

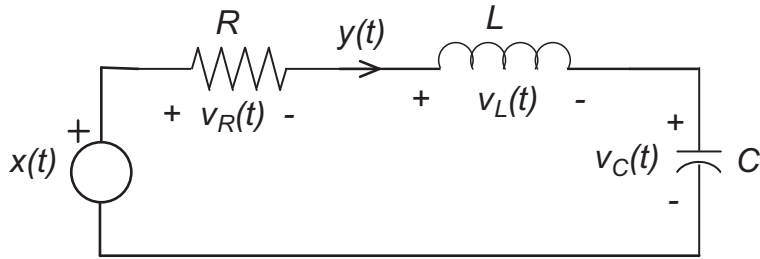
Differentialekvation - Signaler & System

Lasse Alfredsson

Ex, Elektrisk krets,

Spänningskällan = insignal,

Strömmen = utsignal:



$$v_R(t) = R \cdot y(t) \quad (1) \quad v_L(t) = L \cdot \frac{dy(t)}{dt} \quad (2)$$

$$y(t) = C \cdot \frac{dv_C(t)}{dt} \quad (3) \quad v_C(t) = x(t) - v_R(t) - v_L(t) \quad (4)$$

(1) & (2) i (4). Därefter (4) i (3) \Rightarrow

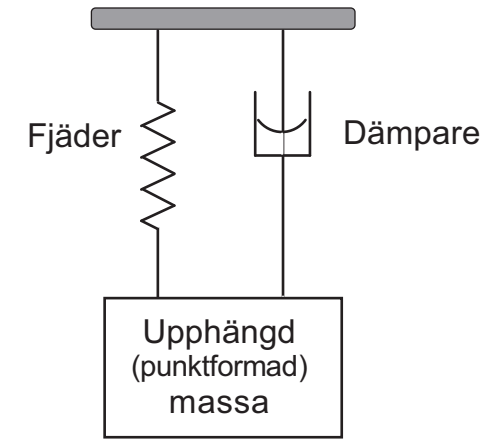
$$\underline{y(t)} = C \cdot \frac{dv_C(t)}{dt} = C \cdot \frac{dx(t)}{dt} - RC \cdot \frac{dy(t)}{dt} - LC \cdot \frac{dy^2(t)}{dt^2}$$

dvs. $LC \frac{dy^2(t)}{dt^2} + RC \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = C \frac{dx(t)}{dt}$

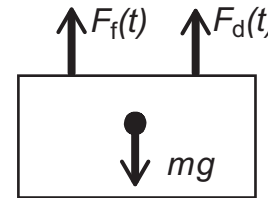
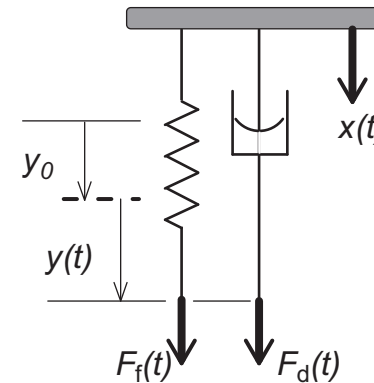
Differentialekvation - Signaler & System

Lasse Alfredsson

Ex, Mekaniskt system:



Frilägg och sätt ut krafter!



y_0 = utdragslängd vid vila, dvs. jämviktsläge

$y(t)$ = avvikelser från jämviktsläget

$x(t)$ = lägesförändring av infästningspunkten

k = fjäderkonstant

c = dämpningskonstant

v = hastighet i y -led

a = acceleration i y -led

Totalt utdragen längd: $y_{tot}(t) = y_0 + y(t) - x(t)$

Fjäderkraften $F_f(t) = k \cdot y_{tot}(t)$

Dämpkraften $F_d(t) = c \cdot v(t) = c \cdot \frac{dy_{tot}(t)}{dt}$

För massan gäller:

Newtons 2:a lag (\sum krafter i y -led):

$$m \cdot g - F_f(t) - F_d(t) = m \cdot a = m \frac{dy^2(t)}{dt^2}$$

Vid vila är $x = 0$, $y = 0$, $y' = 0$

och $y'' = 0 \Rightarrow k \cdot y_0 = m \cdot g$

$$\dots \Rightarrow \frac{dy^2(t)}{dt^2} + \frac{c}{m} \cdot \frac{dy(t)}{dt} + \frac{k}{m} \cdot y(t) = \frac{c}{m} \cdot \frac{dx(t)}{dt} + \frac{k}{m} \cdot x(t)$$