



# Försättsblad till skriftlig tentamen vid Linköpings universitet



Datum för tentamen	2015-10-29
Sal (1)	<u>G34</u>
Tid	14-18
Kurskod	TSBB31
Provkod	TEN1
Kursnamn/benämning Provnamn/benämning	Medicinska bilder Skriftlig tentamen
Institution	ISY
Antal uppgifter som ingår i tentamen	20
Jour/Kursansvarig Ange vem som besöker salen	Maria Magnusson, Maria.Magnusson@liu.se
Telefon under skrivtiden	177786, 281336, 073-804 38 67
Besöker salen ca klockan	15.00 och 16.50
Kursadministratör/kontaktperson (namn + tfnr + mailadress)	Carina Lindström, 284423 Carina.E.Lindstrom@liu.se
Tillåtna hjälpmedel	1) Miniräknare 2) Blank OH-film 3) Medskickad formelsamling 4) Physics Handbook Endast markeringar (under- och överstrykningar) är tillåtna. Även små sidflikar (med något enstaka tecken på) är tillåtna. 5) Transformteori sammanfattning formler & lexikon (blå färg) 6) Lexikon, engelska-svenska, spanska-svenska
Övrigt	
Antal exemplar i påsen	

# Anvisningar

Tentamen består av 6 delar om totalt 50p:

- Del 1: Grundläggande 2D signalbehandling (16p)
- Del 2: Röntgen och CT (12p)
- Del 3: Gamma-kamera, SPECT och PET (8p)
- Del 4: Viktiga mätvärden och dess beräkning (2p)
- Del 5: Ultraljud (4p)
- Del 6: MRI (8p)

Notera att Del 1-6 har mycket gemensamt. Ibland kan en fråga passa in på flera ställen.

**Ibland går det bra att svara direkt i tentamen. Ibland får man svara på lösblad. Det går bra att svara på flera frågor på ett lösblad. Skriv dock bara på ena sidan.**

Betygsgränser:

- 3:a 21-30p
- 4:a 31-40p
- 3:a 41-50p

## DEL 1: Grundläggande 2D signalbehandling

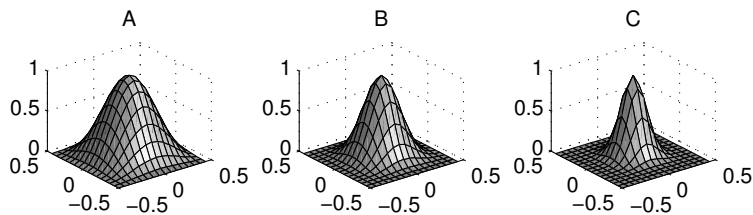
**Uppgift 1** (6p) Nedan visas ett separerat filter. (Mittpunkten på filtret är utmärkt med en tjockare ram.)

$$f = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} & \blacksquare & \blacksquare \\ \blacksquare & f_{22} & f_{23} & \blacksquare & \blacksquare \\ \blacksquare & \blacksquare & f_{33} & \blacksquare & \blacksquare \\ \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \\ \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ \hline 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \ast \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ \hline 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \ast \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \ast \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

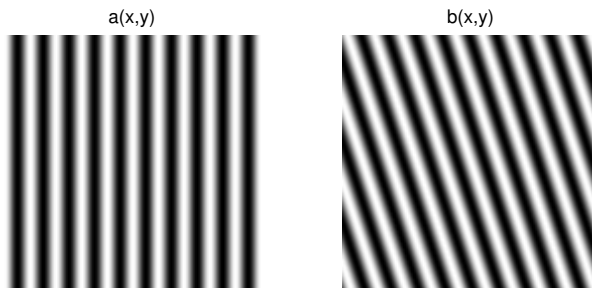
- Beräkna värdena  $f_{11}$ ,  $f_{12}$ ,  $f_{13}$ ,  $f_{22}$ ,  $f_{23}$ ,  $f_{33}$ . Filtret är symmetriskt så resten av värdena behövs inte ges.) (2p)
- Beräkna filtrets kontinuerliga Fouriertransform  $F(u, v)$ .  
*Ledning1:* Detta går bra om man tänker sig att det sitter en dirac-spik  $\delta(x - A, y - B) = \delta(x - A) \cdot \delta(y - B)$  på varje sampelpunkt. Sätt för enkelhets skull sampelavståndet till 1.  
*Ledning2:* Utnyttja det separerade varianten av filtret annars blir räknetestet otympligt! (2p)
- Ta nu ditt filter  $f$  i uppgift a) samt nedanstående filter  $e$  och  $g$  och para ihop dem med nedanstående fouriertransformer,  $A$ ,  $B$  och  $C$ . För att få poäng på uppgiften måste du motivera dina val. (2p)

$$e = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ \hline 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \ast \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$g = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ \hline 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \ast \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ \hline 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \ast \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \ast \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \ast \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ \hline 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \ast \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ \hline 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \ast \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \ast \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$



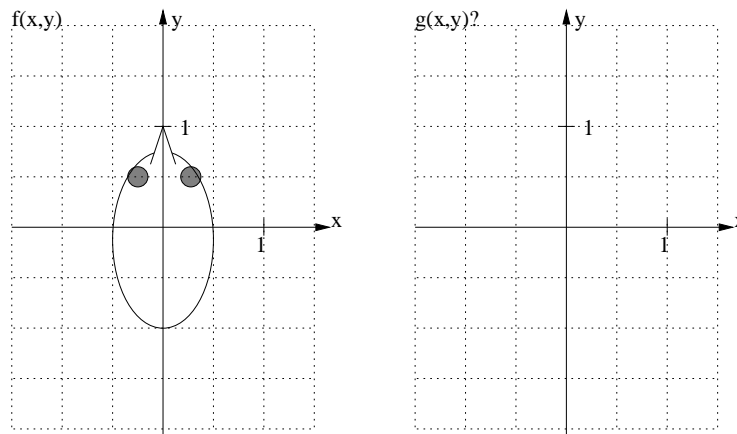
**Uppgift 2** (3p) Två bilder av cosinus-vågor visas nedan. Det gäller att  $a(x, y) = \cos(\sqrt{10} \cdot 2\pi x)$  och  $b(x, y) = \mathcal{R}_\alpha[a(x, y)]$ , där  $\alpha = \arctan(1/3)$ . Beräkna de båda funktionernas fouriertransformer  $A(u, v)$  och  $B(u, v)$ . Svaret ska uttryckas i dirac-pulser. En grafisk lösning rekommenderas för  $B(u, v)$ .



**Uppgift 3** (4p) Om en signal  $s(t)$  samplas med sampelvståndet  $\Delta$ , erhålls upprepningar i fourierdomänen på  $k/\Delta$ , där  $k$  är ett heltal. Detta kan generaliseras till 2D, dvs en bild.

Det omvända gäller också, om man samplar i fourierdomänen sker upprepningar i spatialdomänen. Speciell gäller detta för MRI, då man samplar i fourierdomänen (k-rummet).

- Antag att vi samplar  $F(u, v)$  med sampelvståndet  $\Delta = 1$  i både u- och v-riktningen. Kalla den samplade funktionen  $G(u, v)$ . Funktionen  $f(x, y) = \mathcal{F}^{-1}[F(u, v)]$  syns i figuren nedan till vänster. Skissa funktionen  $g(x, y) = \mathcal{F}^{-1}[G(u, v)]$  i figuren nedan till höger.
- Tala också om vilket sampelvstånd man ska använda i u- och v-led för att undvika vinkningsdistorsion i detta fall.

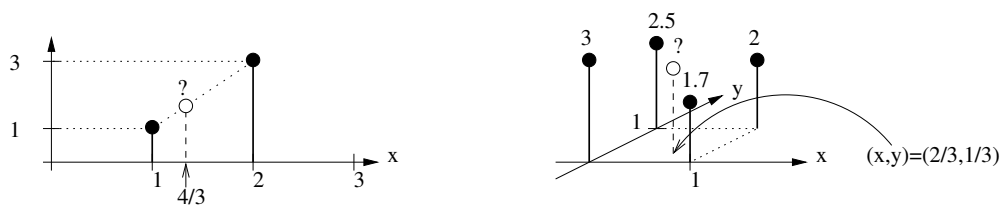


**Uppgift 4** (3p) Vid interpolationsuppgifterna nedan ska vi använda oss av två olika interpolationsmetoder, närmsta granne och linjär interpolation. Vid närmsta granne interpolation kan rektangel-funktionen  $\Pi(x)$  användas, och vid linjär interpolation kan triangel-funktionen  $\Lambda(x)$  användas,

$$\Pi(x) = \begin{cases} 1, & \text{för } -0.5 \leq x \leq 0.5, \\ 0, & \text{för övrigt,} \end{cases}$$

$$\Lambda(x) = \begin{cases} 1 - |x|, & \text{för } -1 \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{för övrigt.} \end{cases}$$

- Nedan till vänster syns två kända sampelvärden och ett okänt märkt med ?. Interpolera fram detta värde dels med närmsta granne interpolation och dels med linjär interpolation.
- Nedan till höger syns fyra kända sampelvärden och ett okänt märkt med ? och beläget på  $(x, y) = (2/3, 1/3)$ . Interpolera fram detta värde dels med närmsta granne interpolation och dels med bilinjär interpolation.



## DEL 2: Röntgen och CT

**Uppgift 5** (2p) Förklara hur nedanstående ekvation kommer till användning vid CT. I din text ska det framgå vad CT-scannern mäter, vad som behöver beräknas och vad som skickas till rekonstruktionsalgoritmen.

$$I = I_0 \exp\left(-\int_L \mu(x, y) dl\right)$$

**Uppgift 6** (2p) Antag att vi har ett sinogram av storleken  $[N_\phi, N_r]$ , dvs  $N_\phi$  projektiionsvinklar och  $N_r$  detektorelement. Antag att bildstorleken som erhålls efter rekonstruktion är  $N \times N$ , där  $N_r = N$ . Vidare är  $N_\phi = (\pi/2) \cdot N_r$ .

Vad händer med bildkvaliteten om vi ökar till  $N_\phi = \pi \cdot N_r$ ?

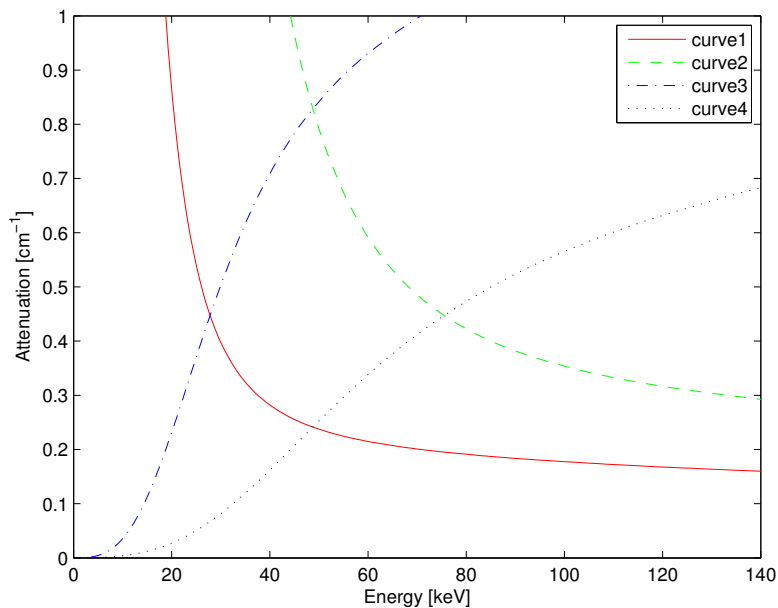
Vad händer med bildkvaliteten om vi minskar till  $N_\phi = (\pi/4) \cdot N_r$ ?

Välj mellan:

- mycket bättre
- marginellt bättre
- lite sämre, "streaks" börjar synas
- mycket sämre, "streaks" förstör bilden helt
- lite sämre, det blir lite suddigt
- mycket sämre, det blir mycket suddigt

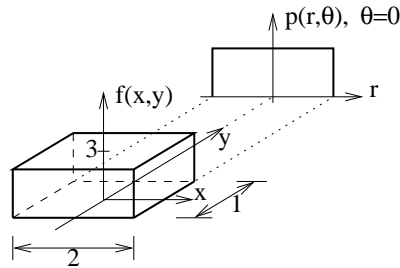
**Uppgift 7** (2p) Vad är Feldkamp-algoritmen? Specificera indata och utdata!

**Uppgift 8** (2p) Se nedanstående figur. En av kurvorna visar hur dämpningen (attenueringen) av röntgenstrålar i benvävnad beror av energin. En annan kurva visar samma sak fast för muskelvävnad. De övriga två kurvorna är fejk. Koppla ihop muskel- och benattenuering med rätt kurva. För att få poäng måste du också ge en kort motivering.



**Uppgift 9** (4p) Den rektangulära boxen är illustrerad i figuren nedan och ges av

$$f(x, y) = \begin{cases} 3, & |x| \leq 1, |y| \leq 0.5, \\ 0, & \text{annars,} \end{cases}$$



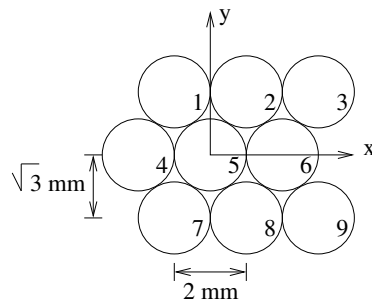
- Bestäm 2D fouriertransformen  $F(u, v)$  av  $f(x, y)$ .
- Bestäm projektionerna  $p(r, \theta)$  för  $\theta = 0$  och  $\theta = \pi/2$ .  
*Ledning:* Fallet  $\theta = 0$  är illustrerat i figuren.
- Beräkna 1D fouriertransformerna  $P(R, 0)$  och  $P(R, \pi/2)$  för  $p(r, 0)$  och  $p(r, \pi/2)$ .
- Visa att projektionsteoremet

$$P(R, \theta) = F(R \cos \theta, R \sin \theta) = F(u, v)$$

gäller för både  $\theta = 0$  och  $\theta = \pi/2$ .

## DEL 3: Gamma-kamera, SPECT och PET

**Uppgift 10** (2p) När en gammafoton avger sin energi i scintillator-kristallen emitterar denna ljusfotoner som registreras av fotomultiplikatorer. En gammakamera (Anger-kamera) kan t ex ha 61st fotomultiplikatorer arrangerade i ett hexagonalt mönster. Betrakta nedanstående utsnitt ur en gammakamera med 9 st numrerade fotomultiplikatorer. Antag att de registrerade intensiteterna är:  $a_1 = 0$ ,  $a_2 = 5$ ,  $a_3 = 0$ ,  $a_4 = 0$ ,  $a_5 = 40$ ,  $a_6 = 30$ ,  $a_7 = 0$ ,  $a_8 = 10$ ,  $a_9 = 0$ .



Följande ekvationer behövs

$$Z = \sum_{k=1}^K a_k, \quad X = \sum_{k=1}^K x_k a_k, \quad Y = \sum_{k=1}^K y_k a_k.$$

Bestäm gammafotonens position  $(X_{pos}, Y_{pos})$  i mm!

**Uppgift 11** (2p) På SPECT-laboration lågpass-filtrerade vi SPECT-volymen  $ventvol(x, y, z)$  eftersom den var väldigt brusig. Vi använde ett Butterworth-filter med ekvationen

$$BW(r) = \frac{1}{\sqrt{1 + (r/0.5)^6}}, \quad r = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2},$$

som implementerades med:

```
uaxis = [-N/2:N/2-1]/(N*Delta);  
[u,v,w] = meshgrid(uaxis,uaxis,uaxis);  
r = sqrt(u.^2+v.^2+w.^2);  
BUTFILT = 1./sqrt((1+(r/0.5)^6));
```

Skriv matlabkod som filtrerar SPECT-volymen med Butterworth-filtret. Kalla SPECT-volymen `ventvol`.

*Ledning:* 3D symmetrisk fouriertransform av `f` erhålls med kommandona:

```
F = fftshift(fftn(iffshift(f)));
```

**Uppgift 12** (2p) På SPECT-laboration använde vi bilder från en CT-SPECT. Utgående från SPECT-bilderna kunde man se stor skillnad på *funktionen* hos lungor från friska och patienter med sjukdomen KOL, medan CT-bilderna gav information om patientens *anatom*. Men CT-data är även användbart vid skapandet av SPECT-bilder. På vilket sätt?

**Uppgift 13** (2p) I SPECT använder man kollimatorer/blysepta. Deras funktion är delvis att stoppa spridd strålning (scatter). Men deras viktigaste funktion är en annan. Vilken?

## DEL 4: Viktiga mätvärden och dess beräkning

**Uppgift 14** (2p) Inom nukleärmedicinen mäter vi radioaktivt sönderfall. Det radioaktiva sönderfallet är Poisson-distibuerat. Då är den uppmätta signalens väntevärde  $\mu_N$  och varians  $\sigma_N^2$  lika. Beträkta  $SNR_a$  (Amplitud Signal-till-brusförhållandet),

$$SNR_a = \frac{\text{signalamplitud}}{\text{brusamplitud}}.$$

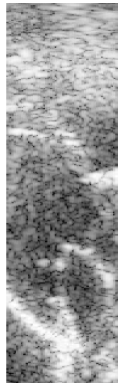
$SNR_a$  kan förenklas så att det bara beror av  $\mu_N$ . Gör detta! Tala sedan om hur  $SNR_a$  beror av hur mycket radioaktivt material vi sprutar in i patienten.

## DEL 5: Ultraljud

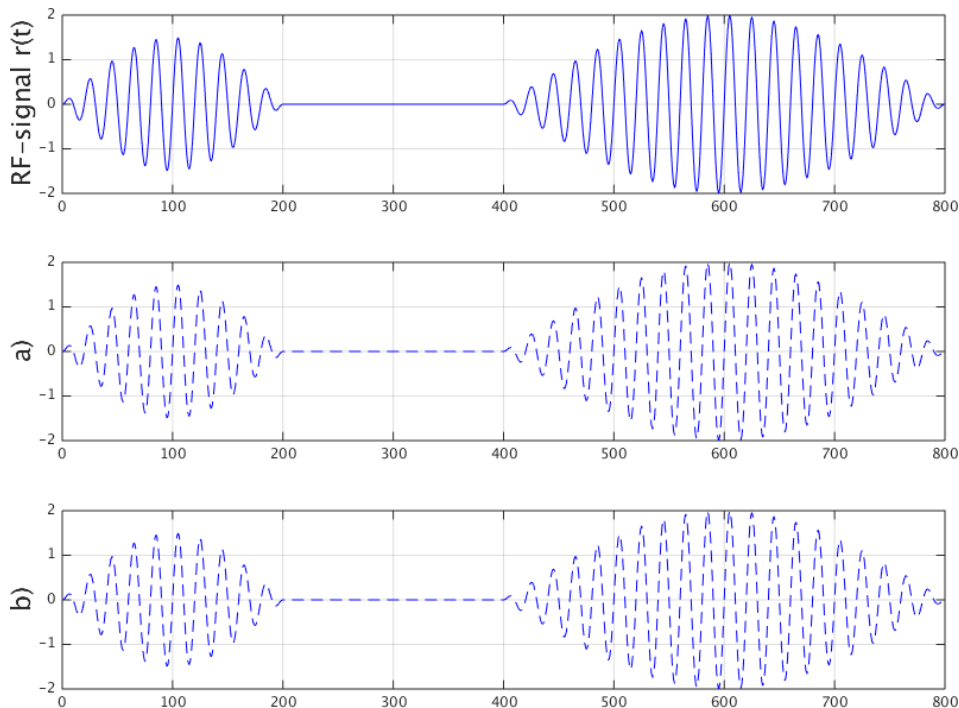
**Uppgift 15** (2p)

- Vilken frekvens bör ultraljudspulsen ha för att återge detaljer som är 1 mm? Räkna med att detaljer som är större än en halv våglängd kan uppfattas och att hastigheten på vågutbredningen är 1500 m/s.
- Resultatet ovan ger att om man ökar frekvensen så borde man kunna se mycket små detaljer, men det finns en begränsning med detta. Vilken då?

**Uppgift 16** (2p) För att skapa en Brightness-mode (B-mode) ultraljudsbild från RF-data, behövs följande steg: 1) Läs in RF-data, 2) Enveloppsdetektion, 3) Ned-sampling, 4) Histogramtransformation, 5) Skannkonvertering (omsampling). Efter steg 4) erhöLL vi i labben nedanstående resultat. Skissa nedan hur geometrin förändras efter steg 5) och förklara varför.



**Uppgift 17** (2p) Sist i ultraljudslaborationen gjorde vi en enklare form av enveloppsdetektering, utan kvadraturfilter. Se RF-signalen  $r(t)$  i översta figuren nedan. Skissa hur signalen ser ut efter absolutbeloppsberäkning i figur a) och därefter hur signalen ser ut efter lågpasfiltrering i figur b).



## DEL 6: MRI

**Uppgift 18** (2p) En magnetkamera kan bland annat skapa T1- och T2-viktade bilder. Förklara vad T1 och T2 betyder och hur de relaterar till relaxationen av spin-vektorer. Vilken av T1 och T2 hör ihop med repetitionstiden och vilken hör ihop med ekotiden?

**Uppgift 19** (2p) Ge två exempel på artefakter som kan uppstå i MR-bilder, och föreslå hur de kan undvikas eller korrigeras.

**Uppgift 20** (2p) Nämn en klinisk användning av fMRI.