

Försättsblad till skriftlig tentamen vid Linköpings universitet



Datum för tentamen	2017-10-19
Sal (2)	<u>TER1(17)</u> TERE(1)
Tid	8-12
Kurskod	TSBB31
Provkod	TEN1
Kursnamn/benämning Provnamn/benämning	Medicinska bilder Skriftlig tentamen
Institution	ISY
Antal uppgifter som ingår i tentamen	19
Jour/Kursansvarig Ange vem som besöker salen	Maria Magnusson, Maria.Magnusson@liu.se
Telefon under skrivtiden	281336, 073-804 38 67
Besöker salen ca klockan	9.00 och 10.50
Kursadministratör/kontaktperson (namn + tfnr + mailaddress)	Carina Lindström, 284423 Carina.E.Lindstrom@liu.se
Tillåtna hjälpmedel	1) Miniräknare 2) Blank OH-film 3) Medskickad formelsamling 4) Physics Handbook Endast markeringar (under- och över- strykningar) är tillåtna. Även små sidflikar (med något enstaka tecken på) är tillåtna. 5) Transformteori sammanfattning formler & lexikon (blå färg) 6) Lexikon, engelska-svenska
Övrigt	
Antal exemplar i påsen	

Anvisningar

Tentamen består av 7 delar om totalt 50p:

- Del 1: Grundläggande 2D signalbehandling (14p)
- Del 2: Röntgen och CT (10p)
- Del 3: Gamma-kamera, SPECT och PET (10p)
- Del 4: Viktiga mätvärden och dess beräkning (2p)
- Del 5: Ultraljud (4p)
- Del 6: MRI (8p)
- Del X: Cyklotron (2p)

Notera att de olika delarna har mycket gemensamt. Ibland kan en fråga passa in på flera ställen.

Ibland går det bra att svara direkt i tentamen. Ibland får man svara på lösblad. Det går bra att svara på flera frågor på ett lösblad. Skriv dock bara på ena sidan.

Betygsgränser:

- 3:a 21-30p
- 4:a 31-40p
- 3:a 41-50p

DEL 1: Grundläggande 2D signalbehandling

Uppgift 1 (4p)

- a) Beräkna den tvådimensionella fouriertransformen $F(u, v)$ av

$$f(x, y) = \begin{cases} 30, & \text{om } -20 < x < 20, -10 < y < 10 \\ 0, & \text{annars} \end{cases}$$

$$= 30 \cdot \Pi(x/40, y/20),$$

genom att använda teorem i formelsamlingen. (1p)

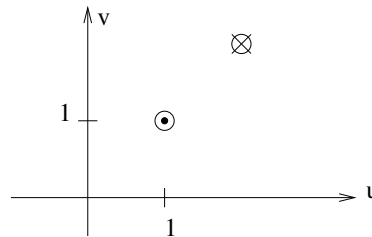
- b) Bestäm den tvådimensionella fouriertransformen $G(u, v)$ av

$$g(x, y) = 1 + 2 \sin(2\pi \cdot 10x) \cdot 2 \sin(2\pi \cdot 10y),$$

genom att använda teorem i formelsamlingen. (1p)

- c) Skissa $G(u, v)$ i (u, v) -planet. (2p)

Ledning: Figuren visar hur $H(u, v) = \delta(u - 1, v - 1) - \delta(u - 2, v - 2)$ skissas.



Uppgift 2 (2p) Laplace-operatorn definieras

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} = \frac{\partial}{\partial x} * \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} * \frac{\partial}{\partial y}$$

och filtret D_x är ett approximativt derivata-filter i x-led.

$$D_x = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \approx \frac{\partial}{\partial x}.$$

Centrum är precis mitt i filtret. Konstruera ett approximativt Laplace-filter från D_x och det korresponderande filtret D_y för derivering i y-led.

Uppgift 3 (5p) Se nedanstående faltningkärna. Centrum är markerat med fet stil.

$$\begin{bmatrix} & 1 & \\ 1 & \mathbf{2} & 1 \\ & 1 & \end{bmatrix} / 6 = \begin{bmatrix} & 1 & \\ \mathbf{1} & & \\ & 1 & \end{bmatrix} / 6 + \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} / 6$$

- a) Beräkna den *kontinuerliga* fouriertransformen $F(u, v)$ av faltningkärnan. (2p)

Ledning: Sätt en dirac-puls på varje sampelpunkt och antag samplingsavståndet Δ , kalla resultatet $f(x, y)$.

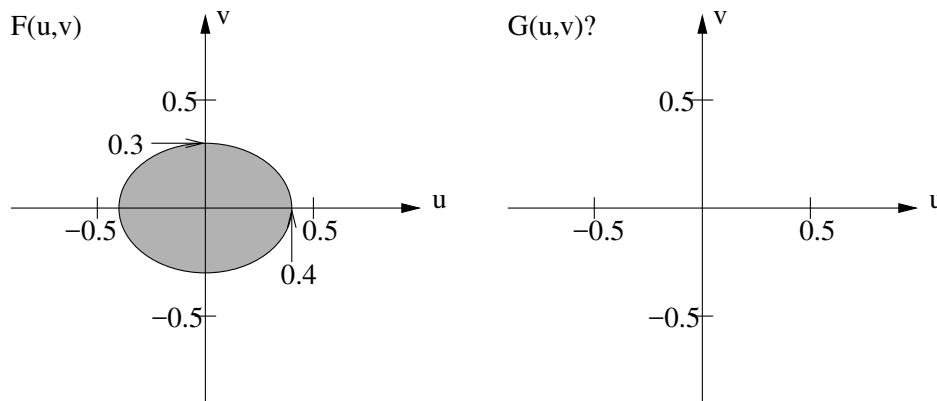
- b) Beräkna den symmetriska *diskreta* fouriertransformen (DFT) av faltningkärnan. Kalla den $F[k, l]$. Låt storlekarna M och N vara fria variabler. (2p)

- c) Vilket förhållande råder mellan *kontinuerliga* och *diskreta* koordinater, dvs (u, v) och $[k, l]$? (1p)

Uppgift 4 (3p) Funktionen $f(x, y)$ har en 2D fourier transform $F(u, v)$ som visas i figuren nedan till vänster. $F(u, v) \neq 0$ i den skuggade arean och $F(u, v) = 0$ utanför den skuggade arean. Funktionen $f(x, y)$ samplas med ett 2D impuls-tåg till

$$g(x, y) = f(x, y) \cdot \sum_n \delta(x - 2n) \cdot \sum_m \delta(y - 2m),$$

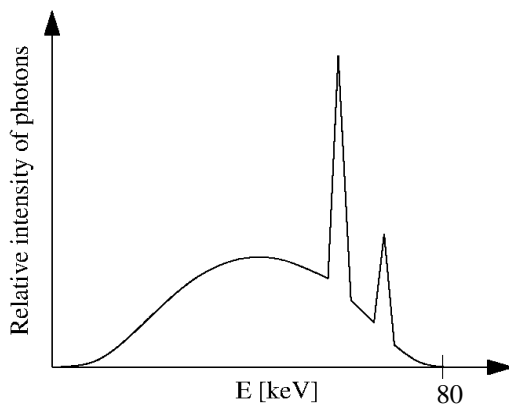
dvs samplingsavståndet är $\Delta_x = \Delta_y = 2$ i båda riktningarna. Skissa $G(u, v)$ i (u, v) -planet nedan till höger! Vid vilka sampelavstånd Δ_x och Δ_y undviker man vinkningsdistorsion?



DEL 2: Röntgen och CT

Uppgift 5 (2p) Vad är rebinning? Inkludera tre av orden *interpolation*, *ramp-filter*, *sinogram*, *fan-beam* i ditt svar.

Uppgift 6 (2p) Ett 80kV röntgenrör ger nedanstående spektrum. Hur förändras formen på spektrum när röntgenstälarna har passerat ett objekt, t ex en människokropp? Och vad kallas fenomenet? Skissa gärna i figuren!



Uppgift 7 (3p) Beskriv det teorem som CT baserar sig på, nämligen projektionsteoremet. Använd *fem* av de följande matematiska beteckningarna i din beskrivning.

- $f(x, y)$ • $F(R \cos \theta, R \sin \theta)$ • $p(r, \theta)$
- $F(u, v)$ • $F(R, R \tan \theta)$ • $P(R, \theta)$

Uppgift 8 (3p) (*det är inte bara CT här...*)

Red ut det här med röntgenbilder, CT-bilder, gammakamera-bilder och SPECT-bilder.

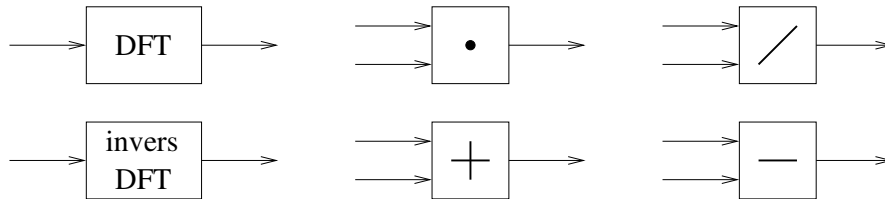
Vilka är projektionsbilder och vilka är rekonstruerade bilder?

Vad visar de? Ge en beskrivning eller en enhet.

DEL 3: Gamma-kamera, SPECT och PET

Uppgift 9 (2p) På SPECT-laboration filtrerade vi spectvolymen $v(x, y, z)$ med ett lågpasfiltrerande Butterworth-filter $B(u, v, w)$. Resultatet blev $v_{smooth}(x, y, z)$. Visa hur $v_{smooth}(x, y, z)$ kan beräknas genom att koppla ihop nedanstående boxar. Låt $B(u, v, w)$ och $v(x, y, z)$ vara indata!

OBS! Några av boxarna behöver inte användas.



Uppgift 10 (2p) Iterativ rekonstruktion med ML-EM algoritmen (eller hellre OS-EM) ger bättre bildkvalitet än filtrerad återprojektion. Det gäller att

$$f_i^{k+1} = \frac{f_i^k}{\sum_{j=1}^m A_{ji}} \sum_{j=1}^m A_{ji} \frac{p_j}{\sum_{j=1}^m A_{ji} \cdot f_i^k},$$

där f_i är en pixel i bilden, A_{ji} är en stor $m \times n$ -matris, som bestämmer vilka pixlar f_i , som korresponderar mot ett visst uppmätt projektionsvärde p_j .

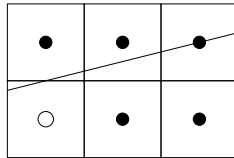
- a) Låt $f^k(x, y)$, $k = 0$, vara en startlösning för bilden. Vilken av följande startlösningar fungerar **inte**:
 $f^0(x, y) = 0$, $f^0(x, y) = 1$, $f^0(x, y) = \text{filtrerade återprojektionsresultatet}$.
 Motivera ditt svar!
- b) Vad händer när det beräknade projektionsvärdet blir samma som det uppmätta?

Uppgift 11 (3p) Uttrycket $\sum_{j=1}^m A_{ji} \cdot f_i^k$ i formeln ovan innebär projektionsgenerering ("forward projections") på bilden. Dessa kan beräknas på olika sätt. I kursen har vi talat om Siddons metod och Josephs metod. Nedan, till vänster och höger, visas en liten bild med 3×2 pixlar och en projektionsstråle. Antag att pixlarna med svart mitt-punkt har värde 3 och att pixeln med en vit ring som mittpunkt har värde 0. Antag att pixelavståndet är 1.

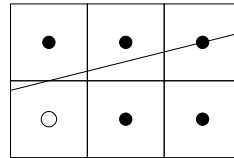
- Beskriv hur Siddons metod fungerar och komplettera din beskrivning genom att markera i figuren till vänster. Räkna också ut ett numeriskt värde. (1p)
- Beskriv hur Josephs metod fungerar och komplettera din beskrivning genom att markera i figuren till höger. Räkna också ut ett numeriskt värde. (2p)

Tips: $\sqrt{3^2 + 0.75^2}/3 \approx 1.0308$

Siddon:



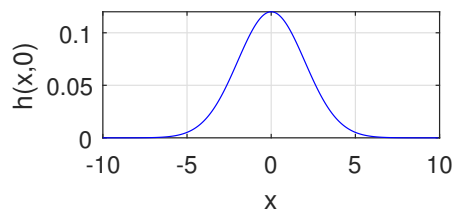
Joseph:



Uppgift 12 (3p) Redogör för den innersta principen för SPECT och PET och red ut skillnaden mellan dem. Följande nyckelord ska ingå och förklaras i din beskrivning: a) 511 keV, b) tidsfönster, c) radioaktivt material, d) positron, e) elektron, f) foton.

DEL 4: Viktiga mätvärden och dess beräkning

Uppgift 13 (2p) Se nedanstående figur på punktspridningsfunktionen $h(x, 0) = \frac{3}{25} e^{-\pi(x/5)^2}$. Markera FWHM (full width half maximum) i figuren och räkna sedan ut den exakt.



DEL 5: Ultraljud

Uppgift 14 (2p) Den uppmätta RF-signalen kan skrivas som

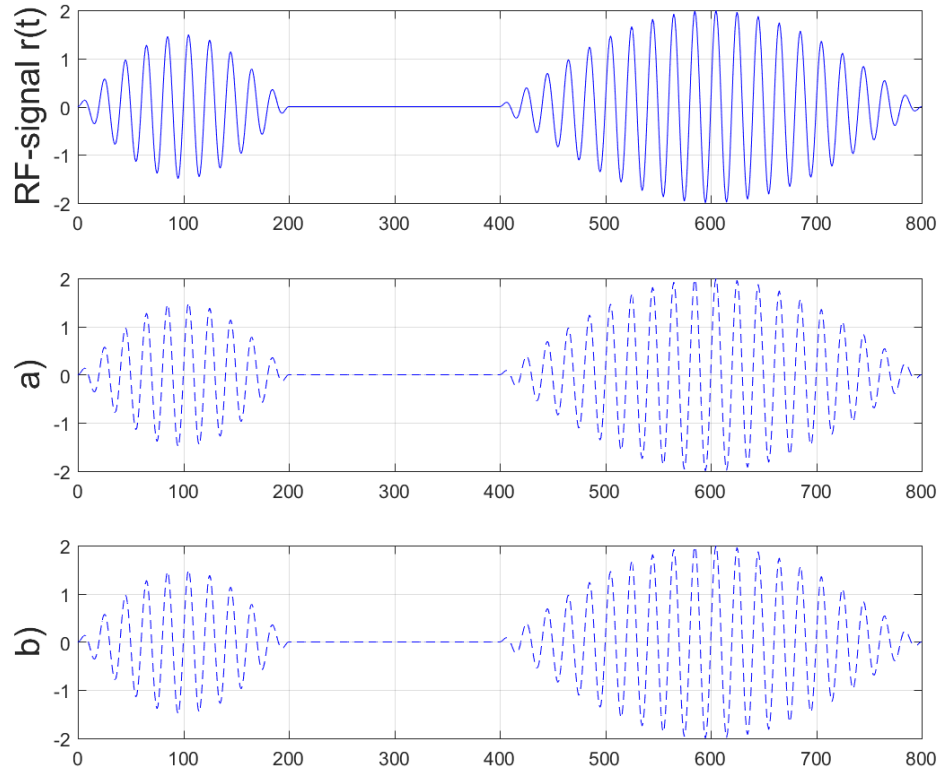
$$r(t) = A(t) \cos(2\pi f_0 t + \phi(t)),$$

där $A(t)$ är enveloppen. En sådan RF-signal $r(t)$ visas i översta figuren nedan. Efter kvadratfiltrering erhålls

$$q(t) = \tilde{A}(t) \cos(2\pi f_0 t + \phi(t)) + i \cdot \tilde{A}(t) \sin(2\pi f_0 t + \phi(t)),$$

där $\tilde{A}(t) \approx A(t)$.

- Realdelen av $q(t)$ är mycket lik $r(t)$, men hur ser imaginärdelen ut? Skissa den så gott du kan i figur a).
- Hur beräknas den approximativa enveloppen $\tilde{A}(t)$ ur $q(t)$? Ge en enkel formel. Skissa också enveloppen i figur b).



Uppgift 15 (2p) Vid en ultraljudsmätning sänder vi ut ett pulståg med längden 5 perioder och frekvensen 3MHz. Ljudhastigheten i kroppen kan antas vara 1500m/s.

Vilken är det minsta avståndet mellan två bakom varandra liggande vävnadsövergångar som kan mätas? Kravet för mätbarhet är att de reflekterade pulsernas envelopp inte överlappar tidsmässigt.

Ledning: Kom ihåg formlerna $s = vt$ (sträckan är lika med hastigheten gånger tiden) och $f = 1/T$ (frekvensen är lika med 1 dividerat med periodtiden).

DEL 6: MRI

Uppgift 16 (4p) I MR exciteras protonerna i objektet, som sedan avger energi när de går tillbaka till sitt ursprungliga tillstånd. Det är vanligt att excitera protonerna en gång för varje linje i k-rummet.

- a) I MR vill man ha bra kontrast mellan olika vävnadstyper. Förklara varför det är en dålig idé att sampla MR-signalen direkt efter excitering av protonerna. (1p)

En sampling i k-rummet genomförs med gradient-sekvensen nedan, $(G_x(t), G_y(t))$. Protonerna exciteras en gång och samplingen startar i origo.

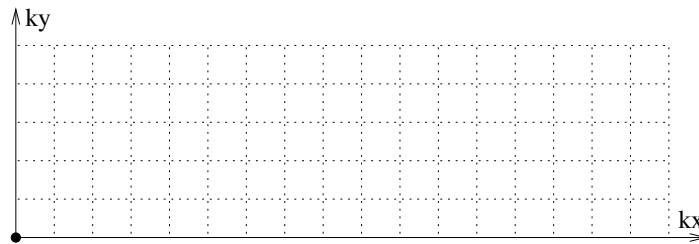
$$G_{x1} = 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 2, 2, 1, 0$$

$$G_{y1} = 1, 0, 1, 1, 1, 1, 0, -3, 3, 0, -4$$

$$G_{x2} = 2, 0, 4, 1, -3, 0, 3, 2, 0, 2, 0$$

$$G_{y2} = 0, 4, 0, -1, -1, -1, -1, 0, 4, 0, -4$$

- b) Ge formlerna för hur man beräknar den tidsvarierande positionen i k-rummet $(k_x(t), k_y(t))$ från de tidsvarierande gradienterna $(G_x(t), G_y(t))$. (1p)
- c) Rita samplingsmönstret i k-rummet nedan. Använd först (G_{x1}, G_{y1}) och fortsätt sedan med (G_{x2}, G_{y2}) (utan att starta om i origo). Strunta i alla konstanter och använd ett samplingsavstånd på 1. (2p)



Uppgift 17 (2p) En magnetkamera har använts för att avbilda ett objekt, bilden har ingen vinkningsdistorsion. Hur ska samplingen i k-rummet ändras om ...

- a) vi vill avbilda ett större objekt med samma detaljätergivning?
- b) vi vill avbilda samma objekt med högre detaljätergivning?

Uppgift 18 (2p) Förklara kortfattat varför aktiva områden i hjärnan har en lite starkare MR-signal, jämfört med områden som inte är aktiva under en viss uppgift.

DEL X: Cyklotron

Uppgift 19 (2p) Idag hörde jag nyheter om cyklotron-avdelningen på universitetssjukhuset i Linköping. De har nu kommit igång i liten skala och till jul beräknar de kunna testa på patienter.

- a) Vad använder man en cyklotron till?
- b) För vilken typ av undersökning måste man ha en egen cyklotron på plats?