Fråga	$x(t)\Leftrightarrow C_n, D_n$			$x(t)\Leftrightarrow X(\omega)$			$x(t)\Leftrightarrow X(s)$			$x[n]\Leftrightarrow X[z]$			$x[n]\Leftrightarrow X[\Omega]$		
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**
Svar	**c**	**c**	**b**	**c**	**b**	**d**	**d**	**d**	**c**	**c**	**a**	**a**	**a**	**b**	**a**

1. $D_n = \frac{C_n}{2} e^{j\theta_n} \Rightarrow |D_n| = \frac{C_n}{2} \Rightarrow$ c

(dvs. $C_n = 2|D_n|$)

2. $x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} D_n \cdot e^{jn\omega_0 t} \Rightarrow$

$x(a\cdot t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} D_n \cdot e^{jn\underbrace{(a\omega_0)}t}$

~~Här~~ finns informationen om signalens grundvinkelfrekvens/periodtid

$\Rightarrow$ Samma komplexa fourierseriekoefficienter, oavsett tidsskalningen av $x(t)$ $\Rightarrow$ c

3. $D_n = \frac{1}{T_0}\int_{T_0} x(t) e^{-jn\omega_0 t} dt = \Big/ T_0 = 2 \text{ sek} \Rightarrow \omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \pi \text{ rad/s} \Big/$

$= \frac{1}{2}\left(\int_0^1 3e^{-jn\pi t} dt + \int_1^2 (-3)e^{-jn\pi t} dt\right) =$ $n \neq 0$ ty division med n i prim. fkn.

$= \frac{3}{2}\left(\left[\frac{e^{-jn\pi t}}{-jn\pi}\right]_0^1 - \left[\frac{e^{-jn\pi t}}{-jn\pi}\right]_1^2\right)$

$= \frac{3}{-jn\pi\cdot 2}\left(e^{-jn\pi} - e^0 - \left(\underbrace{e^{-jn2\pi}}_{=1^n=1} - e^{-jn\pi}\right)\right)$ $e^{-jn\pi} = (-1)^n$

$= \frac{3(1-(-1)^n)}{jn\pi} = \begin{cases} 0; & \text{jämna } n \neq 0 \\ \frac{6}{jn\pi}; & \text{udda } n \end{cases} \Rightarrow$ b

$D_0 = \frac{1}{2}\int_{T_0} x(t) e^0 dt = \ldots = 0$ (ses även direkt i figuren)

④ • $\int_{-\infty}^{\infty} |u(t)| \, dt = \infty \Rightarrow \mathcal{F}\{u(t)\}$ existerar inte enligt grunddefinitionen. Doch existerar den "i distributionsmening" (vilket i praktiken innebär att fouriertransformen innehåller någon diracimpuls).

• Man kan "lätt" (alternativt) visa att $\mathcal{L}\{u(t)\} = \frac{1}{s}$; $Re\{s\} > 0$, dvs. vi kan inte erhålla $\mathcal{F}\{u(t)\}$ genom att sätta in $s = j\omega$ (eftersom $j\omega$-axeln inte ingår i konvergensområdet för $\mathcal{L}\{u(t)\}$ $\Rightarrow$ ⓒ är felaktig

• Alternativt kan man se att a, b och d är korrekta, vilket innebär att ⓒ är felaktig :)

⑤ $$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt \iff X(\omega) = \mathcal{F}\{x(t)\}$$

$$\Rightarrow X(\omega - \omega_0) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j(\omega-\omega_0)t} dt$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{j\omega_0 t} \cdot e^{-j\omega t} dt$$

$$\Rightarrow X(\omega - \omega_0) = \mathcal{F}\{x(t) e^{j\omega_0 t}\} \Rightarrow ⓑ$$

⑥ $$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt = \int_{-\infty}^{0-} \underbrace{e^{2t} e^{-j\omega t}}_{e^{(2-j\omega)t}} dt + \int_{0}^{\infty} \underbrace{e^{-2t} e^{-j\omega t}}_{e^{-(2+j\omega)t}} dt$$

$$= \left[\frac{e^{(2-j\omega)t}}{2-j\omega} \right]_{-\infty}^{0-} + \left[\frac{e^{-(2+j\omega)t}}{-(2+j\omega)} \right]_{0}^{\infty}$$

$$= \frac{e^0 - \lim_{t \to -\infty} e^{2t} \cdot e^{-j\omega t}}{2-j} + \frac{\lim_{t \to \infty} e^{-2t} \cdot e^{-j\omega t} - e^0}{-(2+j\omega)}$$

$$= \frac{1}{2-j\omega} + \frac{1}{2+j\omega} = \frac{2+j\omega+2-j\omega}{(2-j\omega)(2+j\omega)} = \frac{4}{4+\omega^2} \Rightarrow ⓓ$$

(7) Om $X(s)$ har konvergensområde $Re\{s\} > 3$,
så har $X(s-s_0)$ konvergensområde $Re\{s-s_0\} > 3$,
dvs. $Re\{s-3-2j\} = Re\{s-3\} > 3 \Rightarrow Re\{s\} > 6 \Rightarrow$ (d)

(8) Konvergensområdet för $X(s) + W(s)$ är lika med snittet av de två transformernas konvergensområden (dvs. det område i s-planet som gäller för både $X(s)$ och $W(s)$. $Re\{s\} > 2$ resp. $Re\{s\} < 1$ ger dock inget sådant sammansatt konvergensområde
$\Rightarrow \mathcal{L}\{x(t) + w(t)\}$ existerar inte $\Rightarrow$ (d)

(9)
$$\mathcal{L}_{II}\{4u(t) + 3e^{2t}u_0(-t)\}$$
$$= \int_0^\infty 4e^{-st}dt + \int_{-\infty}^{0-} 3\underbrace{e^{2t}e^{-st}}_{=e^{(2-s)t}}dt$$
$$= 4\left[\frac{e^{-st}}{-s}\right]_0^\infty + 3\left[\frac{e^{(2-s)t}}{2-s}\right]_{-\infty}^{0-} = \big/\, s = \sigma + j\omega \,\big/$$
$$= \frac{4}{-s}\Big(\underbrace{\lim_{t\to\infty} e^{-\sigma t}e^{-j\omega t}}_{=0 \text{ om } \sigma>0} - e^0\Big) + \frac{3}{2-s}\Big(e^0 - \underbrace{\lim_{t\to-\infty} e^{(2-\sigma)t}e^{j\omega t}}_{=0 \text{ om } 2-\sigma>0 \text{ dvs. } \sigma<2}\Big)$$
$$= \frac{4}{s} - \frac{3}{s-2} = \frac{4(s-2) - 3s}{s(s-2)}$$
$$= \frac{s-8}{s^2-2s} \Rightarrow \text{(c)}$$

(Konv.omr. $0 < \sigma < 2$ där $\sigma = Re\{s\}$)

(10) Samband (c) är korrekt

(11) $\mathcal{Z}_{II}\{x[n]\} = X_{II}[z] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]\cdot z^{-n}$ ☆

$\Rightarrow \underline{\mathcal{Z}_{II}\{x[-n]\}} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[-n]\cdot z^{-n} = / k=-n /$

$= \sum_{k=\infty}^{-\infty} x[k]\cdot z^{k} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]\cdot (z^{-1})^{-n}$

$= /$ Jfr. med ☆ $/ = X_{II}[z^{-1}] = \underline{X_{II}[\tfrac{1}{z}]} \Rightarrow$ (a)

(12) $\mathcal{Z}_{II}\{2^n\cdot u[n-2] + u[n]\} =$

$= \sum_{n=2}^{\infty} 2^n \cdot z^{-n} + \sum_{n=0}^{\infty} 1\cdot z^{-n}$

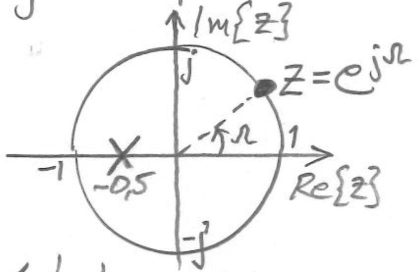
$= \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{2}{z}\right)^n + \sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{1}{z}\right)^n =$ / Summorna konvergerar om $\left|\frac{2}{z}\right| < 1$ resp. $\left|\frac{1}{z}\right| < 1$ dvs. $|z| > 2$ resp. $|z| > 1$ /

$= \left(\frac{2}{z}\right)^2 \cdot \frac{1}{1-\frac{2}{z}} + \frac{1}{1-\frac{1}{z}}$

$= \frac{4}{z(z-2)} + \frac{z}{z-1} = \frac{4(z-1) + z\cdot z(z-2)}{z(z-2)(z-1)}$

$= \frac{z^3 - 2z^2 + 4z - 4}{z(z-2)(z-1)} \quad (|z| > 2) \Rightarrow$ (a)

13 $X[z] = \frac{z}{z+0{,}5}$ $(|z| > 0{,}5)$ har en singulär punkt (en pol) i $z = -0{,}5$



Eftersom $X[\Omega]$ är lika med $X[z]$ längs enhetscirkeln, dvs.

$X[\Omega] = X[z]\big|_{z=e^{j\Omega}}$, så har $|X[\Omega]|$ lokala minima för Ω-värden då $z = e^{j\Omega}$ ligger längst bort från den singulära punkten, dvs. vid $z = 1 = e^{j0}$, dvs. $\Omega = 0$ rad $\Rightarrow$ a

(z-transformens nollställen, dvs. z-värden där $X[z]=0$, påverkar också $|X[\Omega]|$, men här finns ett sådant nollställe ($z=0$), vilket påverkar $|X[\Omega]|$ lika mycket för alla Ω-värden)

14 $X[\Omega] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-j\Omega n}$, dvs. $\mathcal{F}\{x[n]\} = X[\Omega]$

$$\Rightarrow X[\Omega+\Omega_0] + X[\Omega-\Omega_0] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-j(\Omega+\Omega_0)n} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-j(\Omega-\Omega_0)n}$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]\left(e^{-j\Omega_0 n} + e^{j\Omega_0 n}\right) e^{-j\Omega n} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] \cdot 2\cos(\Omega_0 n) e^{-j\Omega n}$$

dvs. $\mathcal{F}^{-1}\{X[\Omega+\Omega_0] + X[\Omega-\Omega_0]\} = 2\,x[n]\cos(\Omega_0 n) \Rightarrow$ b

15
$$x[n] = \frac{1}{2\pi}\int_{2\pi} X[\Omega] e^{j\Omega n}\, d\Omega =$$

$$= \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} j\pi\left(\delta(\Omega+\tfrac{\pi}{3}) - \delta(\Omega-\tfrac{\pi}{3})\right) e^{j\Omega n}\, d\Omega$$

$$= \frac{j}{2}\left(\int_{-\pi}^{\pi} \delta(\Omega+\tfrac{\pi}{3}) e^{j\Omega n}\, d\Omega - \int_{-\pi}^{\pi} \delta(\Omega-\tfrac{\pi}{3}) e^{j\Omega n}\, d\Omega\right)$$

$$= \frac{j}{2}\left(e^{j(-\frac{\pi}{3})n} - e^{j\frac{\pi}{3}n}\right) = \frac{e^{j\frac{\pi}{3}n} - e^{-j\frac{\pi}{3}n}}{2j}$$

$$= \sin\left(\tfrac{\pi}{3}n\right) \Rightarrow \text{a}$$