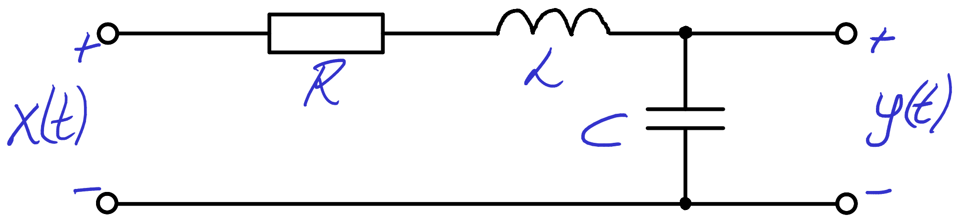
# Signaler & System – Föreläsning 5:
# Fouriertransformanalys av LTI-system samt Amplitudmodulering

Ett större räkneexempel med representativa fouriertransformberäkningar:




$R = 1\,\Omega$
$L = 1\,H$
$C = 1\,F$

a) Beräkna/bestäm LTI-systemets
- * frekvensfunktion $H(\omega)$
- * impulssvar $h(t)$, samt skissera detta.
- * kausalitetsegenskap & stabilitetsegenskap.
- * systembeskrivande differentialekvation.
- * ordning.
- * amplitudkaraktäristik $|H(\omega)|$

b) Skissera amplitudkaraktäristiken och ange/motivera vilken typ av frekvens-selektivt filter (LP, BP, HP osv.) det elektriska systemet utgör.

c) Beräkna utsignalen $y_1(t)$ då insignalen är

$$x_1(t) = 3 \cdot e^{-2t} \cdot u(t) \; [V]$$

och systemet är energifritt.

d) Beräkna utsignalen $y_2(t)$ då insignalen är

$$x_2(t) = 4 + 3\cos\left(2t + \frac{3\pi}{4}\right) \; [V]$$

e) Beräkna systemets stegsvar $g(t)$

För uppgift a) behöver vi följande:

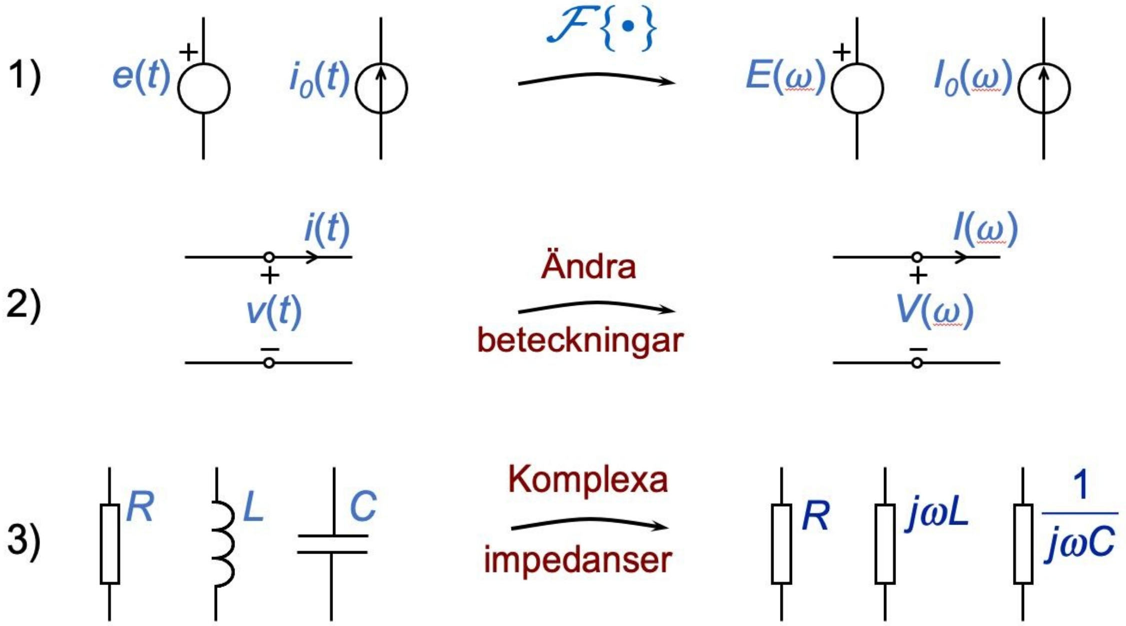
# **Kretsberäkningar**, linjära *RLC*-nät

(för *passiva kretselement och fouriertransformerbara källor*)

**Metodik**: Använd ***jω*-metoden** för beräkning av godtycklig spänning/ström $y(t)$

(begynnelsevillkor ≠ 0, dvs. ev. lagrad energi i $L$ & $C$, kan *inte* hanteras)

Steg 1–3 = Gör om nätet till ekvivalent **komplexschema**



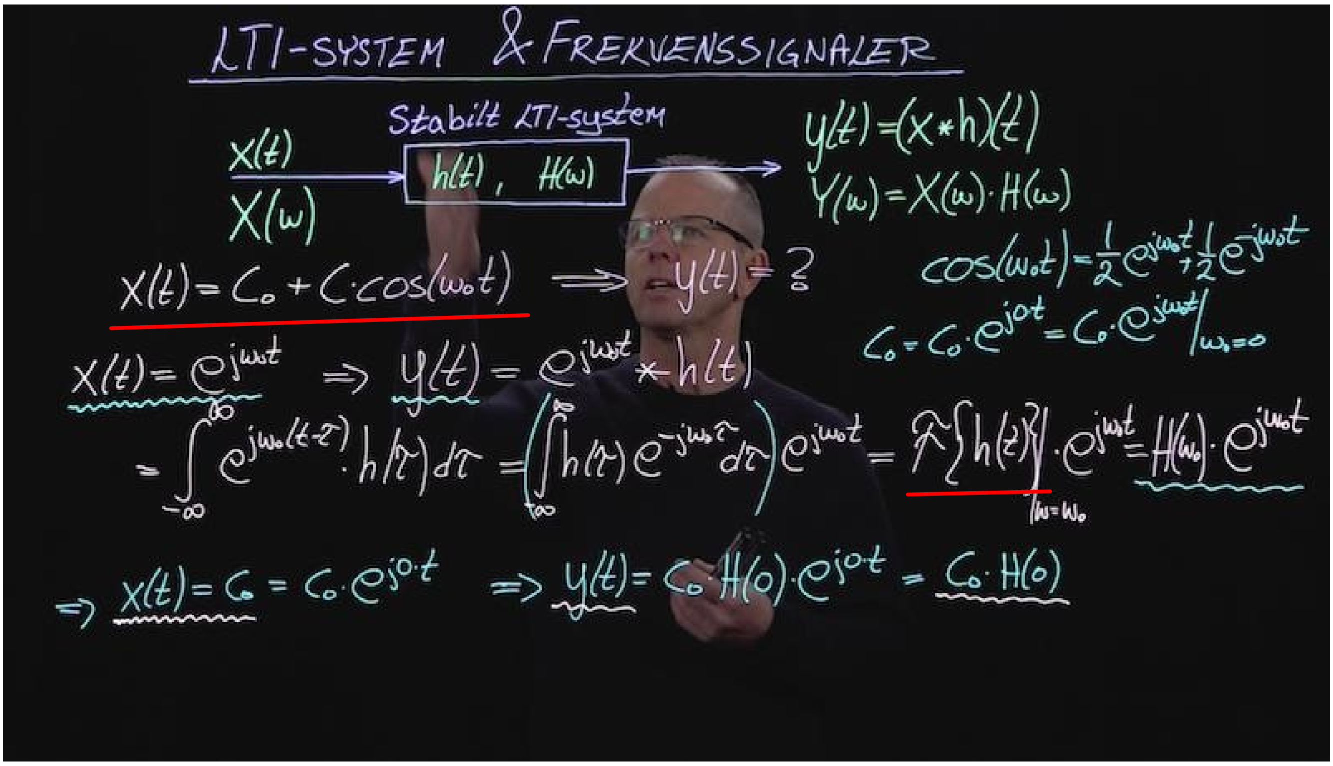

4) Likströmsteori $\Longrightarrow$ Sökt storhets fouriertransform ( $Y(\omega)$ )

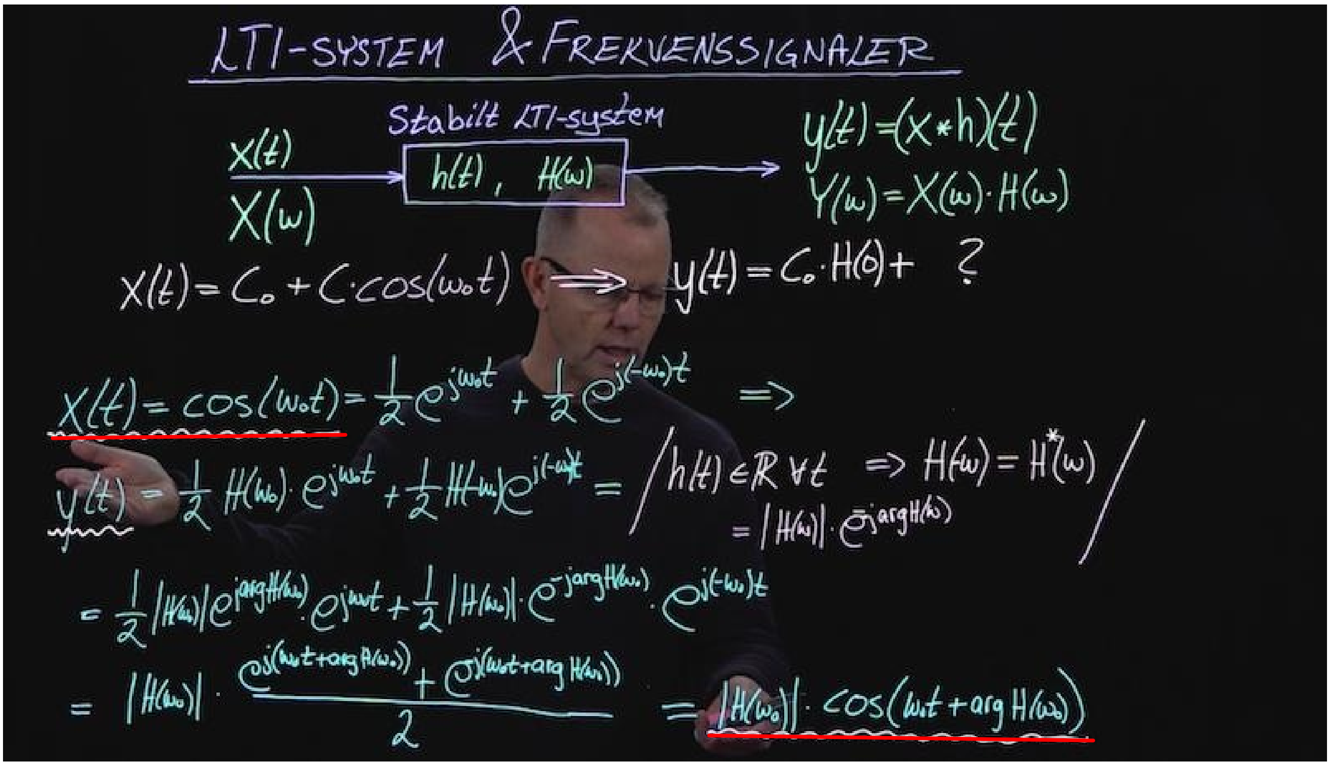
5) Inverstransformera $\Longrightarrow$ Sökt storhets tidsuttryck ( $y(t) = \mathcal{F}^{-1}\{ Y(\omega)\}$ )

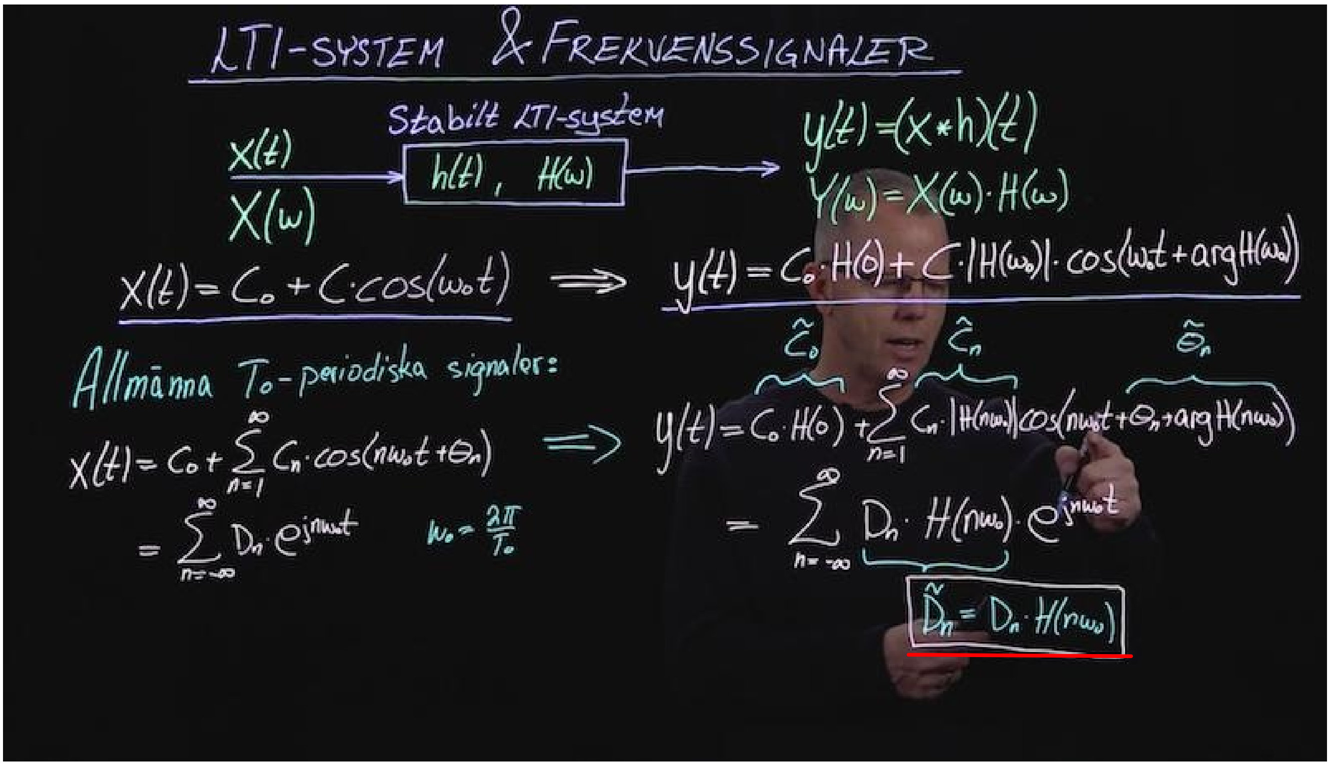
För uppgift d) behöver vi följade:

Förberedande video om hur LTI-system amplitudskalar och fasförskjuter frekvenssignaler

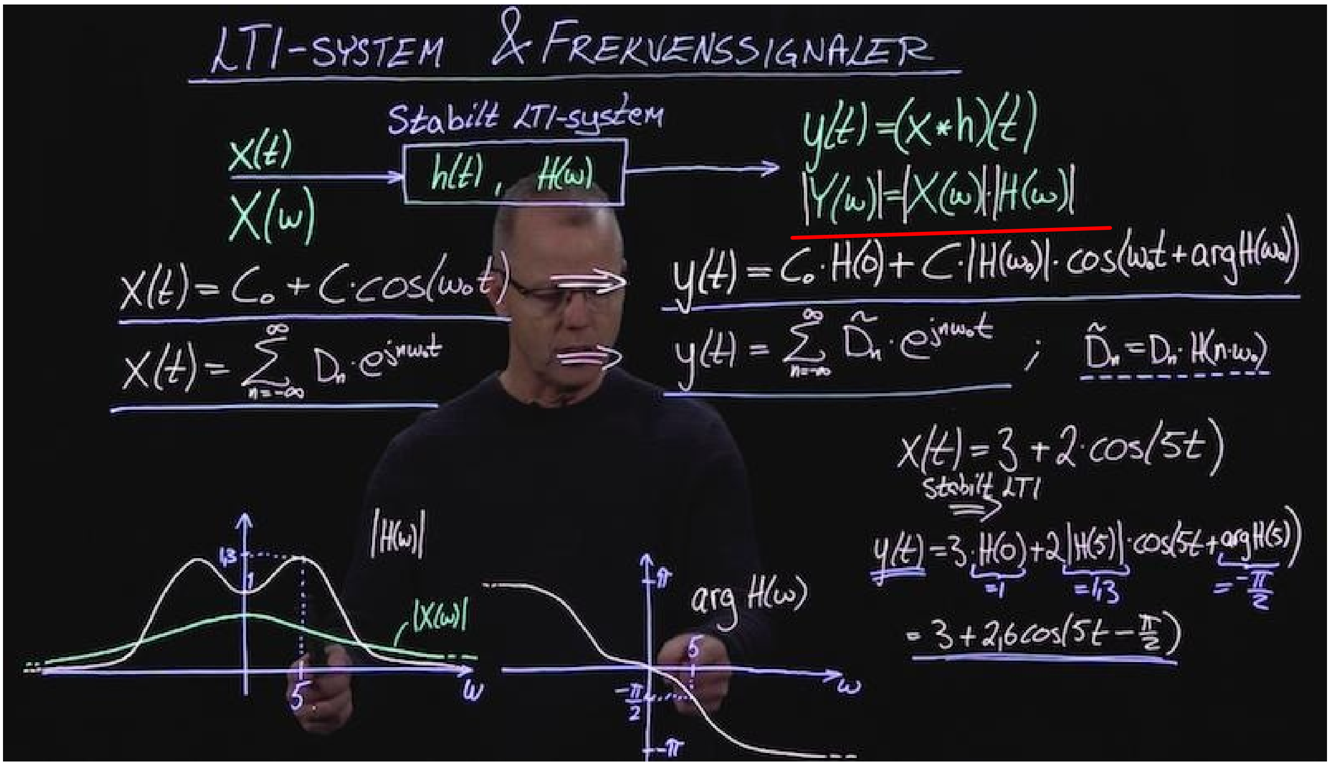
Från föreläsningen om fourierserier känner du redan till hur LTI-system amplitudskalar och fasvrider en insignal x(t) = Co + C*cos(wot), men här är en härledning – tillsammans med förtydligande exempel – som baserar sig mer på fouriertransformen.

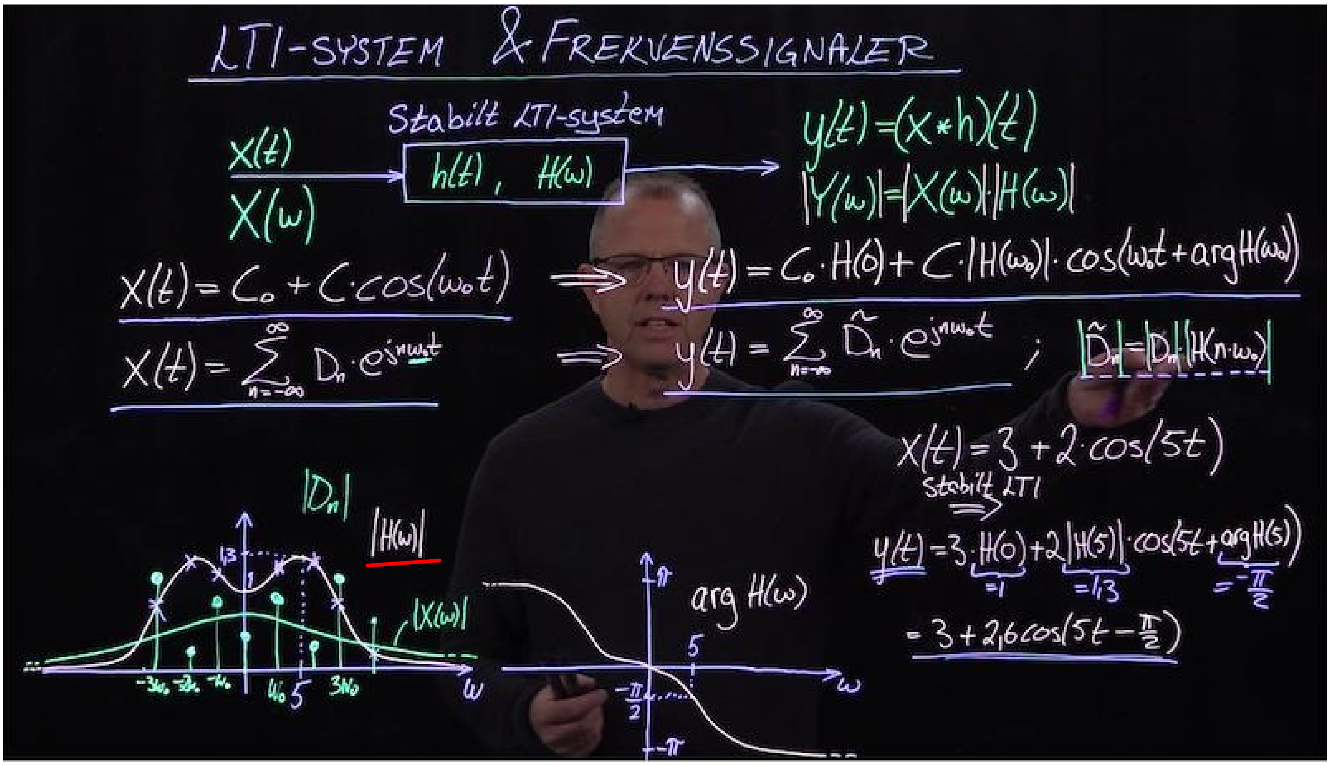





I videon skriver jag $\tilde{D}_n$ i stället för $\hat{D}_n$ — det spelar ingen större roll vilken vi använder.






Räkneexemplet gås nu/här igenom i en annan app!

# Digital kommunikation

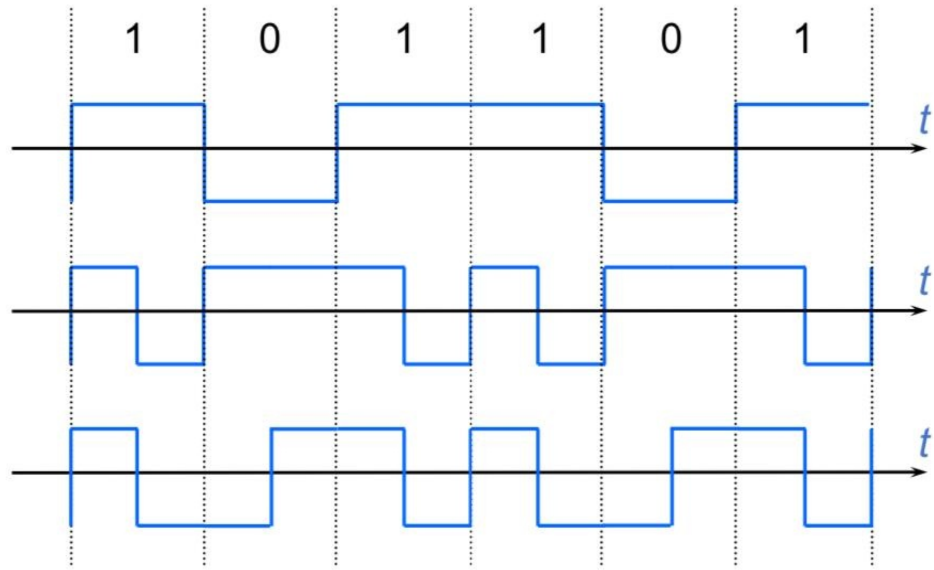
## Digital signalering med analoga signalvågformer

Basbandsmodulation,

Exempel 1:

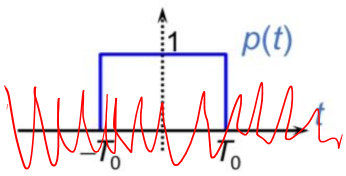
Exempel 2:

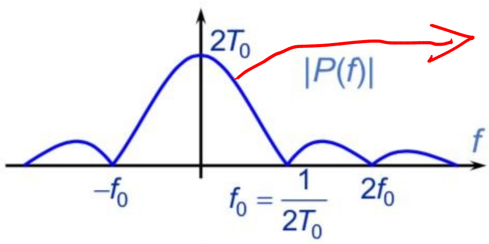
Exempel 3:



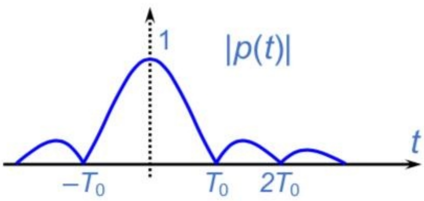

## Ex. på signalpulsformer för basbandskanaler:

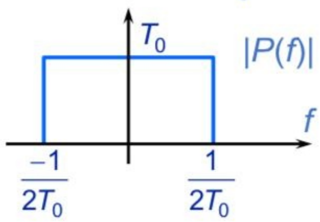
$$p(t)=u(t+T_0)-u(t-T_0)$$



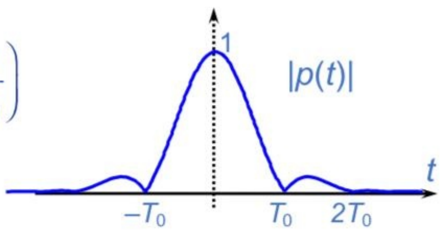

$$p(t)=\mathrm{sinc}\left(\frac{t}{T_0}\right)$$

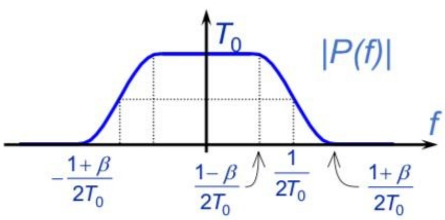



$$p(t)=\frac{\cos(2\beta\pi t/T_0)}{1-(4\beta t/T_0)^2}\mathrm{sinc}\left(\frac{t}{T_0}\right)$$

”Raised cosine”

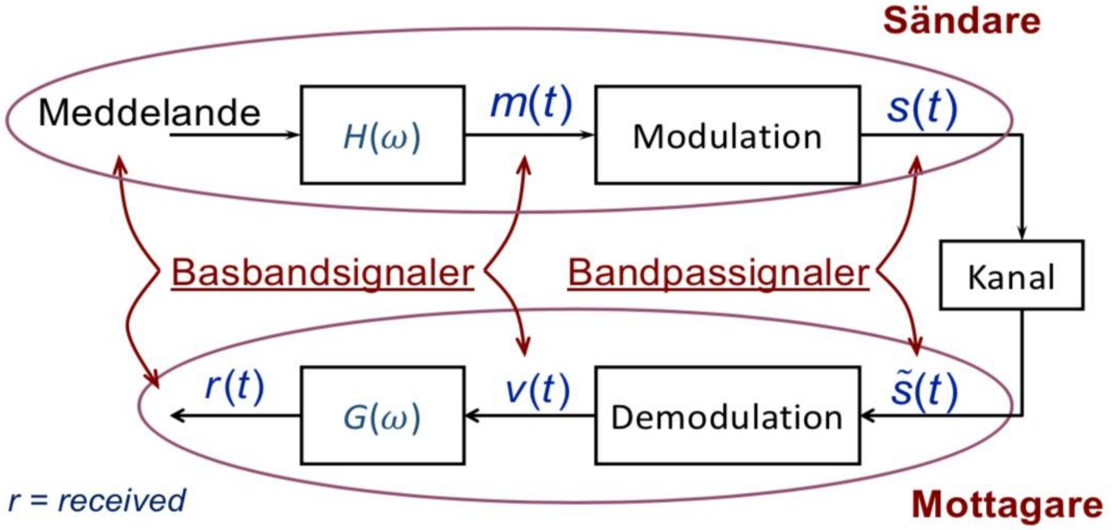


# Vanligt: högfrekvent signalerering

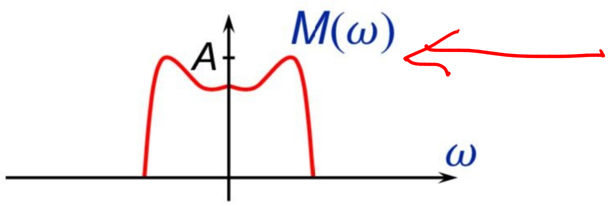
(T.ex. ADSL, mobiltfn, radio, satellit, bluetooth, WLAN m.m.)

Typiskt analogt kommunikationssystem:

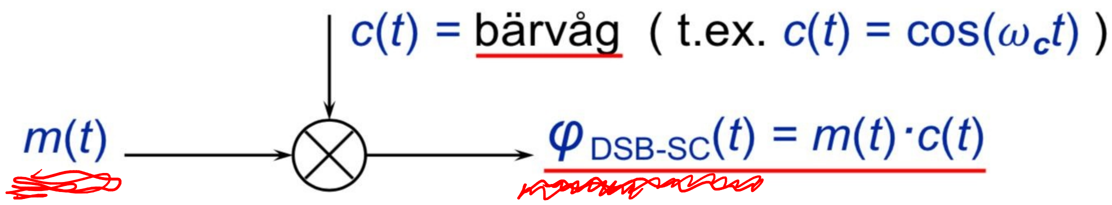



# Generell Amplitudmodulering

**Basbandsignal** ( här: meddelandesignalen $m(t)$ ):



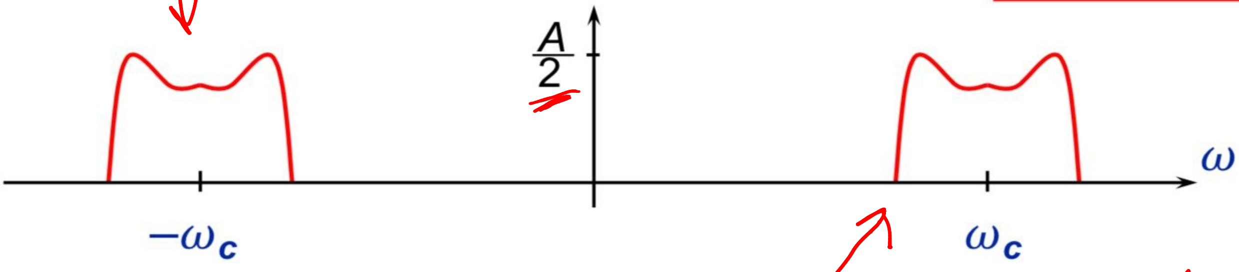

**Amplitudmodulering (AM-DSB-SC):**



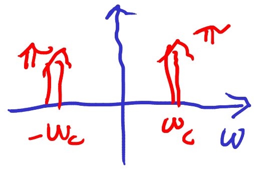
## Bandpassignal (AM-DSB-SC):

$\varphi(t)$ $\quad (M*C)(f)$

$$\Phi_{DSB\text{-}SC}(\omega) = \mathcal{F}\{m(t)\cdot c(t)\} = \frac{1}{2\pi}(M*C)(\omega)$$



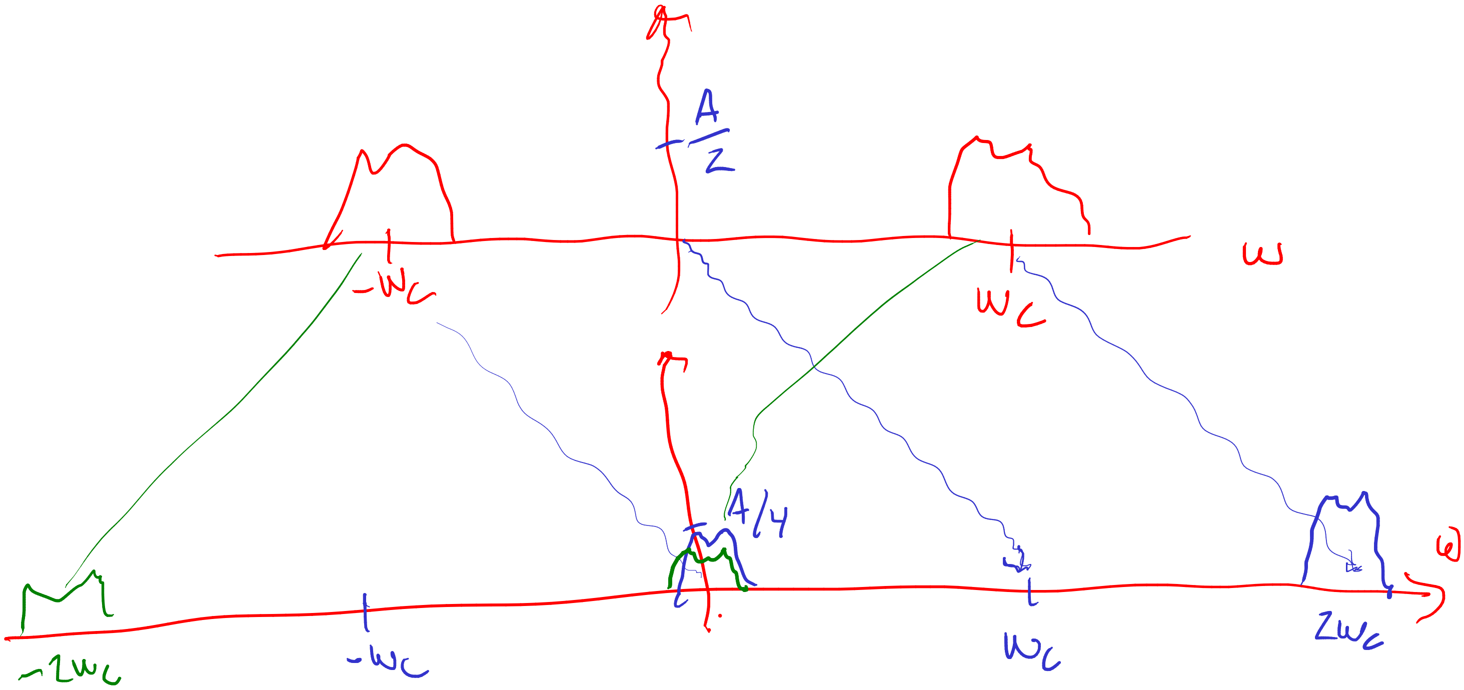

där $\quad C(\omega) = \mathcal{F}\{\cos(\omega_c t)\} = \pi\left(\delta(\omega+\omega_c)+\delta(\omega-\omega_c)\right)$



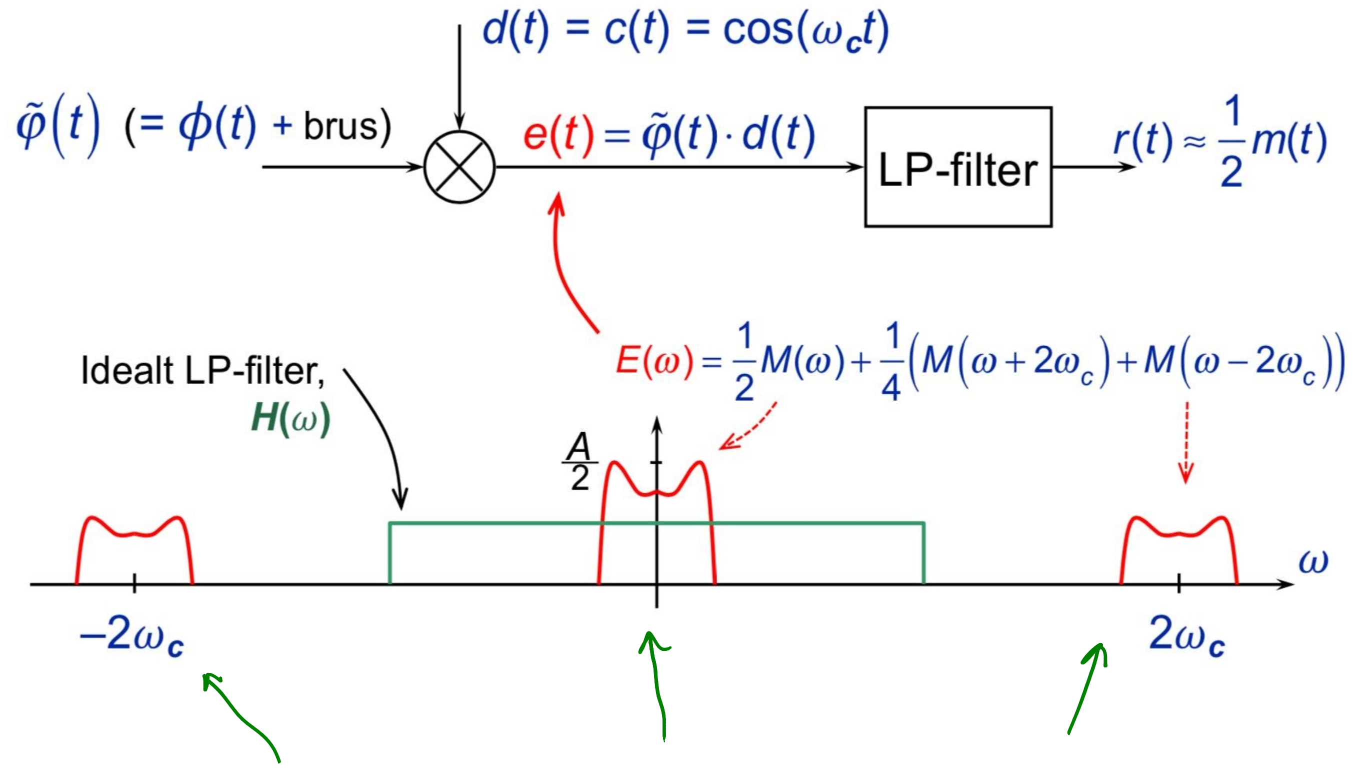

$$\Rightarrow \quad \boxed{\Phi_{DSB\text{-}SC}(\omega) = \frac{1}{2}\left(M(\omega+\omega_c)+M(\omega-\omega_c)\right)}$$

$$M(\omega) * \pi\delta(\omega-\omega_c) = \frac{1}{2\cancel{\pi}}\cancel{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} M(\omega-\lambda)\,\underbrace{\delta(\lambda-\omega_c)}_{\lambda=\omega_c}\,d\lambda$$

$$= \frac{1}{2} M(\omega-\omega_c)$$



# Demodulering + LP-filter:



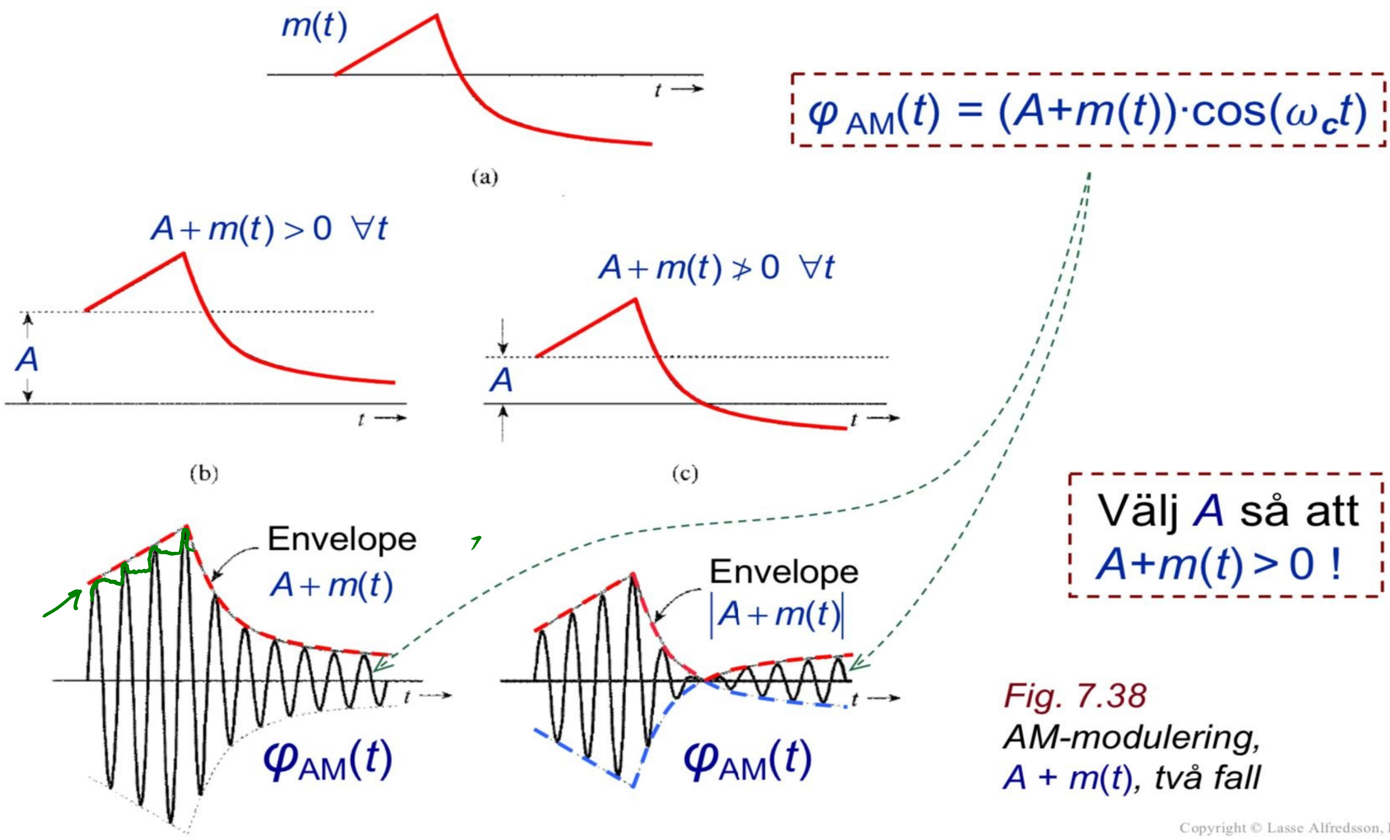
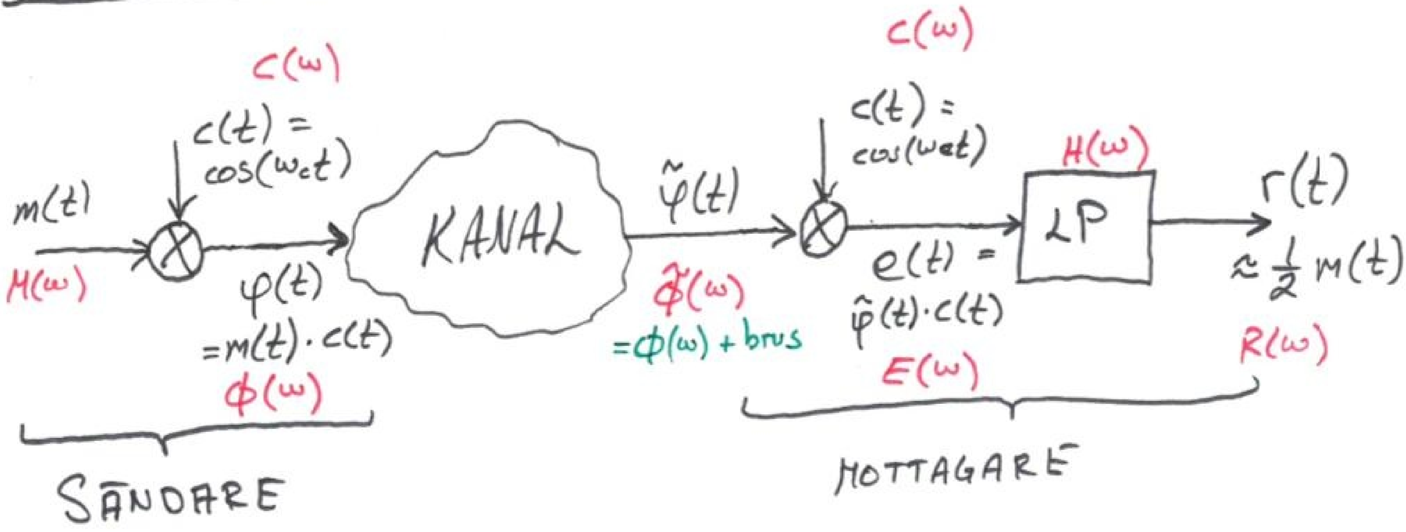
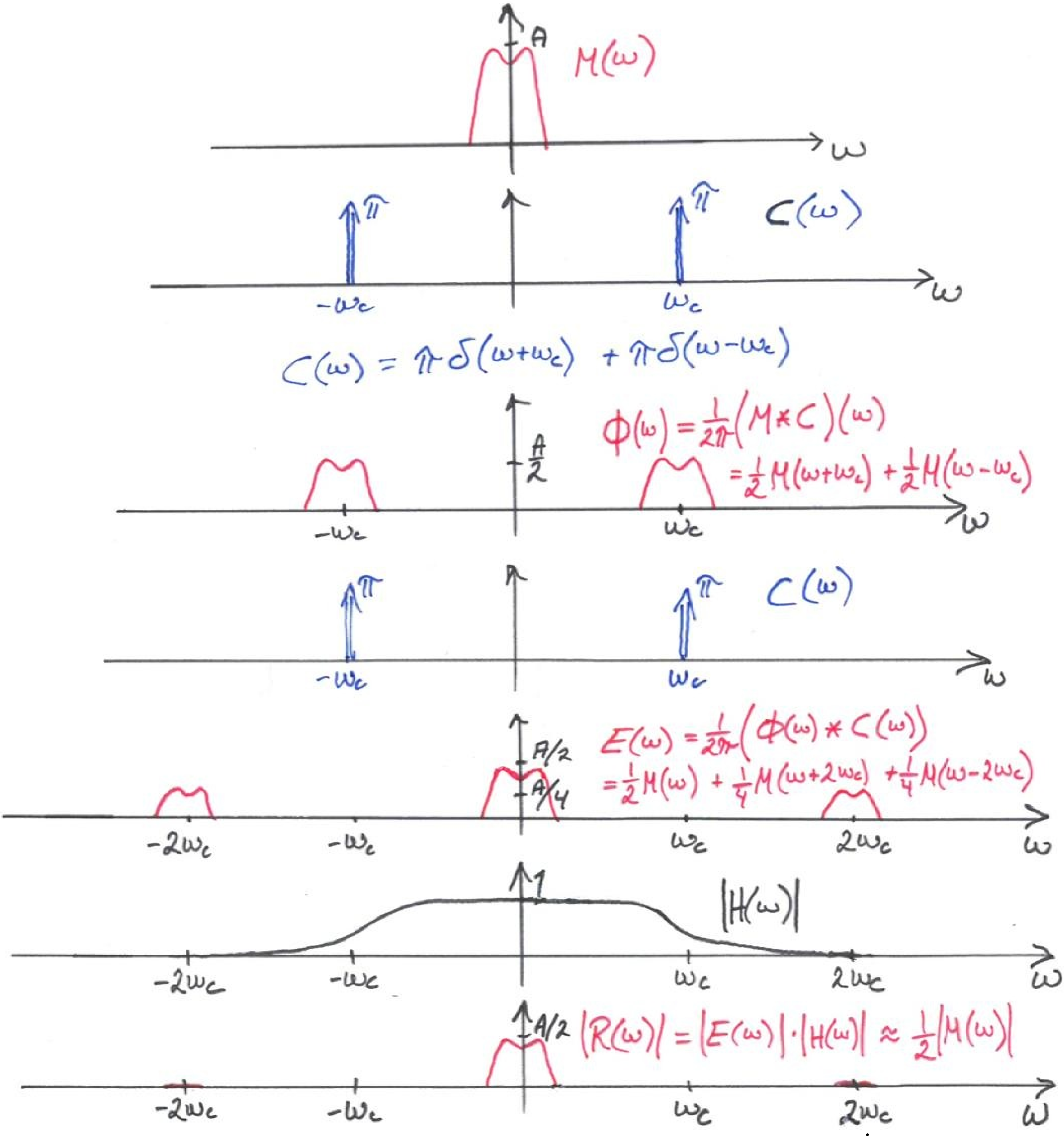




*Fig. 7.38*
*AM-modulering,*
*$A + m(t)$, två fall*

# AMPLITUDMODULERING & -DEMODULERING




$$C(\omega) = \pi\delta(\omega+\omega_c) + \pi\delta(\omega-\omega_c)$$

$$\Phi(\omega) = \frac{1}{2\pi}(M * C)(\omega) = \frac{1}{2}M(\omega+\omega_c) + \frac{1}{2}M(\omega-\omega_c)$$

$$E(\omega) = \frac{1}{2\pi}\left(\Phi(\omega) * C(\omega)\right) = \frac{1}{2}M(\omega) + \frac{1}{4}M(\omega+2\omega_c) + \frac{1}{4}M(\omega-2\omega_c)$$

$$|R(\omega)| = |E(\omega)|\cdot|H(\omega)| \approx \frac{1}{2}|M(\omega)|$$