterativ rekonstruktion av SPECT-bilder görs ofta med OS-EM som är en variant av ML-EM.

- Vad är orsaken till att man hellre använder OS-EM än ML-EM?
- Förklara huvudtanken med "Ordered Subsets" (OS).

## DEL 4: Viktiga mätvärden och dess beräkning

**Uppgift 15** (4p) Tänk dig en  $100 \times 100$ -bild med en  $50 \times 50$ -kvadrat med värdet 49. Kvadraten är omgiven av nollor. Bilden kan skapas med nedanstående MATLAB-kod:

```
im = zeros(100,100);  
im(25:74,25:74) = 49;
```

Vi kan skapa approximativt Poisson-brus på bilden med koden:

```
pnoiseim = im + sqrt(im).*randn(100,100);  
pnoiseim = myPoissonFix(pnoiseim);
```

där funktionen `randn` är ett matlabkommando som ger normalfördelat brus med medelvärde 0 och standardavvikelse 1. Däremot måste man skriva koden i funktionen `MyPoissonFix` själv.

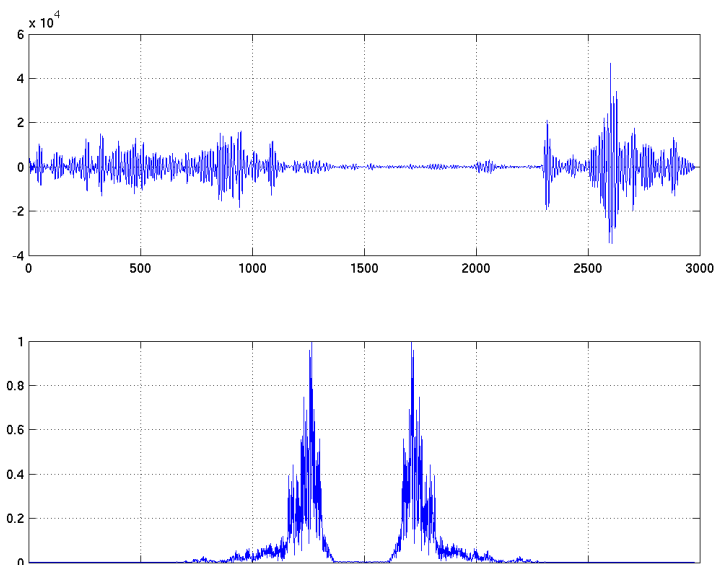
- a) Vad görs i funktionen `MyPoissonFix`?
- b) Antag att du vill lägga på gaussiskt brus med medelvärde 0 och standardavvikelse 10 på bilden `im` istället för poisson-bruset. Ge matlab-kommando för detta (1 rad).
- c) Ge ett exempel på där poissonbrus förekommer i verkligheten.
- d) Ge ett exempel på där gaussiskt brus förekommer i verkligheten.

LÖS UPPGIFTEN PÅ SEPARAT BLAD

## DEL 5: Ultraljud

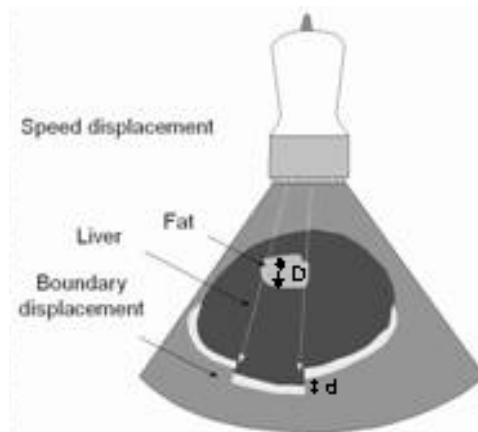
**Uppgift 16** (2p) Förklara kortfattat hur Time Gain Compensation(TGC) fungerar. Vad skulle bli effekten om vi inte använde TGC?

**Uppgift 17** (2p) En skannstråle  $s(t)$  från en RF-signal samplas i 3000 punkter med en samplingsfrekvens  $f_s = 24\text{MHz}$ . Spektrum för skannstrålen beräknas på samma sätt som i labben. Uppskatta RF-pulsens frekvens,  $f_0$ , samt ange en lämplig centerfrekvens,  $u_0$ , för ett kvadraturfilter som ska användas för envelopp-detektion. Kvadraturfiltret är av samma typ som vi använde på labben.



Figur: Skannstråle  $s(t)$  och motsvarande spektrum för en ultraljudssignal.

**Uppgift 18** (2p) Ljudhastigheten i fett är något lägre än för annan mjuk vävnad. Detta innebär att vi kan få en förskjutning i ultraljuds bilden för de områden som skuggas av fettrik vävnad. I bilden ser vi att ett exempel på detta där en fettansamling med tjockleken  $D$  i levern ger upphov till en förskjutning med avståndet  $d$  i den underliggande gränssytan. Beräkna hur stor  $d$  blir om vi vet att tjockleken på fettansamlingen är  $D = 15\text{mm}$ . Räkna med att ljudhastigheten i fett är  $v_f = 1450\text{ m/s}$ . I övrig mjuk vävnad är ljudhastigheten  $v_0 = 1500\text{ m/s}$ .



Fett-artefakt pga ljudhastigheten är något lägre i fettvävnad.

LÖS UPPGIFTEN PÅ SEPARAT BLAD

## DEL 6: MRI

**Uppgift 19** (2p) Avgör om följande påståenden är sanna eller falska. Tre rätt ger 1p, alla rätt ger 2p.

- Om vi ökar field of view (FOV) behöver inte antalet sampel i k-space ökas om vi accepterar en sämre detaljåtergivning i den nya bilden.
- Nyquistfrekvensen är lika med 2 x den högsta Larmorfrekvensen.
- Storleken på gradienten i z-led ( $G_z$ ) och RF-signalens bandbredd bestämmer hur tunn xy-slice vi kan exitera.
- Spatiell vikning uppkommer om man samplar för långt ut i k-space.

AID nummer: \_\_\_\_\_

**Uppgift 20** (2p) Inom MR anger T2 en egenskap hos hos olika vävnader.

- a) Vilken enhet har T2 och inom vilket intervall brukar T2 ligga för mänsklig vävnad vid  $B_0=1.5$  Tesla? (1p)
- b) Vilken egenskap hos spinnen i en voxel är den fysikaliska orsaken till den effekt som T2 mäter? (1p)

**Uppgift 21** (2p) Vad menas med anisotrop diffusion?