

Försättsblad till skriftlig tentamen vid Linköpings universitet



Datum för tentamen	2020-10-26
Sal (3)	G35(2) TER3(12) TER4(17)
Tid	14-18
Utb. kod	TSBB31
Modul	TEN1
Utb. kodnamn/benämning Modulnamn/benämning	Medicinska bilder Skriftlig tentamen
Institution	ISY
Antal uppgifter som ingår i tentamen	18
Jour/Kursansvarig Ange vem som besöker salen	Maria Magnusson, Maria.Magnusson@liu.se
Telefon under skrivtiden	073-804 38 67
Besöker salen ca klockan	15.00 och 17.00 OBS! Jag har nog visir på mig som extra säkerhet för mig själv, eftersom jag bor med en person i riskgruppen för covid-19.
Kursadministratör/kontaktperson (namn + tfnr + mailadress)	Carina Lindström, 284423 Carina.E.Lindstrom@liu.se
Tillåtna hjälpmedel	1) Miniräknare 2) Blank OH-film 3) Medskickad formelsamling 4) Physics Handbook Endast markeringar (under- och överstrykningar) är tillåtna. Även små sidflikar (med något enstaka tecken på) är tillåtna. 5) Transformteori sammanfattning formler & lexikon 6) Lexikon, engelska-svenska
Övrigt	
Antal exemplar i påsen	

Anvisningar

Tentamen består av 6 delar om totalt 50p:

- Del 1: Grundläggande 2D signalbehandling (15p)
- Del 2: Röntgen och CT (10p)
- Del 3: Gamma-kamera, SPECT och PET (10p)
- Del 4: Ultraljud (4p)
- Del 5: Viktiga mätvärden och dess beräkning (3p)
- Del 6: MRI (8p)

Notera att Del 1-6 har mycket gemensamt. Ibland kan en fråga passa in på flera ställen.

Ibland går det bra att svara direkt i tentamen. Ibland får man svara på lösblad. Det går bra att svara på flera frågor på ett lösblad. Skriv dock bara på ena sidan.

Betygsgränser:

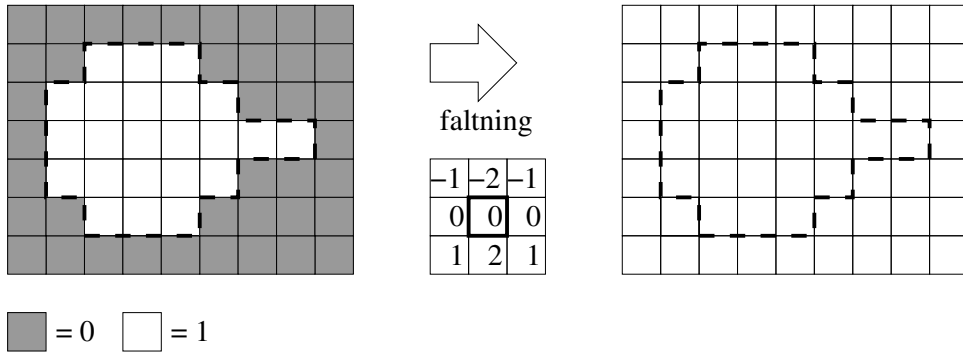
- 3:a 21-30p
- 4:a 31-40p
- 5:a 41-50p

Lycka till!
Maria

DEL 1: Grundläggande 2D signalbehandling

Uppgift 1 (3p)

- a) Utför nedanstående operation, där en inbild $f(x, y)$ faltas med en faltningskärna. (2p)



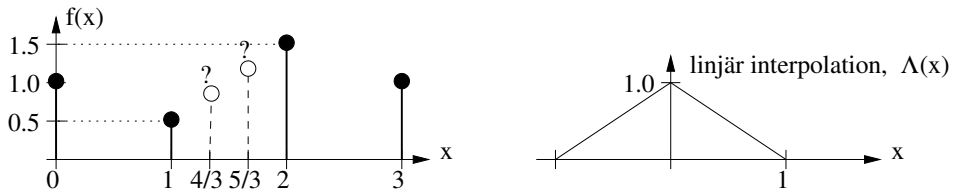
- b) Faltningskärnan approximerar en viss matematisk beräkning, vilken? Notera: Här efterfrågas INTE faltning. (1p)

Uppgift 2 (7p)

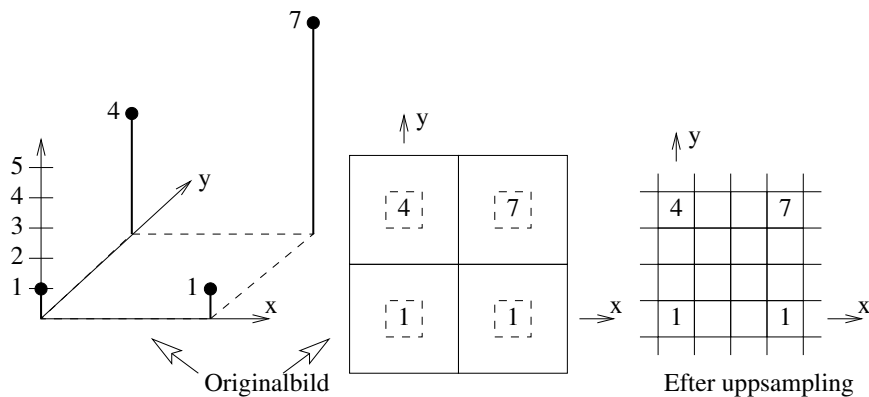
- a) Nedan till vänster syns en 1D diskret signal med fyra kända sampelvärden och två okända, $f(4/3) = ?$ och $f(5/3) = ?$. Interpolera fram dessa värden genom att använda den linjära interpolationsfunktionen,

$$\Lambda(x) = \begin{cases} 1 - |x|, & \text{för } -1 \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{för övrigt,} \end{cases}$$

som också är illustrerad nedan till höger. (2p)



- b) Nedan till vänster och i mitten visas ett litet 2×2 utsnitt av en större bild. Interpolera upp det till tre gånger så hög samplingstäthet, dvs till 4×4 delbilden som visas till höger. Omsamplingen ska ske med bilinjär interpolation, $\Lambda(x) \cdot \Lambda(y)$. (2p)

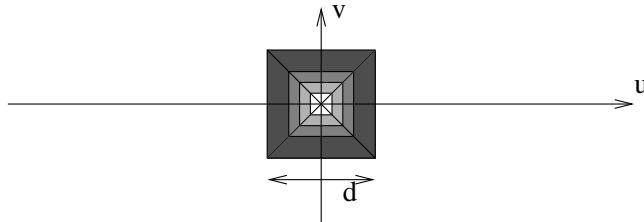


- c) Bestäm $H_1(u, v)$, fouriertransformen av $h_1(x, y) = \Lambda(x) \cdot \Lambda(y)$ och bestäm $H_2(u, v)$, fouriertransformen av $h_2(x, y) = 0.25 \cdot \Lambda(x/2) \cdot \Lambda(y/2)$. Berätta också varför $h_2(x, y)$ ska användas istället för $h_1(x, y)$ vid nedsampling. I din berättelse måste du inkludera vilken som är bredare/smälare, $h_1(x, y)$ eller $h_2(x, y)$, och vilken som är bredare/smälare, $H_1(u, v)$ eller $H_2(u, v)$. (3p)

Uppgift 3 (5p)

Det gäller att $\mathcal{F}[\text{sinc}^2(x)] = \Lambda(u)$, $\Lambda(u) = \begin{cases} 1 - |u|, & -1 \leq u \leq 1, \\ 0, & \text{annars.} \end{cases}$

- a) Betrakta 1D-signalen $a(x) = 2\text{sinc}^2(2x)$. Bestäm 1D fouriertransformen $A(u)$ och skissa den. (1p)
- b) Betrakta 2D-signalen $a(x, y) = 2\text{sinc}^2(2x) \cdot 2\text{sinc}^2(2y)$. Bestäm 2D fouriertransformen $A(u, v)$. $A(u, v)$ påminner om en liten pyramid och den är redan skissad ungefärligt i figuren nedan. Bestäm funktionens bredd d . (1p)

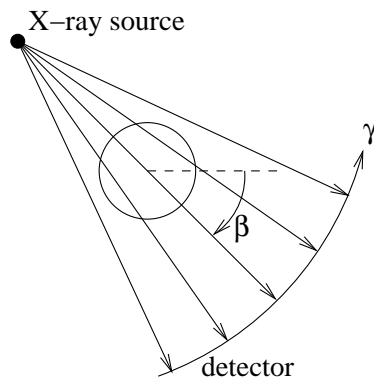


- c) $A(u, v)$ samplas till $As(u, v)$ med en 2D-variant av impulståget. Bestäm lägsta samplingfrekvens $f_{s_{min}}$ i både u - och v -led som undviker vinkningsdistorsion. (1p)
- d) Skissa $As(u, v)$ i (u, v) -planet. Låt samplingfrekvensen vara $2 \cdot f_{s_{min}}$. Gradera axlarna! (2p)

DEL 2: Röntgen och CT

Uppgift 4 (2p)

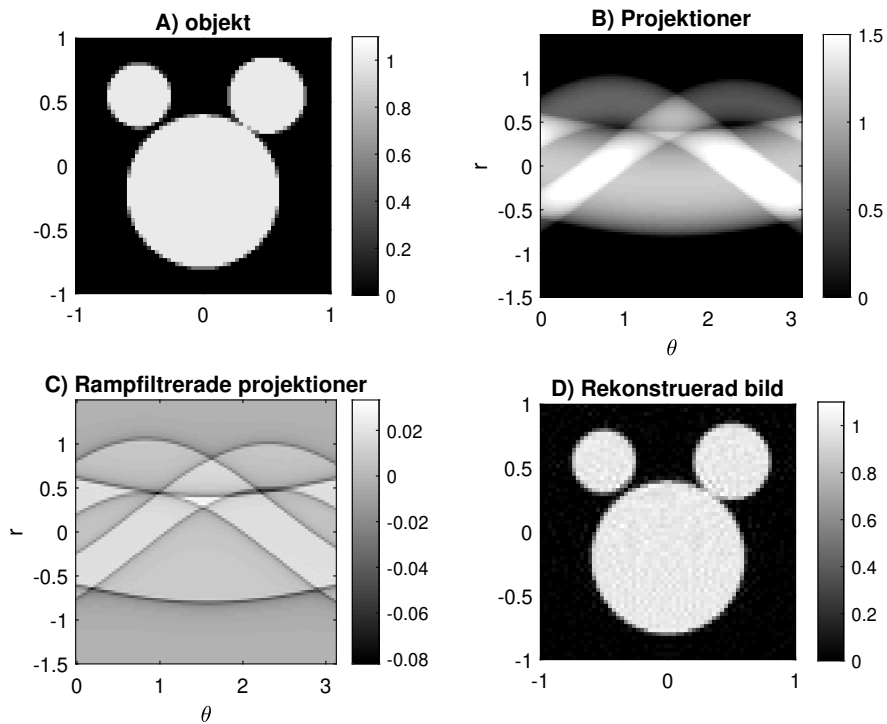
Figuren visar geometrin för fanbeam-projektioner. Vid rekonstruktion sker viktning, rampfiltrering, samt återprojektion. Indikera i figuren hur denna återprojektion sker.



Uppgift 5 (2p)

Figur A) visar Musse Pigg bestående av huvud och två öron, av något olika storlek. B) visar dess parallella projektioner, C) visar ramp-filtrerade projektioner, och D) visar den rekonstruerade bilden efter filtrerad återprojektion.

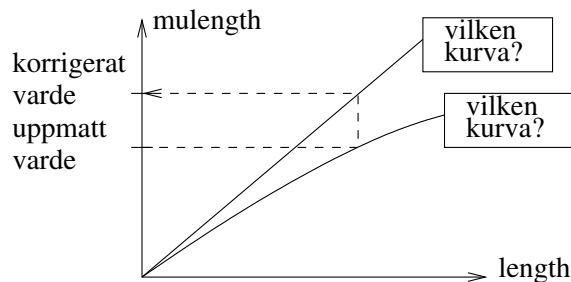
- Vad korresponderar Musses huvud, lilla öra och stora öra mot i projektionsbilderna B) och C)?
- Anta att vi tar bort ramp-filtret. Vad kommer då att hända med rekonstruktionsresultatet i D)?



Uppgift 6 (3p)

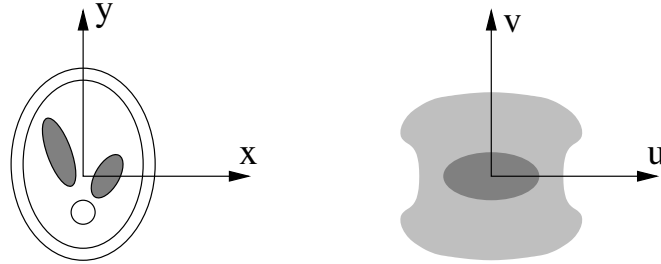
Enkel beam-hardening korrektion mot vatten görs normalt sett alltid i en medicinsk CT-scanner. Svara på följande frågor.

- Varför blir det beam-hardening?
- Se figuren nedan. Vilka är kurvorna? Vad är det som korrigeras?
- Hur blir bildkvaliteten efter denna typ av korrektion? Resonera i termer om “perfekt”, “ganska bra”, “inte så bra”, “vatten”, “mjukdelar”, “benvävnad”.



Uppgift 7 (3p)

Komplettera nedanstående figur så att den visar projektions-teoremet. Var noga med att markera viktiga vinklar. Använd sedan din figur för att förklara vilket projektionsvinkelintervall som krävs för att fullgott rekonstruera en bild.

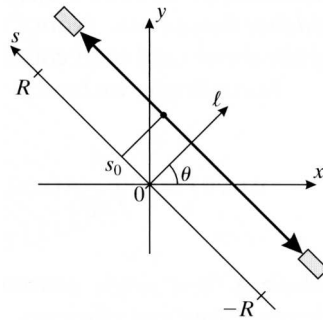


DEL 3: Gamma-kamera, SPECT och PET

Uppgift 8 (2p)

Figuren användes för att bestämma PET-fotonernas dämpning i kroppen. N_0 är antal skapade dubbel-fotoner vid positionen s_0 . N^+ är det antal som når övre detektorn och N^- är det antal som når undre detektorn. Då gäller följande förhållande mellan N^+ och N_0 :

$$N^+ = N_0 \exp \left\{ - \int_{s_0}^R \mu(x(s'), y(s'); E) ds' \right\}$$



- Vilket förhållande gäller mellan N^- och N_0 ? Ge en formel!
- Visa att den totala dämpningen inte beror av positionen s_0 . Ge en formel!

Uppgift 9 (2p)

Berätta om den innersta principen för PET. Följande nyckelord ska ingå och förklaras i din berättelse (ett av nyckelorden ska INTE ingå):

- a) 511 keV, b) tidsfönster, c) radioaktivt material, d) proton, e) positron, f) elektron

Uppgift 10 (2p)

Vad är det för skillnad/likhet mellan en gamma-kamera och en SPECT-kamera? Svvara kort - ta bara upp det absolut väsentligaste!

Uppgift 11 (2p)

På SPECT-laboration beräknade vi CV-värden på lungor för att bedöma hur sjuka de var. Det gäller att $CV = \sigma/\mu \approx s/m$. Enligt matematisk statistik ges medelvärdet och standardavvikelsen av ett stickprov av

$$m = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N f_n, \quad s = \sqrt{\frac{N}{N-1} \left(\left[\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N f_n^2 \right] - m^2 \right)}.$$

Berätta hur man gör för att beräkna en hel CV-volym baserad på värdet i $9 \times 9 \times 9$ -omgivningar av SPECT-volymen **SPECTvol**.

(Tänk på hur man programmerar det om det hjälper dig.)

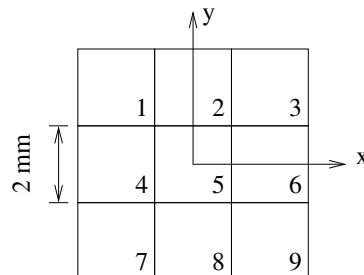
Börja så här:

- Först faltar man **SPECTvol** med ...
- Därefter ...
- Därefter ...
- Till sist erhålles CV-volymen som s -volymen dividerat med m -volymen.

Uppgift 12 (2p)

När en gammafoton avger sin energi i scintillator-kristallen emitterar denna ljusfotoner som registreras av fotomultiplikatorer. En gammakamera (Anger-kamera) kan t ex ha 61st fotomultiplikatorer arrangerade i ett hexagonalt mönster. Den oinsatte kan då tro att upplösningen är ganska dålig, vilket dock inte stämmer!

Betrakta nedanstående mycket förenklade gammakamera med 9 st nummerade fotomultiplikatorer. Antag att de registrerade intensiteterna är: $a_1 = 0$, $a_2 = 10$, $a_3 = 0$, $a_4 = 10$, $a_5 = 40$, $a_6 = 30$, $a_7 = 0$, $a_8 = 30$, $a_9 = 0$.



Följande ekvationer behövs

$$Z = \sum_{k=1}^K a_k, \quad X = \sum_{k=1}^K x_k a_k, \quad Y = \sum_{k=1}^K y_k a_k.$$

Bestäm gammafotonens position (X_{pos}, Y_{pos}) i mm!

DEL 4: Ultraljud

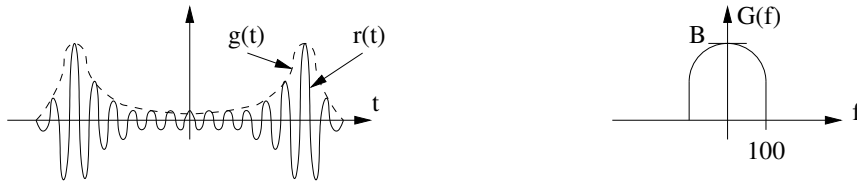
Uppgift 13 (2p)

Förenklat kan RF-signalen, den uppmätta signalen vid ultraljud skrivas

$$r(t) = g(t) \cdot \cos(1000\pi t),$$

där $g(t)$, enveloppen, bär på den intressanta informationen. Det gäller att $g(t) \geq 0$. (I verkligheten tillkommer en fas på cosinusen som förändras med tiden: $r(t) = g(t) \cdot \cos(1000\pi t + \phi(t))$.)

I figuren nedan representeras $g(t)$ av den streckade linjen. Antag t ex att de två topparna representerar övergångarna hjärtvävnad-hålrums och hålrum-hjärtvävnad. I figuren visas även $r(t)$ och $G(f)$.



- Beräkna $R(f)$ genom att använda formelsamlingen.
- Skissa sedan $R(f)$. Gradera axlarna!

Uppgift 14 (2p)

För ett kvadraturfilter

$$H(f) = H_1(f) + jH_2(f),$$

gäller att

$$jH_2(f) = \text{sgn}(f) \cdot H_1(f),$$

där

$$\text{sgn}(f) = \begin{cases} 1, & \text{för } f > 0, \\ 0, & \text{för } f = 0, \\ -1, & \text{för } f < 0. \end{cases}$$

Antag att $H_1(f) = 1$, vilket innebär att kvadraturfiltret inte utför någon bandpassfiltrering. Signalen $r(t) = g(t) \cdot \cos(1000\pi t)$ från förra uppgiften ska nu filtreras med $H(f)$, dvs

$$y(t) = r(t) * h(t),$$

$$Y(f) = R(f) \cdot H(f) = R(f) \cdot (1 + \text{sgn}(f))$$

- Skissa $R(f)$ och $R(f)\text{sgn}(f)$! Gradera axlarna!
- Skriv:

$$Y(f) = R(f) + R(f)\text{sgn}(f) = R(f) - j \cdot j \cdot R(f)\text{sgn}(f)$$

Bestäm sedan $y(t)$ och $|y(t)|$.

DEL 5: Viktiga mätvärden och dess beräkning

Uppgift 15 (3p)

Vi har talat om två typer av brus, Poissonbrus och Gaussiskt brus.

- Vilken typ av brus dominerar för röntgenbilder?
- Medelvärde och standardavvikelse kan bero av varandra. Vad gäller för de två brus-typerna?
- Vad gäller för CT-bilder och brus?

DEL 6: MRI

Uppgift 16 (2p)

När MR används för att ta tvådimensionella bilder av t.ex. någon kroppsdel, vill man bara ha signal från en tunn skiva av denna vid insamling av k-rummet. Beskriv hur man gör för att bara aktivera en tunn skiva!

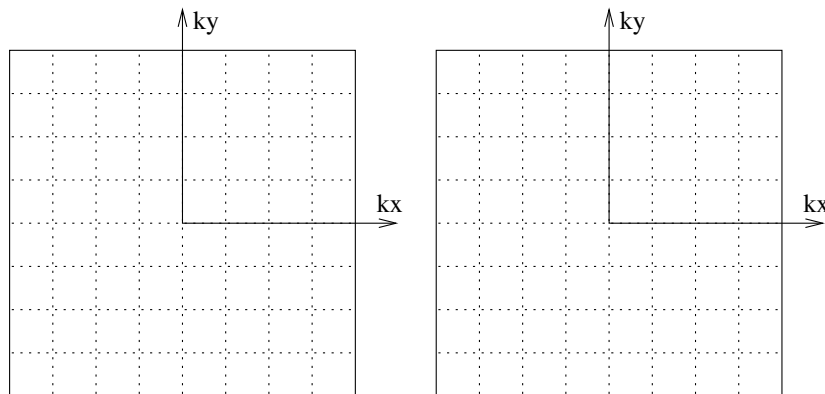
Uppgift 17 (5p)

I en MR-undersökning exciteras ett 2D snitt, en avsökning av k-space görs med följande sekvens av gradienter (G_x, G_y) . Avsökningen startar i origo:

$$G_x = 0, -1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, -1, -1, -1, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, \text{ osv}$$

$$G_y = -1, 0, 1, 1, 0, 0, -1, -1, -1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, -1, -1, -1, -1, -1, \text{ osv}$$

- Rita in koordinaterna för avsökningen av k-space i figuren nedan till vänster. (2p)



- K-space har hermitisk symmetri. Förklara vad det innebär! Förklara också hur den hermitiska symmetrin kan utnyttjas för att förkorta avsökningstiden! Gör också markeringar i k-space i figuren ovan till höger för att förtydliga din förklaring! (3p)

Uppgift 18 (1p)

Näm en vävnadstyp i hjärnan där diffusionen normalt är väldigt anisotrop?