Institutionen för Systemteknik
Dept. Of EE

Tentamen i
TSKS09 Linjära System för I1 & Ii1 (TEN1)

Tid: 2016-01-07 kl. 8.00-12.00

Lokaler: U1, U3, U4, U6 och U7

Lärare: Klas Nordberg nås på 013-281634 under tentamen, besöker tentasalen efter ungefär halva skrivningstiden.

Hjälpmedel: Kalkylator samt kursens 3-sidiga formelblad, om de tas med av studenten. Lånas eller delas ej ut i tentamenssalen.

Bedömning: Tentan består av 5 uppgifter och varje korrekt löst uppgift ger 5 poäng.
Betygsgränser: Minst 11 poäng för betyg 3, minst 16 poäng för betyg 4 samt minst 21 poäng för betyg 5.

Vid bedömningen av svaren ges stor vikt vid att du *tydligt* visar *vad* du gör, och *varför*. Om numeriska värden finns angivna på parametrar eller komponenter i en uppgift ska dessa sättas in i det slutliga svaret för att det ska ge full poäng.

OBS!
- Bristande motivering medför poängavdrag.
- Numeriska lösningar, dvs. om signifikanta delar av uppgiften löses m.h.a. räknare, accepteras inte.

Visning: Visning av tentor sker **2016-01-27 kl. 12.15-13.00** i konferensrummet **Algoritmen**, ingång B29, korridor A i B-huset.

Eventuella **synpunkter** på rättningen skall formuleras **skriftligen** och lämnas till examinatorn under visningen. Efter visningen kan tentor även hämtas ut på ISY:s expedition. Rättningssynpunkter kan **senast en vecka** efter visningen även lämnas genom ISY:s expedition

Lycka till!

1. Nedan finns fem påståenden relaterade till innehållet i kursen. Ange för vart och ett av påståendena om det är **SANT** eller **FALSKT**! *Lämna ingen motivering till ditt svar!* Korrekt svar på en delfråga ger +1 poäng, felaktigt svar ger –1 poäng, medan utelämnat svar ger 0 poäng. Totalt ger uppgiften aldrig mindre än 0 poäng.
Lämnas felaktig motivering till ett korrekt svar, så ges –1 poäng för den deluppgiften.

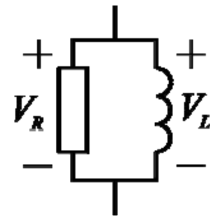
   a) Ett system som kan konstrueras i verkligheten är alltid stabilt.

   b) Ett system med insignal $x(t)$ och utsignal $y(t) = x(t) \cdot \sin(2t)$ är ett linjärt system.

   c) Fourierseriekoefficienterna till en periodisk signal $x(t)$ beror inte av tiden *t*.

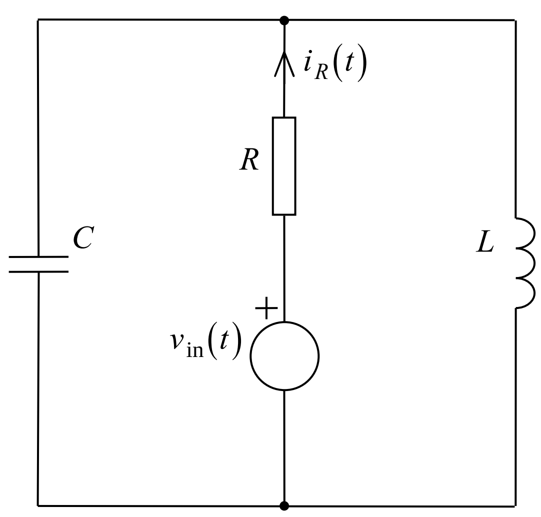
   d) Ett system har insignalen $x(t) = 3\cos(1,2 \cdot t + 0,8)$ och utsignal $y(t) = u(t) - u(t-1)$, där $u(t)$ är enhetssteget. Systemet är ett stabilt LTI-system.

   e) Spänningarna V_R och V_L över resistansen respektive induktansen i parallellkopplingen till höger kan vara lika men måste inte vara det.

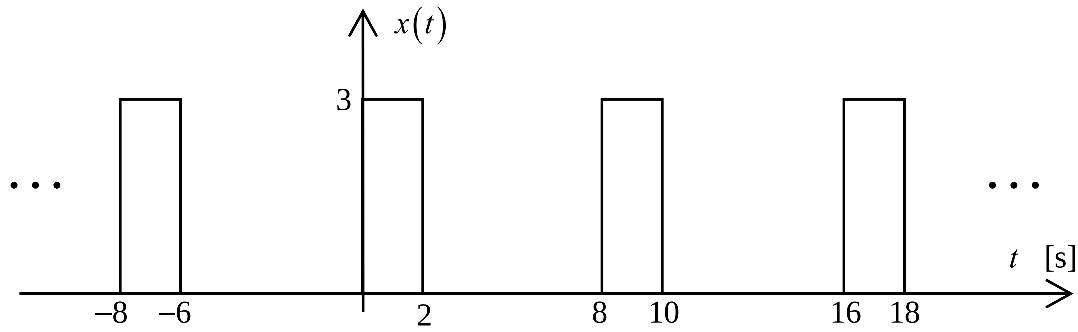


2. Den elektriska kretsen nedan utgör ett LTI-system med spänningskällan $v_{in}(t)$ som insignal och strömmen $i_R(t)$ genom resistansen *R* som utsignal.

   Bestäm den systembeskrivande ekvationen, dvs. differentialekvationen som beskriver sambandet mellan utsignalen och insignalen.
   I din lösning får du <u>inte</u> använda dig av komplexa impedanser.



3. En periodisk signal $x(t)$ periodiska illustreras i nedanstående figur



a) Beräkna de komplexa fourierseriekoefficienterna c_k för signalen $x(t)$. (3 p)

b) Låt $x(t)$ ovan vara insignal till ett LTI-system med utsignal $y(t) = 2x(t-4)$.
Denna periodiska utsignal $y(t)$ har de komplexa fourierseriekoefficienterna d_k.

Beräkna utsignalens amplitudspektrum $|d_k|$ och fasspektrum $\arg d_k$. (2 p)

Anm: Du får <u>inte</u> beräkna d_k på samma sätt som du beräknar c_k i deluppgift a) (d_k kan beräknas med ett fåtal steg givet förutsättningarna i uppgiften). Det är tillåtet att ange d_k som funktion av c_k, vilket innebär att uppgift b) kan lösas oberoende av uppgift a).

4.

a) Ett visst tidskontinuerligt system med insignal $x(t)$ genererar utsignalen $y(t) = e^{x(t+2)}$.
Utred om systemet är <u>tidsinvariant</u> samt om det är <u>linjärt.</u> (2 p)
OBS: ***Motivera noga****, genom tydliga kopplingar till de två respektive systemegenskapernas grunddefinitioner!*

b) Frekvensfunktionen till ett annat visst stabilt LTI-system (*ej samma som i a*) är

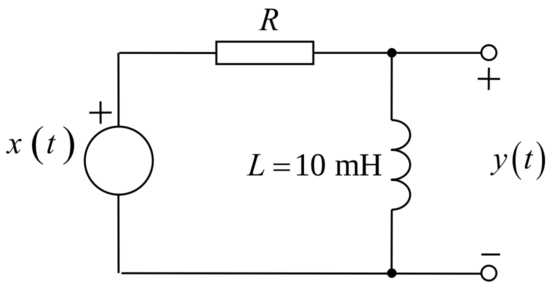
$$H(\omega) = \frac{2 + j3\omega}{(1 + j\omega)(2 + j\omega)(3 + j\omega)}.$$

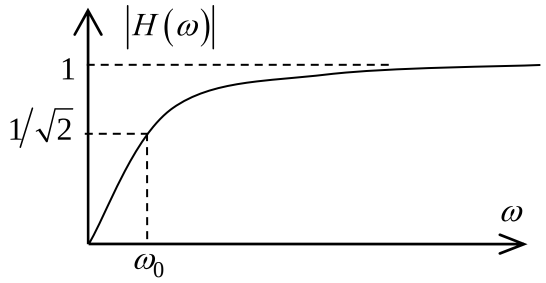
Bestäm den differentialekvation som beskriver förhållandet mellan systemets utsignal $y(t)$ och insignal $x(t)$. (1 p)

c) Ett visst stabilt LTI-system har frekvensfunktion $H(\omega) = \dfrac{5 + j1.5\omega}{1.5 - 0.015\omega^2 + j0.2\omega}$.
Beräkna systemets utsignal $y(t)$ för insignalen $x(t) = 3 + 10\cos(10t)$. (2 p)

5. Den elektriska kretsen nedan till vänster utgör ett amplitudnormerat högpassfilter med gränsvinkelfrekvens $\omega_0 = 20000\pi$ rad/sek. Spänningen $x(t)$ är filtrets insignal och $y(t)$ är dess utsignal.
   - Att filtret är amplitudnormerat innebär att $\left|H(\omega)\right|_{\max} = 1$.
   - Med gränsvinkelfrekvens ω_0 menas att $\left|H(\omega_0)\right| = \frac{1}{\sqrt{2}}\left|H(\omega)\right|_{\max} = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

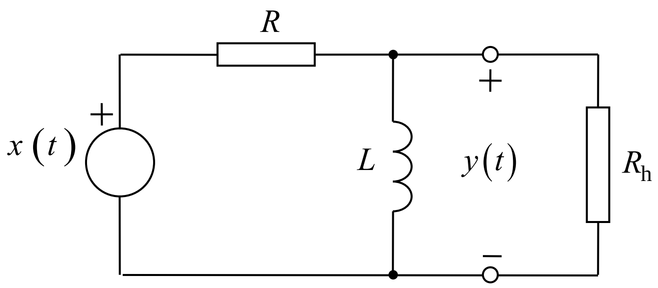
   För detta högpassfilter gäller följaktligen att $\begin{cases} \left|H(\omega)\right| \le \frac{1}{\sqrt{2}} & \text{för } |\omega| \le \omega_0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \le \left|H(\omega)\right| < 1 & \text{för } |\omega| \ge \omega_0 \end{cases}$.





a) Beräkna $H(\omega)$ och bestäm resistansen R. Du <u>*ska*</u> använda $j\omega$-metoden! (2 p)

Spänningen/signalen $x(t)$ är här en musiksignal som vi vill högpassfiltrera, för att sedan direkt skicka signalen till en diskanthögtalare, som vi här för enkelhetens skull betraktar som en resistans R_h. Vi har alltså följande situation:



b) Låt $R_h = R$ och beräkna frekvensfunktionen $H_b(\omega)$ för det linjära systemet ovan, med insignal $x(t)$ och utsignal $y(t)$ (som nu är spänningen över parallellkopplingen av L och R_h). Du <u>*ska*</u> använda $j\omega$-metoden! (2 p)

c) Beräkna även $\left|H_b(\omega_0)\right|$ samt skissera amplitudkaraktäristiken $\left|H_b(\omega)\right|$. (1 p)

Anm: Reflektera/fundera gärna över ditt resultat och försök att förstå varför $\left|H_b(\omega)\right|$ skiljer sig som den gör mot $\left|H(\omega)\right|$. Ökar eller minskar spänningen över induktansen L när högtalarresistansen R_h kopplas in parallellt med L?