

| Fråga | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|-------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| a)    |   |   |   | X |   |   | X |   |   |
| b)    | X |   |   |   |   | X |   | X |   |
| c)    |   |   | X |   |   |   |   |   | X |
| d)    |   | X |   |   | X |   |   |   |   |

①

LINJÄRITETSTEST:För insignalen  $x_n(t)$  genererar systemet utsignalen  $y_n(t)$ Låt  $x(t) = a \cdot x_1(t) + b \cdot x_2(t)$ , där  $a, b \in \mathbb{R}$ 

$$\Rightarrow \underline{y(t)} = x(t) \sin(20\pi t) = (a \cdot x_1(t) + b \cdot x_2(t)) \sin(20\pi t)$$

$$= \underbrace{a \cdot x_1(t) \sin(20\pi t)}_{= y_1(t)} + \underbrace{b \cdot x_2(t) \sin(20\pi t)}_{= y_2(t)} = \underline{a \cdot y_1(t) + b \cdot y_2(t)}$$

 $\Rightarrow$  Systemet är linjärtTIDSINVARIANSTEST:Låt  $\tilde{x}(t) = x(t-\tau)$  vara insignal. Systemets utsignal är då

$$\hat{y}(t) = \tilde{x}(t) \sin(20\pi t) = x(t-\tau) \sin(20\pi t)$$

$$\neq x(t-\tau) \sin(20\pi(t-\tau)) = y(t-\tau) \text{ för alla } t, \tau$$

 $\Rightarrow$  Systemet är inte tidsinvariant, det är tidsvariabelt∞ linjärt & tidsvariabelt system  $\Rightarrow$  Alternativ ⑥

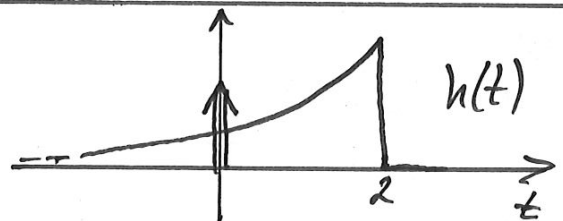
②

$$h(t) = \delta(t) + e^{2t} u_0(-t+2)$$

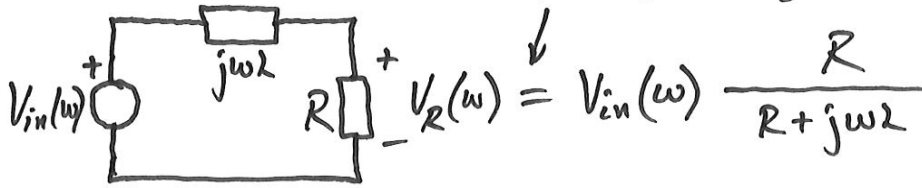
$$\int_{-\infty}^{\infty} |h(t)| dt = \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt}_{=1} + \underbrace{\int_{-\infty}^2 e^{2t} dt}_{=e^4/2}$$

$$= 1 + e^4/2 < \infty \Rightarrow \text{Systemet är } \underline{\text{stabilt}} \left. \vphantom{\int_{-\infty}^{\infty} |h(t)| dt} \right\} \Rightarrow$$

$$h(t) \neq 0 \text{ för } t < 0 \Rightarrow \text{Systemet är } \underline{\text{icke-kausalt}} \left. \vphantom{h(t) \neq 0} \right\} \text{Alt. ④}$$



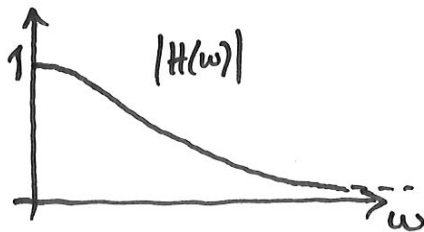
③ Komplexschema: Spänningsdelning



$$V_R(w) = V_{in}(w) \frac{R}{R + jwL}$$

$$\underline{H(w)} = \frac{V_R(w)}{V_{in}(w)} = \frac{R}{R + jwL} \Rightarrow \underline{|H(0)|} = \frac{R}{R} = \underline{1}$$

$$\underline{\lim_{w \rightarrow \infty} |H(w)|} = \lim_{w \rightarrow \infty} \left| \frac{\frac{R}{w}}{\frac{R}{w} + jL} \right| = \left| \frac{0}{0 + jL} \right| = \underline{0} \Rightarrow \text{(Principiellt utseende)}$$



$\Rightarrow$  Lågfrekventa frekvenssignaler passerar filtret med låg dämpning (nära 1), medan högfrekventa frekvenssignaler dämpas mycket ( $\rightarrow 0$  då  $w \uparrow$ )

$\Rightarrow$  Filtret/systemet utgör ett lågpassfilter  $\Rightarrow$  (C)

④  $R = 10 \Omega, L = 5H \Rightarrow \underline{H(w)} = \frac{10}{10 + jw \cdot 5} = 2 \cdot \frac{1}{2 + jw}$

Formelsamlingen, Tab 3:5  $\Rightarrow \underline{h(t) = 2 \cdot e^{-2t} \cdot u(t)}$   $\Rightarrow$  (a)

⑤  $x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} D_n \cdot e^{jn\omega_0 t}$  där  $D_n = \frac{1}{T_0} \int_{T_0} x(t) e^{-jn\omega_0 t} dt$   
Formels. sid 4

Frågraft  
 $\Rightarrow$  /Periodtiden  $T_0 = 4 \text{ sek} \Rightarrow \omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{\pi}{2} \text{ rad/s}$ /

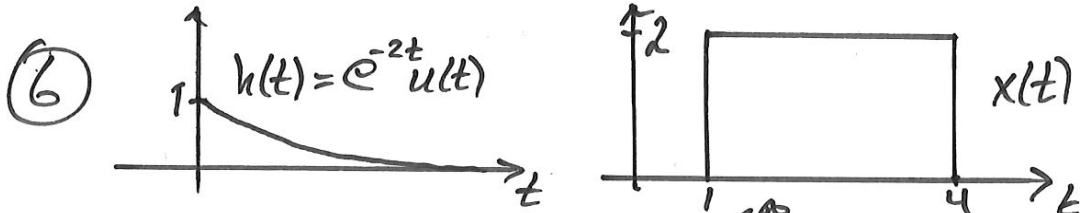
$$= \frac{1}{4} \int_0^3 4 \cdot e^{-jn \cdot \frac{\pi}{2} t} dt + \frac{1}{4} \int_3^4 0 \cdot e^{-jn \cdot \frac{\pi}{2} t} dt \Rightarrow$$

$$D_1 = \left[ \frac{e^{-j\frac{\pi}{2} t}}{-j\frac{\pi}{2}} \right]_0^3 = \frac{e^{-j\frac{3\pi}{2}} - e^0}{-j\frac{\pi}{2}} = \frac{2(1-j)}{j\pi}$$

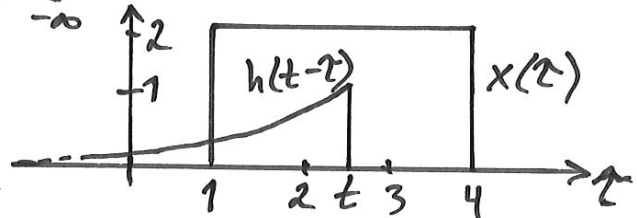
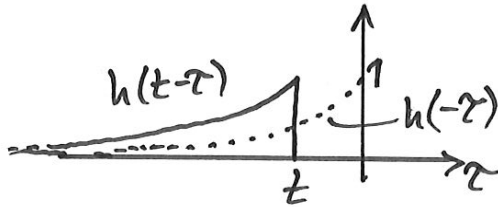
$(e^{-j\frac{3\pi}{2}} = j)$

Grundtonen  $C_1 \cdot \cos(\omega_0 t + \theta_1)$  där amplituden är

$$\underline{C_1} = 2|D_1| = 2 \cdot \frac{2\sqrt{1^2 + 1^2}}{\pi} = \frac{4\sqrt{2}}{\pi} \Rightarrow$$
 (d)



$$y(t) = y_{zs}(t) = (x * h)(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) h(t-\tau) d\tau$$



$\Rightarrow$  I intervallet  $2 \leq t \leq 3$

(och egentligen i intervallet  $1 \leq t \leq 4$ )

är utsignalen  $y(t) = \int_1^t 2 \cdot e^{-2(t-\tau)} d\tau = 2e^{-2t} \int_1^t e^{2\tau} d\tau$

$$= 2e^{-2t} \left[ \frac{e^{2\tau}}{2} \right]_1^t = e^{-2t} (e^{2t} - e^2) = \underline{\underline{1 - e^{-2(t-1)}}} \Rightarrow \textcircled{b}$$

⑦ Enklast är att utgå från pol-nollställediagrammen och dra slutsatser om  $|H(\omega)|$  och  $\arg H(\omega)$  utgående från polernas och nollställets positioner och antal hos  $H(s)$ .

Principer/egenskaper:

- Nollställe hos  $H(s)$  på  $j\omega$ -axeln, i  $s = j\omega_0 \Rightarrow |H(\omega_0)| = 0$

$\Rightarrow$  Alternativ a & d är möjliga

- Antal poler > antal nollställen hos  $H(s)$  i d.  $\Rightarrow \lim_{\omega \rightarrow \infty} |H(\omega)| = 0$ , vilket inte stämmer i d.

$\Rightarrow$  Alternativ  $\textcircled{a}$  är korrekt

Kontroll: Antal poler = antal nollställen i a  $\Rightarrow$

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} |H(\omega)| = \text{nivåkonst. } R = 1, \text{ vilket stämmer}$$

Det finns fler resonans/observationer som bekräftar  $\textcircled{a}$

Det finns även egenskaper hos de andra paren som utesluter dem, t.ex. att  $|H(f_0)| = 0$  för  $f_0 \approx 0,15 \text{ Hz} \Rightarrow H(s)$  ska ha ett nollst. i  $s = j2\pi f_0$ , vilket det inte har.

Notera att grafen till vänster visar  $|H(f)|$  &  $\arg H(f)$ ?  
Samband:  $\omega = 2\pi f$

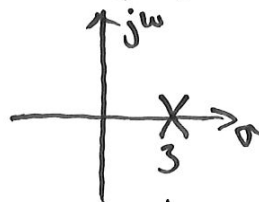
⑧  $y(t) = \mathcal{L}^{-1}\{Y(s)\}$  där  $Y(s) = Y_{zs}(s) = X(s) \cdot H(s)$   
 där  $X(s) = 5 \cdot \frac{1}{s+2}$  (Tab. 5:11)  $\Rightarrow Y_{zi}(s) = 0$  ↖ Energifritt system enl. uppg.

$H(s) = ?$  "Re{s} > -2"  
 $\mathcal{L}_{II}\{\text{diff. ekv.}\} \Rightarrow \mathcal{L}_{II}\left\{\frac{dy(t)}{dt} - 3y(t)\right\} = \mathcal{L}_{II}\{2x(t)\}$

Tab. 4:10

$$\Rightarrow sY(s) - 3Y(s) = 2X(s) \Rightarrow (s-3)Y(s) = 2X(s)$$

$$\Rightarrow \underline{H(s)} = \frac{Y_{zs}(s)}{X(s)} = \frac{2}{s-3}$$



Stabilt system, enligt uppgift  $\Rightarrow j\omega$ -axeln ingår i konvergensområdet för  $H(s)$ , som därför är  $\text{Re}\{s\} < 3$

Dvs.  $\underline{Y(s)} = X(s) \cdot H(s) = \frac{5}{s+2} \cdot \frac{2}{s-3} = \frac{10}{s+2} + \frac{10}{s-3}$

$$= -2 \frac{1}{s+2} - 2 \cdot \frac{-1}{s-3}$$

$\text{Re}\{s\} > -2$        $\text{Re}\{s\} < 3$

Formels. Tab. 5:11 & 5:14  $\Rightarrow \underline{y(t) = -2e^{-2t}u(t) - 2e^{3t}u_0(-t)}$   $\Rightarrow$  ⑥

⑨  $x(t) = 4\cos(\omega_0 t) \Rightarrow$  om LTI-systemet är stabilt så blir utsignalen  $y(t) = 4 \cdot |H(\omega_0)| \cos(\omega_0 t + \arg H(\omega_0))$  [ $\omega_0 = 2$  rad/s här]

$\int_{-\infty}^{\infty} |h(t)| dt = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt + \int_0^{\infty} 2e^{-3t} dt = 1 + \frac{2}{3} < \infty \Rightarrow$  systemet är stabilt  
↖ Behöver ej beräknas      ↘ Behöver motiveras!

$\underline{H(\omega)} = \mathcal{F}\{\delta(t)\} + \mathcal{F}\{2e^{-3t}u(t)\} =$  (formels. Tab. 3:1 resp. 3:5)  
 $= 1 + 2 \cdot \frac{1}{3+j\omega} = \frac{3+j\omega}{3+j\omega} + \frac{2}{3+j\omega} = \frac{5+j\omega}{3+j\omega} \Rightarrow$

$\underline{H(2)} = \frac{5+j2}{3+j2} = \frac{\sqrt{5^2+2^2} \cdot e^{j\arctan \frac{2}{5}}}{\sqrt{3^2+2^2} \cdot e^{j\arctan \frac{2}{3}}} = \sqrt{\frac{29}{13}} \cdot e^{j(\arctan \frac{2}{5} - \arctan \frac{2}{3})} \approx \underline{1,15 \cdot e^{-j0,2}}$

$\Rightarrow \underline{y(t) \approx 4 \cdot 1,15 \cos(2t - 0,2)}$   $\Rightarrow$  ⑦