

Tentamen i

## Medicinska bilder TSBB31

<i>Tid:</i>	2021-01-05, kl 14-18
<i>Lokaler:</i>	Distans
<i>Ansvarig lärare:</i>	Maria Magnusson finns anträffbar på telefon och mail: tel 073 - 804 38 67 maria.magnusson@liu.se
<i>Rekommenderade hjälpmedel:</i>	Miniräknare, medskickad formelsamling, OH-film, sax och nedanstående tabeller, Transformteori sammanfattning formler & lexikon, Physics Handbook
<i>Distans hjälpmedel:</i>	Eftersom tentan går på distans, får du även använda kursmaterialet. Det är dock INTE tillåtet att ta hjälp av andra människor!
<i>Uppgifter:</i>	Tentamen består av 6 delar om totalt 50p:  Del 1: Grundläggande 2D signalbehandling (15p) Del 2: Röntgen och CT (8p) Del 3: Gamma-kamera, SPECT och PET (6p) Del 4: Ultraljud (7p) Del 5: Viktiga mätvärden och dess beräkning (4p) Del 6: MRI (10p)
<i>Betygsskala:</i>	23-32 poäng betyg 3 33-42 poäng betyg 4 43-50 poäng betyg 5 Notera att gränserna är höjda 2 poäng jämfört med normaltenta.
<i>Betygslista:</i>	Anslås senast 19/1

---

## DEL 1: Grundläggande 2D signalbehandling

### Uppgift 1 (5p)

- a) Utför nedanstående faltning mellan  $\text{sobel}_x$  och  $\text{sobel}_x$ . (2p)

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} / 8 \quad * \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} / 8$$

- b) Den resulterande faltningskärnan i (a) approximerar en viss matematisk beräkning, vilken? (1p)
- c) Konstruera en faltningskärna som approximerar nedanstående andraderivataoperator. (2p)

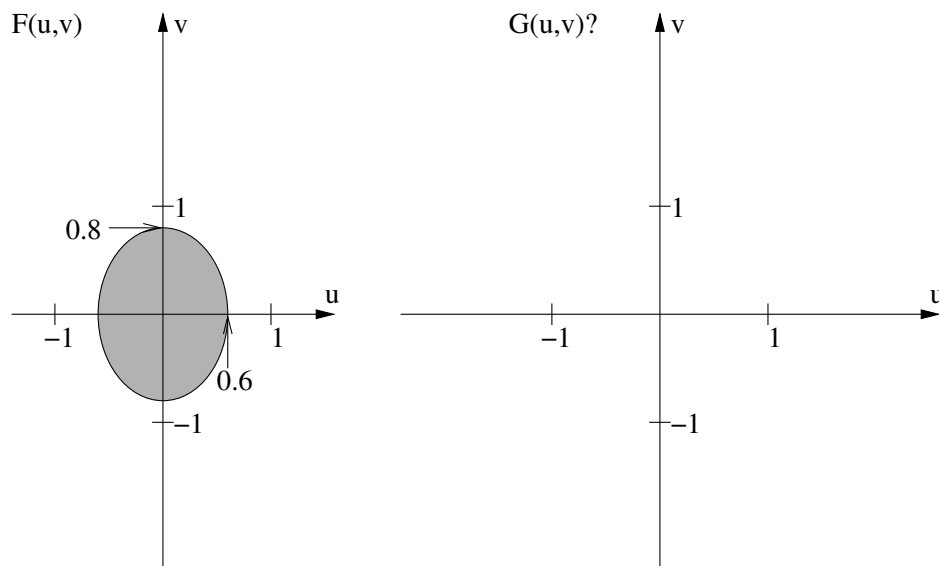
$$\frac{\partial^2}{\partial x \partial y}$$

### Uppgift 2 (3p)

Funktionen  $f(x, y)$  har en 2D fouriertransform  $F(u, v)$  som visas i figuren nedan till vänster.  $F(u, v) \neq 0$  i den skuggade arean och  $F(u, v) = 0$  utanför den skuggade arean. Funktionen  $f(x, y)$  samplas med ett 2D impuls-tåg till

$$g(x, y) = f(x, y) \cdot \sum_n \delta(x - 5n/8) \cdot \sum_m \delta(y - 5m/8),$$

dvs samplingsavståndet är  $\Delta_x = \Delta_y = 5/8$  i båda riktningarna. Skissa  $G(u, v)$  i  $(u, v)$ -planet nedan till höger! Vid vilka sampelavstånd  $\Delta_x$  och  $\Delta_y$  undviker man vinkningsdistorsion?

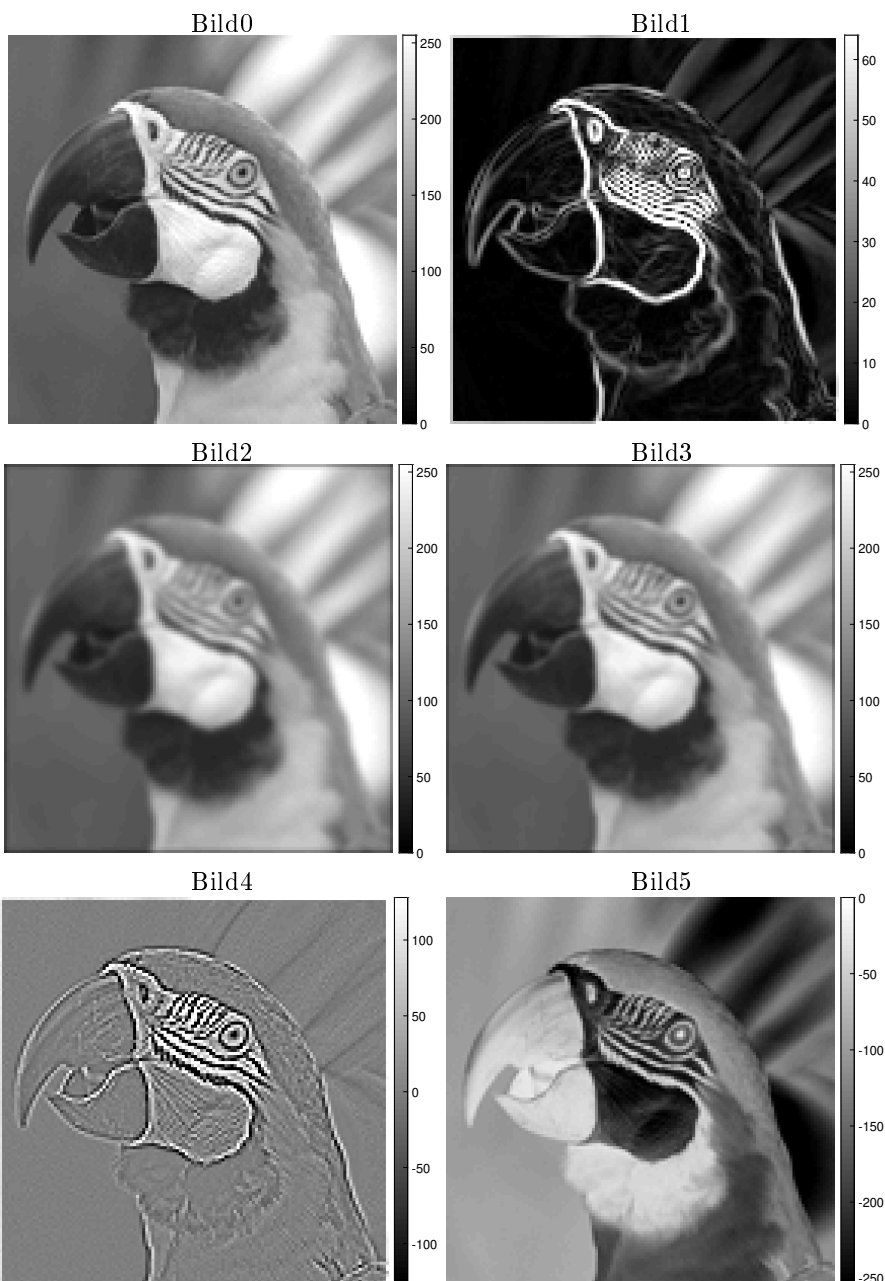


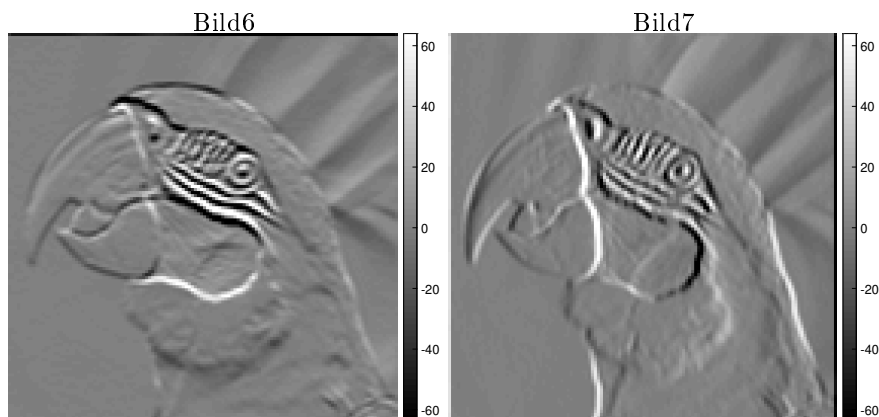
**Uppgift 3 (7p)**

Bild0 nedan ska faltas med faltningskärnorna A–H nedan. Para ihop bild1–bild7 nedan med korrekt faltningskärna A–H! (Det är två faltningskärnor för mycket.) Dessutom har en av bilderna istället erhållits genom att kombinera 2 andra - vilken? För att få poäng måste du kort motivera dina val. De olika faltningskärnorna är

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} / 16, \quad B = A * A, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} / 8, \quad F = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} / 8, \quad G = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix} / 8, \quad H = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} / 8$$





## DEL 2: Röntgen och CT

### Uppgift 4 (2p)

Moderna medicinska CT-scanners producerar högkvalitativa 3D volymer. Det är då vanligt att använda en helix-formad bana för röntgenkällan. Beskriv hur en sådan källbana erhålles i termer av hur röntgenkällan, detektorn och patienten rör sig.

### Uppgift 5 (2p)

*En exakt algoritm är matematiskt korrekt och går att bevisa. Detta innebär att den kan rekonstruera en objektfunktion så nära som önskat om en tillräcklig mängd brusfri projektionsdata tillhandahålls och samplas tillräckligt tätt.*

Vad gäller för nedanstående algoritmer?

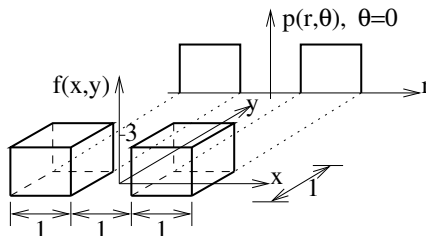
- 2D parallell filtrerad återprojektion
- 2D fanbeam filtrerad återprojektion
- Katsevich's metod
- weighted FBP

Rätt svar ger +0.5p, fel svar ger -0.5p. Uppgiften kan dock inte ge minuspoäng som helhet.

**Uppgift 6** (4p)

De två boxarna är illustrerade i figuren nedan och ges av

$$f(x, y) = 3\Pi(x + 1)\Pi(y) + 3\Pi(x - 1)\Pi(y) = \begin{cases} 3, & -1.5 \leq x \leq -0.5, 0.5 \leq x \leq 1.5, |y| \leq 0.5, \\ 0, & \text{annars,} \end{cases}$$



- Bestäm 2D fouriertransformen  $F(u, v)$  av  $f(x, y)$ .
- Bestäm projektionerna  $p(r, \theta)$  för  $\theta = 0$  och  $\theta = \pi/2$ .  
*Ledning:* Fallet  $\theta = 0$  är illustrerat i figuren.
- Beräkna 1D fouriertransformerna  $P(R, 0)$  och  $P(R, \pi/2)$  för  $p(r, 0)$  och  $p(r, \pi/2)$ .
- Visa att projektionsteoremet

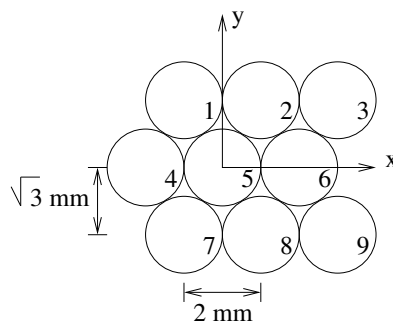
$$P(R, \theta) = F(R \cos \theta, R \sin \theta) = F(u, v)$$

gäller för både  $\theta = 0$  och  $\theta = \pi/2$ .

## DEL 3: Gamma-kamera, SPECT och PET

**Uppgift 7** (2p)

När en gammafoton avger sin energi i scintillator-kristallen emitterar denna ljusfotoner som registreras av fotomultiplikatorer. En gammakamera (Anger-kamera) kan t ex ha 61st fotomultiplikatorer arrangerade i ett hexagonalt mönster. Betrakta nedanstående utsnitt ur en gammakamera med 9 st numrerade fotomultiplikatorer. Antag att de registrerade intensiteterna är:  $a_1 = 0, a_2 = 10, a_3 = 0, a_4 = 0, a_5 = 30, a_6 = 40, a_7 = 0, a_8 = 5, a_9 = 0$ .



Följande ekvationer behövs

$$Z = \sum_{k=1}^K a_k, \quad X = \sum_{k=1}^K x_k a_k, \quad Y = \sum_{k=1}^K y_k a_k.$$

Bestäm gammafotonens position  $(X_{pos}, Y_{pos})$  i mm!

### Uppgift 8 (2p)

Iterativ rekonstruktion med ML-EM algoritmen (eller hellre OS-EM) ger bättre bildkvalitet än filtrerad återprojektion. Det gäller att

$$f_i^{k+1} = \frac{f_i^k}{\sum_{j=1}^m A_{ji}} \sum_{j=1}^m A_{ji} \frac{p_j}{\sum_{j=1}^m A_{ji} \cdot f_i^k},$$

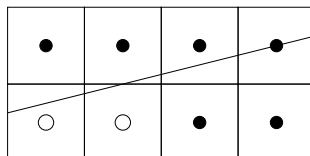
där  $f_i$  är en pixel i bilden,  $A_{ji}$  är en stor  $m \times n$ -matris, som bestämmer vilka pixlar  $f_i$ , som korresponderar mot ett visst uppmätt projektionsvärde  $p_j$ .

ML-EM algoritmen har numera nästan helt ersatt filtrerad återprojektion för SPECT. En orsak är att tre olika typer av störningar kan inkluderas i (och kompenseras för i) ML-EM algoritmen. Nämn minst två av dessa störningar. OBS: Svaret Poisson-brus efterfrågas inte här.

### Uppgift 9 (2p)

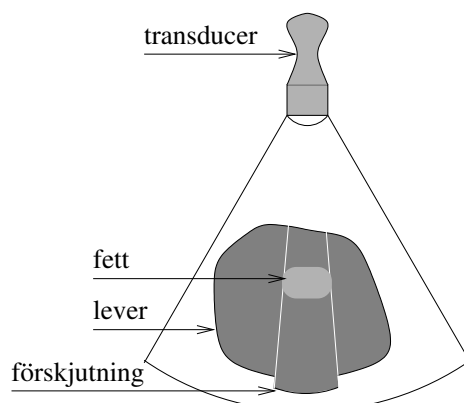
Uttrycket  $\sum_{j=1}^m A_{ji} \cdot f_i^k$  i formeln ovan innebär projektionsgenerering ("forward projections") på bilden. Dessa kan beräknas på olika sätt, t ex med Josefs metod. Nedan visas en liten bild med  $4 \times 2$  pixlar och en projektionsstråle. Antag att pixlarna med svart mitt-punkt har värde 4 och att pixlarna med en vit ring som mittpunkt har värde 1. Antag att pixelavståndet är 1.

Beskriv hur Josefs metod fungerar och komplettera din beskrivning genom att markera i figuren. Räkna också ut ett numeriskt värde på projektionsstrålen.



## DEL 5: Ultraljud

### Uppgift 10 (2p)



Se figuren ovan. Vid undersökning av levern med ultraljud kan man få en oönskad förskjutning av leverns undre gräns. Räkna med att ljudhastigheten i fett är  $v_f = 1450$  m/s. I övrig mjuk vävnad är ljudhastigheten  $v_0 = 1500$  m/s.

Förklara varför man får en förskjutning av leverns undre gräns. Förklara också varför man inte får en förskjutning av leverns övre gräns.

---

**Uppgift 11** (5p)

Beskriv noggrant hur en ultraljudsbild skapas, steg för steg. I din berättelse, använd följande ord:

- Kvadratur-filter
- Omsampling (skann-konvertering)
- Envelopp
- Rf-signal
- Rf-frekvens
- Sändare
- Mottagare
- Solfjädersform
- Skann-stråle
- Nedsampling

## DEL 4: Viktiga mätvärden och dess beräkning

**Uppgift 12** (4p)

Vi har talat om två typer av brus, Poissonbrus och Gaussiskt brus.

- Medelvärde och standardavvikelse kan bero av varandra. Vad gäller för de två brus-typerna?
- Vilken typ av brus dominerar för röntgenbilder?
- Vilken typ av brus dominerar för gammakamerabilder?
- Vad gäller för CT-bilder och brus?

## DEL 6: MRI

**Uppgift 13** (2p)

Ett objekt/patient placeras i ett stationärt magnetfält,  $B_0 = 1.5$  T, riktat längs z-axeln. En gradient,  $G_z = 0.001$  T/cm, läggs på i samma riktning som det stationära magnetfältet. Följdaktligen gäller att magnetfältet längs z-axeln är  $B_z = B_0 + G_z \cdot z$ . En stark elektromagnetisk puls med frekvensen 64 MHz träffar objektet. Bestäm vad som händer med olika xy-skivor på olika z-positioner.

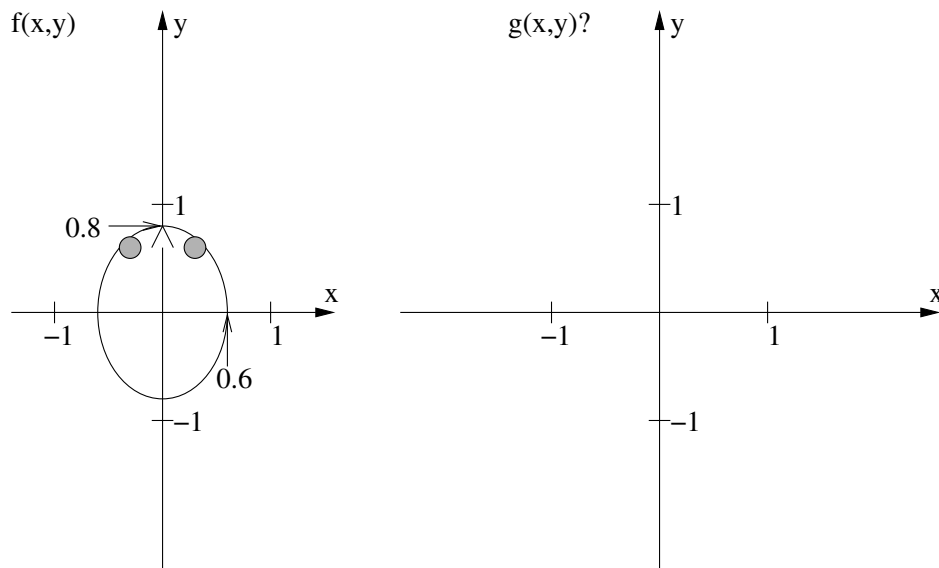
*Ledning:* Larmorfrekvensen  $f = \frac{\gamma}{2\pi} B$  där  $\frac{\gamma}{2\pi} = 42.58$  MHz/T.

**Uppgift 14** (3p)

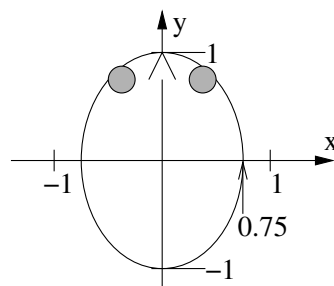
Nämna kortfattat vad T1 och T2 är, samt vilken enhet de mäts i.

**Uppgift 15** (4p)

- a) Antag att vi samplar k-rummet  $F(u, v)$  med sampelavståndet  $\Delta = 5/8$  i både u- och v-riktningen. Kalla den samplade funktionen  $G(u, v)$ . Objektet, patienten,  $f(x, y) = \mathcal{F}^{-1}[F(u, v)]$  syns i figuren nedan till vänster. Skissa bilden, funktionen  $g(x, y) = \mathcal{F}^{-1}[G(u, v)]$  i figuren nedan till höger. (2p)



- b) Tala också om vilka sampelavstånd man ska använda i u- och v-led för att undvika vinkningsdistorsion i detta fall. Ange intervall! (1p)
- c) Antag nu att sampelavståndet är låst till att vara samma i u- och v-led. En ny patient kommer in. Denna har ett större huvud än den tidigare patienten, se nedan. Vilket sampelavstånd måste man nu använda för att undvika vinkningsdistorsion? (1p)



**Uppgift 16** (1p) På vilken typ av kroppsdelar mäter man med fMRI?