Extra kursmaterial om

Elektriska Kretsar

Lasse Alfredsson

Linköpings universitet
Lasse.Alfredsson@liu.se

November 2015

Får kopieras fritt av LiTH-studenter för användning i kursen TSBB32 Linjära system

Elektriska kretsar – sammanfattning, likströmsteori och växelströmsteori (sinusformade spänningar och strömmar)

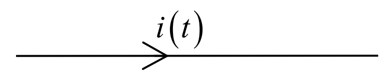
Materialet i det här dokumentet utgör ingen djupare genomgång av området elektriska kretsar, dvs. allmän likströms- och växelströmsteori, utan är snarare en *kort introduktion till och sammanfattning av de mest grundläggande begreppen* inom området.
Elektriska kretsar, och då speciellt i form av elektriska frekvensselektiva filter, utgör ett viktigt tillämpningsområde i TSDT18 Signaler & System och TSDT84 Signaler & System samt Transformer. Detta dokument går igenom de väsentligaste delarna av det som förutsätts som förkunskap inför TSDT18 & TSDT84.

Elektriskt linjärt nät:

Ett idealt elektriskt nät består av resistanslösa ledare och ett antal ideala *nätelement*, som t.ex. strömkällor, spänningskällor, resistanser, kapacitanser och induktanser.
Eftersom nätelementens egenskaper är oberoende av spänningen över dem och strömmen genom dem, är nätelementen linjära. Därför utgör även varje sådant s.k. *RLC*-nät (innehållande resistanser *R*, induktanser *L* och kapacitanser *C*) ett *linjärt system*, med exempelvis någon spänning eller ström som insignal och någon annan spänning eller ström som utsignal.

Ström:

En elektrisk ström $i(t)$ definieras som den mängd laddning $q(t)$ som per tidsenhet passerar ett tvärsnitt av en ledare (t.ex. en sladd), dvs. $i(t) = \dfrac{dq(t)}{dt}$. Vanligen består laddningsflödet av elektroner, som är *negativt* laddade. Notera dock att strömmens riktning definieras som den riktning i vilken tänkta *positivt* laddade partiklar rör sig. Följaktigen är elektronflödet *motriktat* strömriktningen! Anledningen till den logiskt omvända strömriktningen är att en elektrisk ström definieras att alltid gå från en högre till en lägre potential. Enheten för ström är **ampere** [A].

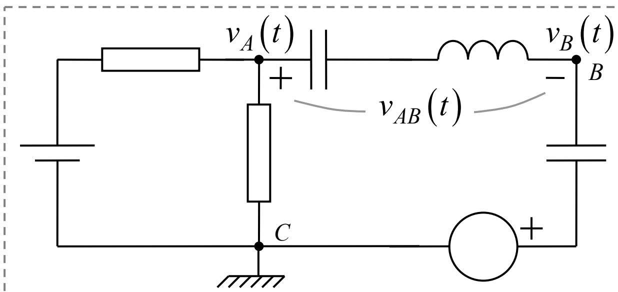


Strömmen $i(t)$ i en ledare. Motsvarande elektronflöde går från höger till vänster.

Potential, Spänning:

Spänningen $v_{AB}(t)$ mellan noderna *A* och *B* i ett elektriskt nät definieras som differensen mellan *potentialen* $v_A(t)$ i nod *A* och *potentialen* $v_B(t)$ i nod *B*. Referensnoden är oftast jordad, vilket innebär att referensnoden har potentialen noll.

Vid definition av spänningar mellan noder i elektriska nät ansätter man vanligen ett ”+”-tecken vid den nod som antas ha högre potential och ett ”–”-tecken vid den nod som antas ha lägre potential. Då blir spänningarna positiva. Om en viss ansatt spänning är negativ, har ”–”-noden högre potential än ”+”-noden. Enheten för potential och spänning är **volt** [V].



Exempel på ett elektriskt linjärt nät.
$v_A(t)$ och $v_B(t)$ är potentialerna i nod *A* resp. nod *B*, relativt den jordade referensnoden *C* (som har potential $v_C(t) = 0$).
Spänningen mellan nod *A* och nod *B* är då

$$v_{AB}(t) = v_A(t) - v_B(t)$$

Signalkällor:

En *ideal spänningskälla* håller en spänning $e(t)$ mellan sina poler, oberoende av hur den belastas, dvs. oberoende av antalet nätelement och andra källor som kopplas till spänningskällan.
En *ideal strömkälla* genererar en ström $i_0(t)$, oberoende av hur den belastas.

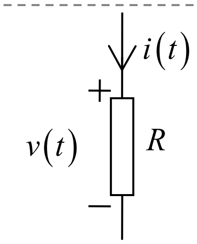
För en likspänningskälla är $e(t) = E$ konstant och för en likströmskälla är $i_0(t) = I_0$ konstant.
För traditionell växelspänning och växelström är källorna stationärt sinusformade, t.ex.
$e(t) = E \cdot \cos(\omega_e t + \varphi_e)$ [V] och $i_0(t) = I_0 \cdot \sin(\omega_i t + \varphi_i)$ [A].
Ideala spänningskällor har inre resistans noll, medan ideala strömkällor har oändlig inre resistans.

Generell ideal spänningskälla | Ideal lik-spänningskälla | Generell ideal strömskälla | Ideal likströmskälla

Resistans:

Den ideala modellen av ett fysikaliskt motstånd (benämns ibland även resistor, från den engelska benämningen på motstånd – ”resistor”) kallas *resistans*. Den elektriska egenskapen hos resistansen kallas också resistans och är ett mått på nätelementets strömbegränsande egenskap:
Ju högre resistans, desto lägre ström genom nätelementet. Resistansen betecknas vanligen R och har enheten **ohm** [Ω]. En elektrisk ledare har relativt låg resistans och en isolator har mycket hög resistans.
Ledningar i ideala elektriska nät är resistanslösa, vilket innebär att de har resistansen noll. Potentialen är då densamma längs hela ledningen.

För en resistans R gäller följande förhållande mellan spänningen $v(t)$ över den och strömmen $i(t)$ genom den: $\boxed{v(t) = R \cdot i(t)}$.
Detta samband, som gäller vid varje tidpunkt *t*, kallas **Ohms lag**.
För motsvarande likspänning *V* och likström *I* gäller samma förhållande:
$\boxed{V = R \cdot I}$



Ohms lag för resistansen *R:*

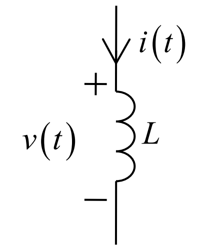
$v(t) = R \cdot i(t)$

Notera hur strömmen går från högre till lägre potential.

Notera att man för elektriska kretsar ibland använder $u(t)$ för att beteckna godtyckliga spänningar, vilket ger motsvarande likspännings-/likströmsamband $U = R \cdot I$.
I linjära systems- och signalbehandlingssammanhang betecknar dock ofta $u(t)$ enhetssteget $u(t) = \begin{cases} 1; & t \geq 0 \\ 0; & t < 0 \end{cases}$.

Om $u(t)$ någon gång förekommer som beteckning i en elektrisk krets så är det, om inget annat framgår av texten, en allmän <u>spänning</u> och <u>inte enhetssteget</u>!

Induktans:



Förhållandet mellan spänning och ström för induktansen *L:*

$$v(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

Notera hur strömmen går från högre till lägre potential.

En induktans är en ideal modell av en spole. Spolen består av en tunn isolerad tråd som är lindad ett antal varv runt en kärna av luft eller något ferromagnetiskt material. En *varierande ström* $i(t)$ genom spolen ger upphov till ett varierande magnetfält. Flödet $\phi(t)$ i spolen är proportionellt mot strömmen, dvs. $\phi(t) = k \cdot i(t)$, där *k* är en proportionalitetskonstant som till största delen beror på kärnans material och konstruktion.

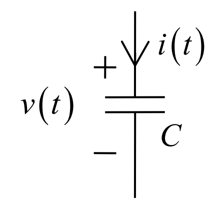
Magnetfältet ger i sin tur upphov till en spänning $v(t) = N \cdot \frac{d\phi(t)}{dt}$ mellan spolens anslutningspunkter (man säger att magnetfältet *inducerar* en spänning – därav benämningen *induktans*). Konstanten *N* är antalet lindningsvarv hos spolen. Följaktligen gäller förhållandet $\boxed{v(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt}}$ mellan spänningen $v(t)$ över spolen och strömmen $i(t)$ genom den.

Konstanten $L = k \cdot N$ är spolens *induktans* och har enheten **henry** [H].

En fysikalisk spole har även en viss resistans och en viss kapacitans, men för spolens ideala modell, induktansen, bortser man från dessa.

I *likströmsnät* är alla strömmar konstanta, vilket innebär att spänningen över varje induktans är noll $\left(\text{ty } di(t)/dt = 0\right)$ och följaktligen kan då varje induktans betraktas som en *kortslutning*.

Kapacitans:



Förhållandet mellan ström och spänning för kapacitansen *C:*

$$i(t) = C \cdot \frac{dv(t)}{dt}$$

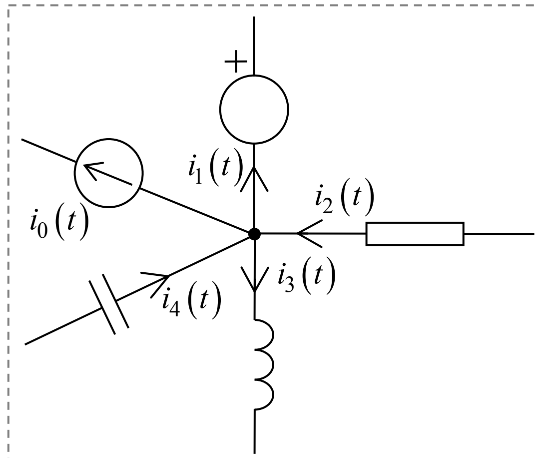
Notera strömmens riktning mot kapacitansens "+"-sida.

Kondensatorns ideala motsvarighet är *kapacitansen*. Kondensatorn består i princip av två slags metallplattor som är separerade med ett visst inbördes avstånd. Plattorna skiljs ofta åt av ett mellanliggande isolerande ämne, ett s.k. dielektrikum. Vid anslutning av kondensatorn till en elektrisk krets kan den tillföras och lagra elektrisk energi, genom att negativa laddningar (elektroner) förs till den ena plattan samtidigt som lika många positiva laddningar förs till den andra plattan (vilket egentligen sker genom att samma antal elektroner *förs bort* från den plattan). Observera att *ingen ström flyter genom kondensatorn*! Den mängd laddning *Q* som samlas vid varje platta är proportionell mot den spänning $v(t)$ som läggs över plattorna, dvs. $q(t) = C \cdot v(t)$, där konstanten $C = \varepsilon \cdot \frac{A}{d}$ är kondensatorns *kapacitans* och har enheten **farad** [F]. Kapacitansens värde beror på plattornas area *A*, avståndet *d* mellan plattorna och permittiviteten ε för det mellanliggande isolerande ämnet. Sambandet $i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$ (från definition av elektrisk ström på sidan 8) medför därför förhållandet $\boxed{i(t) = C \cdot \frac{dv(t)}{dt}}$ mellan strömmen $i(t)$ till en kondensator (eller kapacitans) med kapacitansen *C* och spänningen $v(t)$ över den . I *likspänningsnät* är strömmen till varje kapacitans noll $\left(\text{ty } dv(t)/dt = 0\right)$, vilket innebär att varje kapacitans betraktas som ett *avbrott*.

Några samband för och egenskaper hos linjära elektriska kretsar

Kirchhoffs strömlag (Kirchhoffs 1:a lag):

”*Summan av alla strömmar som flyter till en nod är lika med summan av alla strömmar som flyter från samma nod*”. För strömmarna i figuren till höger gäller därför $i_2(t)+i_4(t)=i_0(t)+i_1(t)+i_3(t)$.



Ibland formuleras Kirchhoffs strömlag analytiskt som det allmänna sambandet

$$\boxed{\sum_k i_k(t)=0},$$

där varje ström $i_k(t)$ adderas med positivt tecken om den går in mot noden och med negativt tecken om den går ut från noden. I exemplet till höger erhålls följaktligen det ekvivalenta sambandet $-i_0(t)-i_1(t)+i_2(t)-i_3(t)+i_4(t)=0$.

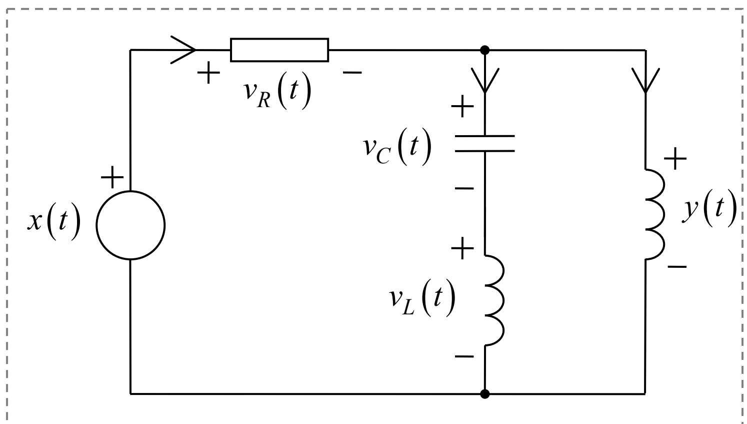
Kirchhoffs spänningslag (Kirchhoffs 2:a lag):

”*Summan av alla potentialändringar längs varje sluten väg i ett elektriskt nät är noll*”.

Kirchhoffs spänningslag formuleras vanligen analytiskt som det allmänna sambandet

$$\boxed{\sum_k v_k(t)=0},$$

där varje spänning $v_k(t)$ är potentialskillnaden mellan två efterföljande noder längs den slutna vägen.



Följaktligen gäller exempelvis, i figuren ovan, de tre sambanden

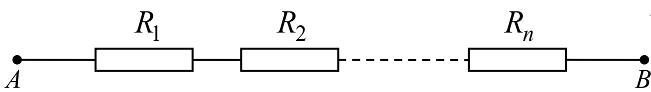
$y(t)+v_R(t)-x(t)=0$,

$x(t)-v_R(t)-v_C(t)-v_L(t)=0$ och

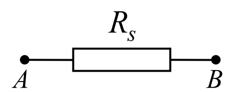
$v_L(t)+v_C(t)-y(t)=0$.

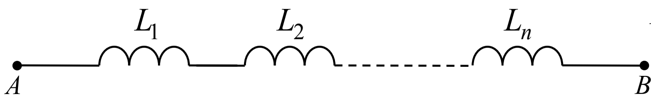
Seriekoppling av nätelement:

Ett antal seriekopplade nätelement av samma typ kan bytas ut mot *ett* sådant nätelement. Vid härledning av detta ersättningselements storlek används lämpligen bl.a. Kirchhoffs spänningslag samt observationen att samma ström flyter genom alla nätelement.

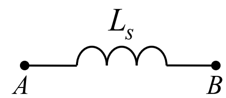


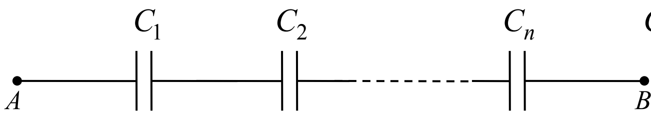
$$R_s = R_1 + R_2 + \cdots + R_n$$



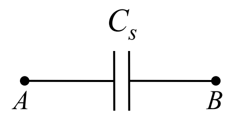


$$L_s = L_1 + L_2 + \cdots + L_n$$





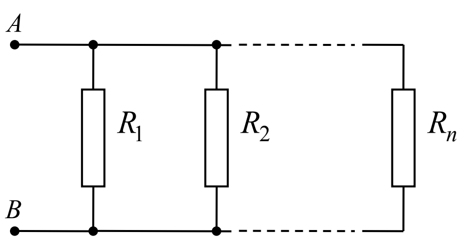
$$\frac{1}{C_s} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \cdots + \frac{1}{C_n}$$



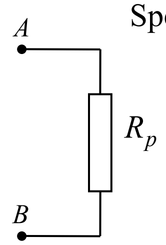
Specialfall för $n = 2$: $C_s = \dfrac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$

Parallellkoppling av nätelement:

Ett antal parallellkopplade nätelement av samma typ kan bytas ut mot *ett* sådant nätelement. Vid härledning av detta ersättningselements storlek används lämpligen bl.a. Kirchhoffs strömlag samt observationen att samma spänning ligger över alla nätelement.



$$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_n}$$

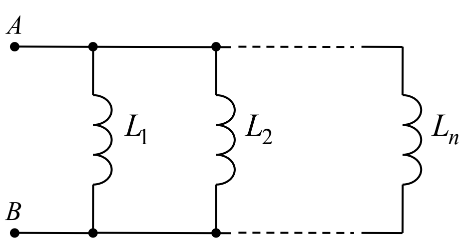


Specialfall för $n = 2$:

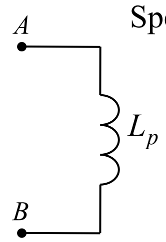
$$R_p = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

Beteckning:

$$\mathrm{R_p} = R_1 // R_2$$

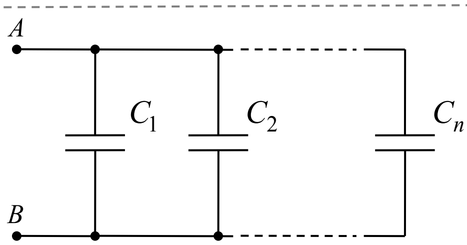


$$\frac{1}{L_p} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \cdots + \frac{1}{L_n}$$

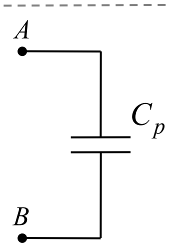


Specialfall för $n = 2$:

$$L_p = \frac{L_1 \cdot L_2}{L_1 + L_2}$$

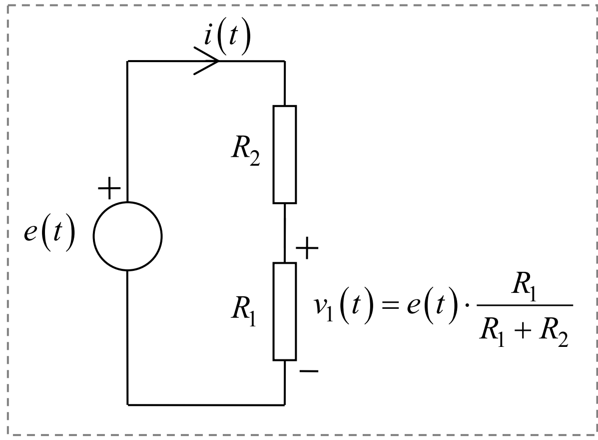


$$C_p = C_1 + C_2 + \cdots + C_n$$



Spänningsdelning över resistanser:

Om spänningen $e(t)$ ligger över två seriekopplade resistanser R_1 och R_2, så fördelas denna spänning över resistanserna i proportion till deras storlek. I figuren till höger kan sambandet mellan spänningen $v_1(t)$ över resistansen R_1 och spänningen $e(t)$ över båda resistanserna erhållas med hjälp av Ohms lag på följande sätt:

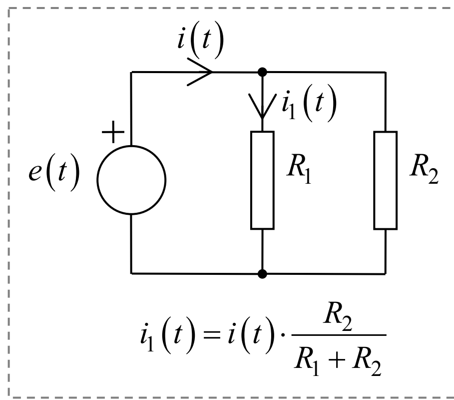


$$i(t) = \begin{cases} \dfrac{v_1(t)}{R_1} \\ \dfrac{e(t)}{R_1 + R_2} \end{cases} \quad \Rightarrow \quad v_1(t) = e(t)\frac{R_1}{R_1 + R_2},$$

där $i(t)$ är den ström som går genom båda resistanserna.

Strömdelning för resistanser:

Om strömmen $i(t)$ går genom två parallellkopplade resistanser R_1 och R_2, så fördelas denna ström omvänt proportionellt mot resistansernas storlek, enligt sambandet i figuren till höger.



Uttrycket för strömmen $i_1(t)$ kan härledas enligt följande:

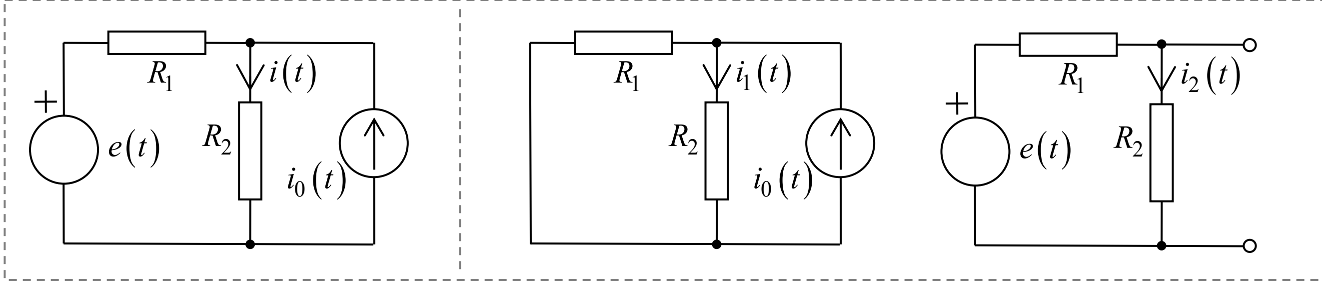
$$e(t) = \begin{cases} R_1 \cdot i_1(t) \\ (R_1 // R_2) \cdot i(t) \end{cases} \quad \Rightarrow \quad i_1(t) = i(t) \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2},$$

där $e(t)$ är spänningen över såväl R_1 som R_2.

Superpositionssatsen:

Det faktum att ett idealt *RLC*-nät (dvs. ett elektriskt nät med ideala strömkällor, spänningskällor, resistanser, kapacitanser och induktanser) är linjärt, kan utnyttjas på följande sätt:
Om nätet innehåller flera oberoende källor (spännings- och strömkällor), kan en godtycklig spänning eller ström i nätet beräknas som summan av de spänningsbidrag resp. strömbidrag som varje källa ger upphov till. Detta samband kallas vanligen för *superpositionssatsen* och är egentligen inget annat än en trivial egenskap hos ett linjärt ekvationssystem:

När bidraget från en källa beräknas, skall övriga källor nollställas. En nollställd spänningskälla är ekvivalent med en kortslutning (eftersom den har inre resistans noll) och en nollställd strömkälla är ekvivalent med ett avbrott (eftersom den har oändlig inre resistans).
Superpositionssatsen är lämpligast att använda för spännings- och strömberäkningar i relativt små elektriska nät. I figuren nedan gäller exempelvis $i(t) = i_1(t) + i_2(t)$.



Ström- och spänningsberäkningar vid sinusformade källor

Allmänna reella periodiska signaler kan fourierserieutvecklas, så att de beskrivs som en summa av ändligt eller oändligt många sinus- eller cosinussignaler av olika amplitud, fas och (vinkel-) frekvens. Om man önskar beräkna någon godtycklig ström eller spänning i ett linjärt elektriskt nät med periodiska ström- och spänningskällor, kan man därför bryta ned problemet till att beräkna strömmar eller spänningar för *sinusformade källor*. *RLC*-nätets linjära egenskap medför att den önskade totala strömmen eller spänningen kan erhållas som summan av de ström- eller spänningsbidrag som varje delton hos varje källa ger upphov till.

På sidan 9–10 visades vilka allmänna förhållanden som gäller mellan spänning och ström för ett *RLC*-näts resistanser $\left(v(t) = R \cdot i(t) \right)$, induktanser $\left(v(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt} \right)$ och kapacitanser $\left(i(t) = C \cdot \frac{dv(t)}{dt} \right)$. Betrakta en sinusformad delton $x(t) = A \cdot \cos(\omega_1 t + \varphi_x)$ från någon källa i nätet. På grund av nätelementens spänning-strömegenskaper (direkt proportionellt för resistanser och ett derivataförhållande för induktanser och kapacitanser), kommer *alla* spänningar och strömmar i nätet också att vara sinusformiga, med <u>samma vinkelfrekvens</u> ω_1. Detta är grunden för *en beräknings- och analysmetod med komplexvärda strömmar och spänningar*, vars syfte är att förenkla olika beräkningar i nätet. Denna metod är vanligen känd under namnet $j\omega$-metoden.

$j\omega$-metoden:

I den s.k. $j\omega$-metoden representeras alla (co-)sinussignaler av sina motsvarande *komplexa amplituder*. En cosinusformad spänning $v(t) = V_0 \cdot \cos(\omega_1 t + \varphi_v)$ och en cosinusformad ström $i(t) = I_0 \cdot \cos(\omega_1 t + \varphi_i)$ representeras således av de komplexa amplituderna $V = V_0 \cdot e^{j\varphi_v}$ respektive $I = I_0 \cdot e^{j\varphi_i}$. Tidssignalerna $v(t)$ och $i(t)$ erhålles då, vid behov, som $v(t) = \mathrm{Re}\{\tilde{v}(t)\}$ respektive $i(t) = \mathrm{Re}\{\tilde{i}(t)\}$, där $\tilde{v}(t) = V \cdot e^{j\omega_1 t}$ respektive $\tilde{i}(t) = I \cdot e^{j\omega_1 t}$ är motsvarande komplexa signaler. För enkelhetens skull används här endast cosinussignaler, men motsvarande gäller även för sinussignaler – det är bara att byta ”Re” mot ”Im” vid omvandling från komplex till reell signal eller justera fasvinkeln med $\frac{\pi}{2}$ (eftersom $\cos(\alpha) = \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right)$)!

Nätelementens komplexa spänning-strömförhållanden:

<u>Resistans</u>

$$v(t) = R \cdot i(t) \;\Rightarrow\; \mathrm{Re}\{\tilde{v}(t)\} = R \cdot \mathrm{Re}\{\tilde{i}(t)\} \;\Rightarrow\; \mathrm{Re}\left\{V \cdot e^{j\omega_1 t}\right\} = \mathrm{Re}\left\{R \cdot I \cdot e^{j\omega_1 t}\right\} \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{V = R \cdot I}.$$

<u>Induktans</u>

$$v(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt} \;\Rightarrow\; \mathrm{Re}\{\tilde{v}(t)\} = L \cdot \frac{d\,\mathrm{Re}\{\tilde{i}(t)\}}{dt} = \mathrm{Re}\left\{L \cdot \frac{d\tilde{i}(t)}{dt}\right\} \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; \mathrm{Re}\left\{V \cdot e^{j\omega_1 t}\right\} = \mathrm{Re}\left\{L \cdot \frac{d\left(I \cdot e^{j\omega_1 t}\right)}{dt}\right\} = \mathrm{Re}\left\{j\omega_1 L \cdot I \cdot e^{j\omega_1 t}\right\} \;\Rightarrow\; \boxed{V = j\omega_1 L \cdot I}$$

Kapacitans

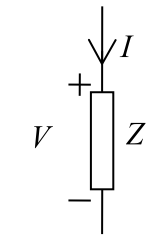
$$i(t) = C \cdot \frac{dv(t)}{dt} \quad \Rightarrow \quad \mathrm{Re}\left\{\tilde{i}(t)\right\} = C \cdot \frac{d\,\mathrm{Re}\left\{\tilde{v}(t)\right\}}{dt} = \mathrm{Re}\left\{C \cdot \frac{d\tilde{v}(t)}{dt}\right\} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \mathrm{Re}\left\{I \cdot e^{j\omega_1 t}\right\} = \mathrm{Re}\left\{C \cdot \frac{d\left(V \cdot e^{j\omega_1 t}\right)}{dt}\right\} = \mathrm{Re}\left\{j\omega_1 C \cdot V \cdot e^{j\omega_1 t}\right\} \quad \Rightarrow \quad I = j\omega_1 C \cdot V \quad \Rightarrow \quad V = \frac{1}{j\omega_1 C} \cdot I$$

Med en komplex representation av spänningar och strömmar, erhålls följaktligen ett förhållande mellan komplex spänning V och komplex ström I för resistanser, induktanser och kapacitanser som påminner om Ohms lag:

$$\boxed{V = Z \cdot I},$$

där Z är den **komplexa impedansen**. För en resistans R, en induktans L och en kapacitans C är motsvarande impedanser $Z_R = R$, $Z_L = j\omega_1 L$ respektive $Z_C = \dfrac{1}{j\omega_1 C}$.



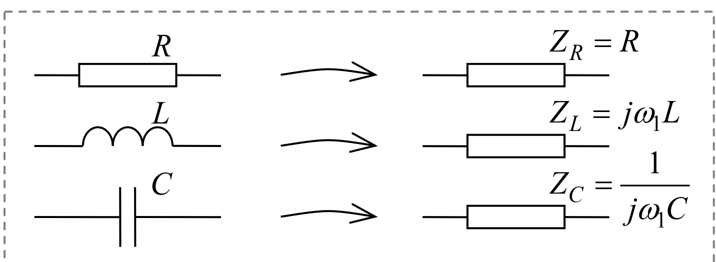
Ohms lag för impedansen Z:

$V = Z \cdot I$

Spänningen V och strömmen I är komplexvärda.

Metodik, $j\omega$-metoden:

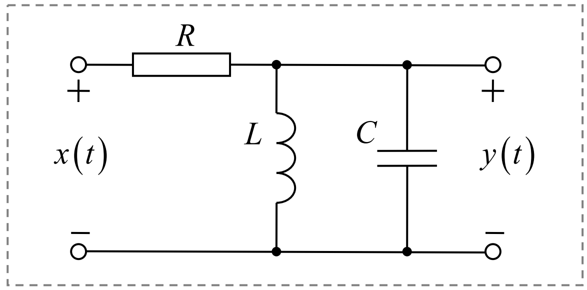
1. Ersätt alla sinusformade storheter med komplexa storheter, dvs. källor av typen $e(t) = E_0 \cdot \cos(\omega_1 t + \varphi_e)$ ersätts med $E = E_0 \cdot e^{j\varphi_e}$ och okända spänningar $v(t)$ och strömmar $i(t)$ i nätet ersätts med V respektive I.
2. Ersätt alla nätelement med komplexa impedanser:



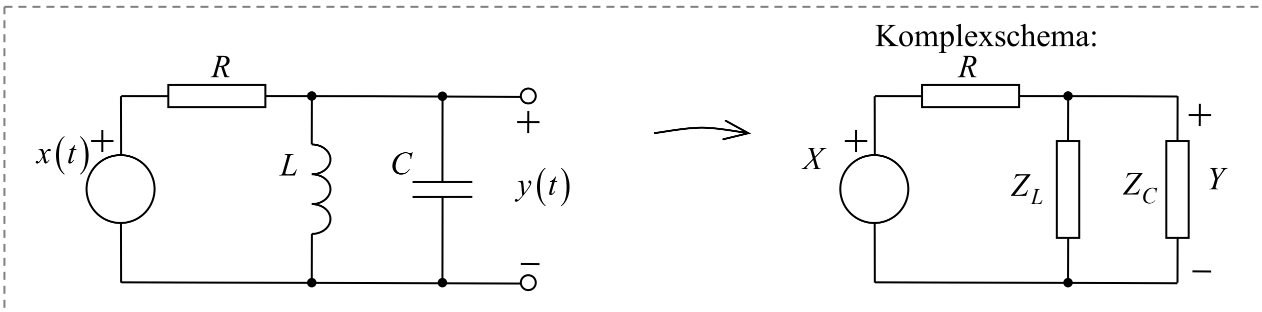
3. Betrakta det ekvivalenta *komplexschemat* som ett likströmsnät och använd likströmsteori (t.ex. Ohms lag för impedanser, Kirchhoffs lagar, spänningsdelning, strömdelning m.m.) för att beräkna t.ex. en sökt frekvensfunktion $H(\omega)$ eller en sökt signal $Y = Y_0 \cdot e^{j\varphi_y}$ (som är en komplex spänning eller ström).
4. För signaler: Omvandla beräknad spänning eller ström till motsvarande tidsuttryck: $Y = Y_0 \cdot e^{j\varphi_y} \quad \rightarrow \quad y(t) = Y_0 \cos(\omega_1 t + \varphi_y)$

Exempel på beräkning med *jω*-metoden:

Den elektriska kretsen till höger utgör ett frekvensselektivt filter, med insignal $x(t)$ och utsignal $y(t)$.
Beräkna filtrets frekvensfunktion $H(\omega)$.



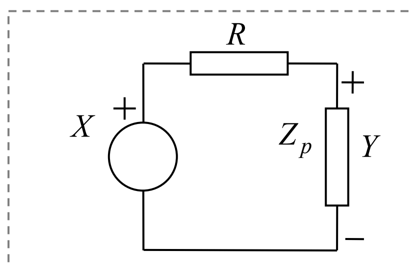
Börja alltid med att rita *komplexschema*:



I komplexschemat är $Z_L = j\omega_1 L$ och $Z_C = \dfrac{1}{j\omega_1 C}$ (för en förmodad sinusformad spänningskälla med vinkelfrekvens ω_1). Frekvensfunktionen $H(\omega)$ definieras som kvoten mellan de komplexa amplituderna Y och X, dvs. $H(\omega) = \dfrac{Y}{X}$ för generella vinkelfrekvenser ω.

Följaktligen behöver man ta fram ett uttryck på utspänningen Y som funktion av inspänningen X. Innan detta görs, är det lämpligt att förenkla komplexschemat genom att ersätta parallellkopplingen med

$$Z_p = Z_L // Z_C = \frac{Z_L \cdot Z_C}{Z_L + Z_C} = \frac{j\omega_1 L \cdot \dfrac{1}{j\omega_1 C}}{j\omega_1 L + \dfrac{1}{j\omega_1 C}} = \frac{j\omega_1 L}{1 - \omega_1^2 LC}.$$



Ekvivalent komplexschema

Spänningsdelning ger sedan

$$Y = X \cdot \frac{Z_p}{R + Z_p} = X \cdot \frac{\dfrac{j\omega_1 L}{1 - \omega_1^2 LC}}{R + \dfrac{j\omega_1 L}{1 - \omega_1^2 LC}} = X \cdot \frac{j\omega_1 L}{R\left(1 - \omega_1^2 LC\right) + j\omega_1 L}.$$

Frekvensfunktionen är då $\underline{H(\omega) = \dfrac{Y}{X} = \dfrac{j\omega L}{R\left(1 - \omega^2 LC\right) + j\omega L}}$,

där konstanten ω_1 i föregående samband är utbytt en vinkelfrekvensvariabel ω.
Om spänningskällan $x(t)$ ovan är sinusformad med vinkelfrekvens ω_1, gäller således $Y = X \cdot H(\omega_1)$.

Anm: Det är vanligt att man redan i komplexschemat använder en allmän vinkelfrekvensvariabel ω.

