Föreläsning 9−11 – Laplacetransformanalys (Kapitel 6 & App. D)

Bild 1−4. Laplacetransformen (enkelsidig och dubbelsidig) samt inversa laplacetransformen

Läs gärna i följande ordning:

- Inledning & definitioner: Kapitel 6.1, appendix D.1−D.2, kapitel 6.2 och appendix D.3. **OBS:** För en laplacetransform skall *både* det analytiska transformuttrycket *och* konvergensområdet anges, annars är inte transformen fullständigt definierad!
- Exempel på transformberäkningar: Appendix D.4 & Tabell D.2, sidan 417.
- Egenskaper: Appendix D.5 & Tabell D.1, sidan 416.
- Stödjande matematisk bakgrund: Läs *översiktligt* appendix E – Funktioner av komplexa variabler!

Bild 5−7. Systemanalys & Systemfunktion

- Gå igenom exemplet i kapitel 6.3 *översiktligt*. Se och tolka vilken typ av matematiska samband som används, men du behöver just nu inte förstå varje beräkningssteg i detalj för detta är bara ett *inledande/motiverande exempel* inför kapitel 6.4 och 6.5.
- Läs kapitel 6.4.1.
- Läs kapitel 6.4.5, som beskriver en *alternativ härledning* av det centrala sambandet $Y(s) = X(s)H(s)$. Motsvarande samband $Y(\omega) = X(\omega)H(\omega)$, som erhölls i kapitel 5, erhålls om man i kapitel 6.4.5 låter $s = j\omega$.
- Läs kapitel 6.4.2−6.4.3, om kaskadkoppling och återkoppling. Viktigt: Vid kaskadkoppling gäller bara sambanden i ekvation 6.32 och 6.33 om det efterföljande systemet *inte belastar* det föregående systemet. Med det menas att det första systemets impulssvar & systemfunktion $(h_1(t)$ resp. $H_1(s))$ är detsamma oavsett om man kopplar in det efterföljande systemet eller ej. Så är vanligen *inte* fallet om de två systemen är passiva elektriska nät, för då drar system 2 oftast ström från system 1.
- Läs kapitel 6.4.4. Det räcker att du kan *använda* sambanden i ekvation 6.38 (initialvärdesteoremet) och ekvation 6.39 (slutvärdesteoremet) – de finns i formelsamlingen.

Bild 8−9. Pol-nollställediagram

Läs kapitel 6.4.6. Pol-nollställediagram är en *grafisk beskrivning av laplacetransformer*.
Viktigt: När du ritar ett fullständigt pol-nollställediagram för en laplacetransform, så måste du även ange transformens *nivåkonstant* och *konvergensområde*, det räcker inte med bara *poler* och *nollställen*!

Bild 10. Kausalitet & konvergensområde för *H*(*s*)

Kursboken har inget särskilt kapitel för de samband som visas i powerpointbilden, utan här kan du själv (se appendix D.2) själv koppla de tre olika typerna/klasserna av impulssvar $\big(h(t \geq 0) = 0$, $h(t < 0,\, t \geq 0) \neq 0$ och $h(t < 0) = 0\big)$ till de tre typerna av konvergensområden (vänstersidigt, ett vertikalt band respektive högersidigt).
(*Anm: Med exempelvis beteckningsformen* $h(t \geq 0) = 0$ *menas att* $h(t) = 0$ *för* $t \geq 0$.)

Bild 11. Poler, nollställen och tidssignal

Läs kapitel 6.4.10.

OBS: I exemplen i detta delkapitel utgår man från att systemet är *kausalt*, det vill säga att systemfunktionens *konvergensområde är högersidigt*, dvs. det ligger till höger om den pol hos systemfunktionen som finns längst till höger i s-planet! Då gäller också att $h(t<0)=0$.

Bild 12. Överlagrade pol-nollställediagram

Läs kapitel 6.4.11.

Bild 13−15. Stabilitet

Läs kapitel 6.4.7−6.4.8.

- Bild 13 − viktigt: Fouriertransformen är lika med laplacetransformen längs $j\omega$-axeln! Detta gäller dock bara om $j\omega$-axeln ligger i laplacetransformens konvergensområde. **OBS:** När du använder sambandet $H(\omega)=H(s)\big|_{s=j\omega}$, så *måste* du motivera detta – antingen genom att ange att $j\omega$-axeln ligger i konvergensområdet för $H(s)$ eller genom att ange att systemet är *stabilt* − annars är risken stor för poängavdrag på tentan! Notera att det nedersta sambandet på bild 13 alltid gäller för såväl stabila som marginellt stabila LTI-system, dvs. att antalet poler är minst lika många som antalet nollställen hos $H(s)$.
- **OBS:** Boken fokuserar ofta på *kausala* system, och när dessa är *stabila* så är alla polerna hos $H(s)$ i *vänster halvplan* (se texten överst på sidan 190). De tre möjliga stabilitetsfallen och motsvarande konvergensområden för $H(s)$ finns bäst beskrivet i powerpointbild 14!
- Powerpointbild 15 visar alla relationer/samband som gäller för stabila system. Notera pilarnas (indikations-)riktningar!

Bild 16. Amplitud- och faskaraktäristik

Läs kapitel 6.4.9.

- I kapitlets första mening, på sidan 196, står det ”*Systemfunktionen för ett kausalt LTI-system…*”. Det som står i delkapitlet gäller dock för alla stabila LTI-system, oavsett kausalitetsegenskap.
- När du i kursen ombeds att skissera amplitud- och/eller faskaraktäristiken, i det här fallet utgående från pol-nollställediagrammet för $H(s)$, så ska du beräkna exakta värden för $\omega=0$, då $\omega\to\infty$ samt vid eller nära ω-värden där det sker något intressant i graferna. Det kan t.ex, vara att någon av graferna har ett lokalt maxima eller minima. Vanligen väljer man då ω-värden som motsvarar imaginärdelen hos poler och nollställen som ligger på eller nära $j\omega$-axeln. Exempel 6.9 på sidan 199−202 illustrerar detta tydligt.

Bild 17−19. Kretsberäkningar med laplaceoperatormetodik

- Läs kapitel 6.5.1−6.5.3. Du kommer främst att använda dig av laplaceoperatormetodiken (dvs. operatorschema & likströmsteori) för att bestämma systemfunktionen $H(s)$ för enkla energifria passiva elektriska nät (som alltså är LTI-system), dvs. då $i(0-)=0$ och $v(0-)=0$.
- Kapitel 6.5.4−6.5.5 kan läsas översiktligt – i linjära system-delen av kursen kommer du *inte* att beräkna spänningar och strömmar i elektriska nät på det specifika sätt som beskrivs i kapitel 6.5.4−6.5.5.